

Lista 2 - Introdução a Análise de Dados

Funções

Gabarito

Guilherme Masuko

March 2023

Questão 1

Nesse exercício trabalharemos derivada. Você deve criar uma função que recebe os coeficientes de um polinômio como parâmetros. Isso é, se o polinômio for de grau n , então sua função receberá $n + 1$ parâmetros. Faça 10 funções para cada $n = 0, 1, 2, \dots, 9$.

Definição de derivada: a derivada em um ponto de uma função $y = f(x)$ representa a taxa de variação instantânea de y em relação a x neste ponto.¹

$$\frac{\partial f}{\partial x}(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Notação:

$$f'(a) = \frac{\partial f}{\partial x}(a) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=a}$$

Note que acima definimos a derivada em ponto específico $x = a$, mas a função deve retornar a derivada da função para quaisquer x (o resultado será uma função de x).

Para esse exercício, usaremos a regra da cadeia para formar nossa função.

Regra da cadeia para polinômios:

¹<<https://pt.wikipedia.org/wiki/Derivada>>

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = a_0 \cdot nx^{n-1} + a_1 \cdot (n-1)x^{n-2} + \dots + a_{n-2} \cdot 2x + a_{n-1}$$

Para tentarmos padronizar, a função deve receber os coeficientes a_0, a_1, \dots, a_n como parâmetros, e retornar um texto " $df(x)/dx = \dots$ ".

Teste, de acordo com cada função, as funções:

- $f(x) = 1$
- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = x^2 + 2x + 3$
- $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$
- $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$
- $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6$
- $f(x) = x^6 + 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7$
- $f(x) = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8$
- $f(x) = x^8 + 2x^7 + 3x^6 + 4x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 8x + 9$
- $f(x) = x^9 + 2x^8 + 3x^7 + 4x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 9x + 10$
- $f(x) = x^{10} + 2x^9 + 3x^8 + 4x^7 + 5x^6 + 6x^5 + 7x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 10x + 11$

Solução

- $f(x) = 1$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 0$$

- $f(x) = x + 2$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 1$$

- $f(x) = x^2 + 2x + 3$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 2x + 2$$

- $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 3x^2 + 4x + 3$$

- $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x + 4$$

- $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 5x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 8x + 5$$

- $f(x) = x^6 + 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 6x^5 + 10x^4 + 12x^3 + 12x^2 + 10x + 6$$

- $f(x) = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 7x^6 + 12x^5 + 15x^4 + 16x^3 + 15x^2 + 12x + 7$$

- $f(x) = x^8 + 2x^7 + 3x^6 + 4x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 8x + 9$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 8x^7 + 14x^6 + 18x^5 + 20x^4 + 20x^3 + 18x^2 + 14x + 8$$

- $f(x) = x^9 + 2x^8 + 3x^7 + 4x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 9x + 10$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 9x^8 + 16x^7 + 21x^6 + 24x^5 + 25x^4 + 24x^3 + 21x^2 + 16x + 9$$

- $f(x) = x^{10} + 2x^9 + 3x^8 + 4x^7 + 5x^6 + 6x^5 + 7x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 10x + 11$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 10x^9 + 18x^8 + 24x^7 + 28x^6 + 30x^5 + 30x^4 + 28x^3 + 24x^2 + 18x + 10$$

derivada constante

```
derivada_constante <- function(a) {
  return(paste('df(x)/dx = 0'))
}
```

```
derivada_constante(1)
```

```
# derivada função grau 1
```

```
derivada_f1 <- function(a, b) {  
  a0 = a  
  return(paste('df(x)/dx =', a0))  
}
```

```
derivada_f1(1,2)
```

```
# derivada função grau 2
```

```
derivada_f2 <- function(a, b, c) {  
  a0 = a*2  
  a1 = b  
  return(paste('df(x)/dx =', a0, 'x +', a1))  
}
```

```
derivada_f2(1,2,3)
```

```
# derivada função grau 3
```

```
derivada_f3 <- function(a, b, c, d) {  
  a0 = a*3  
  a1 = b*2  
  a2 = c  
  return(paste('df(x)/dx =', a0, 'x^2 +', a1, 'x +', a2))  
}
```

```
derivada_f3(1,2,3,4)
```

```
# derivada função grau 4
```

```
derivada_f4 <- function(a, b, c, d, e) {  
  a0 = a*4  
  a1 = b*3  
  a2 = c*2  
  a3 = d  
  return(paste('df(x)/dx =', a0, 'x^3 +', a1, 'x^2 +', a2, 'x +', a3))  
}
```

```
derivada_f4(1,2,3,4,5)
```

```
# derivada função grau 5
```

```
derivada_f5 <- function(a, b, c, d, e, f) {  
  a0 = a*5  
  a1 = b*4  
  a2 = c*3  
  a3 = d*2  
  a4 = e  
  return(paste('df(x)/dx =', a0, 'x^4 +', a1, 'x^3 +', a2, 'x^2 +', a3, 'x  
    +', a4))  
}
```

```
derivada_f5(1,2,3,4,5,6)
```

```
# derivada função grau 6
```

```
derivada_f6 <- function(a, b, c, d, e, f, g) {  
  a0 = a*6  
  a1 = b*5  
  a2 = c*4  
  a3 = d*3  
  a4 = e*2  
  a5 = f
```

```

    return(paste('df(x)/dx =',a0,'x^5 +',a1,'x^4 +',a2,'x^3 +',a3,'x^2
        +',a4,'x +',a5))
}

```

```
derivada_f6(1,2,3,4,5,6,7)
```

```
# derivada função grau 7
```

```

derivada_f7 <- function(a, b, c, d, e, f, g, h) {
  a0 = a*7
  a1 = b*6
  a2 = c*5
  a3 = d*4
  a4 = e*3
  a5 = f*2
  a6 = g
  return(paste('df(x)/dx =',a0,'x^6 +',a1,'x^5 +',a2,'x^4 +',a3,'x^3
      +',a4,'x^2 +',a5,'x +',a6))
}

```

```
derivada_f7(1,2,3,4,5,6,7,8)
```

```
# derivada função grau 8
```

```

derivada_f8 <- function(a, b, c, d, e, f, g, h, i) {
  a0 = a*8
  a1 = b*7
  a2 = c*6
  a3 = d*5
  a4 = e*4
  a5 = f*3
  a6 = g*2
  a7 = h
  return(paste('df(x)/dx =',a0,'x^7 +',a1,'x^6 +',a2,'x^5 +',a3,'x^4
      +',a4,'x^3 +',a5,'x^2 +',a6,'x +',a7))
}

```

```
derivada_f8(1,2,3,4,5,6,7,8,9)
```

```
# derivada função grau 9
```

```
derivada_f9 <- function(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j) {  
  a0 = a*9  
  a1 = b*8  
  a2 = c*7  
  a3 = d*6  
  a4 = e*5  
  a5 = f*4  
  a6 = g*3  
  a7 = h*2  
  a8 = i  
  return(paste('df(x)/dx =',a0,'x^8 +',a1,'x^7 +',a2,'x^6 +',a3,'x^5  
    +',a4,'x^4 +',a5,'x^3 +',a6,'x^2 +',a7,'x +',a8))  
}
```

```
derivada_f9(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)
```

```
# derivada função grau 10
```

```
derivada_f10 <- function(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k) {  
  a0 = a*10  
  a1 = b*9  
  a2 = c*8  
  a3 = d*7  
  a4 = e*6  
  a5 = f*5  
  a6 = g*4  
  a7 = h*3  
  a8 = i*2  
  a9 = j  
  return(paste('df(x)/dx =',a0,'x^9 +',a1,'x^8 +',a2,'x^7 +',a3,'x^6  
    +',a4,'x^5 +',a5,'x^4 +',a6,'x^3 +',a7,'x^2 +',a8,'x +',a9))  
}
```

}

derivada_f10(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)

Questão 2

Com base na questão anterior, agora vamos criar uma única função que derive um polinômio qualquer de grau até 10. Agora, essa função receberá um vetor contendo todos coeficientes (na mesma ordem que estávamos trabalhando). O retorno da função será o mesmo.

Teste as funções:

- $f(x) = 11$
- $f(x) = 11x + 10$
- $f(x) = 11x^2 + 10x + 9$
- $f(x) = 11x^3 + 10x^2 + 9x + 8$
- $f(x) = 11x^4 + 10x^3 + 9x^2 + 8x + 7$
- $f(x) = 11x^5 + 10x^4 + 9x^3 + 8x^2 + 7x + 6$
- $f(x) = 11x^6 + 10x^5 + 9x^4 + 8x^3 + 7x^2 + 6x + 5$
- $f(x) = 11x^7 + 10x^6 + 9x^5 + 8x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 5x + 4$
- $f(x) = 11x^8 + 10x^7 + 9x^6 + 8x^5 + 7x^4 + 6x^3 + 5x^2 + 4x + 3$
- $f(x) = 11x^9 + 10x^8 + 9x^7 + 8x^6 + 7x^5 + 6x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 3x + 2$
- $f(x) = 11x^{10} + 10x^9 + 9x^8 + 8x^7 + 7x^6 + 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

Solução

- $f(x) = 11$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 0$$

- $f(x) = 11x + 10$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 11$$

- $f(x) = 11x^2 + 10x + 9$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 22x + 10$$

- $f(x) = 11x^3 + 10x^2 + 9x + 8$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 33x^2 + 20x + 9$$

- $f(x) = 11x^4 + 10x^3 + 9x^2 + 8x + 7$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 44x^3 + 30x^2 + 18x + 8$$

- $f(x) = 11x^5 + 10x^4 + 9x^3 + 8x^2 + 7x + 6$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 55x^4 + 40x^3 + 27x^2 + 16x + 7$$

- $f(x) = 11x^6 + 10x^5 + 9x^4 + 8x^3 + 7x^2 + 6x + 5$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 66x^5 + 50x^4 + 36x^3 + 24x^2 + 14x + 6$$

- $f(x) = 11x^7 + 10x^6 + 9x^5 + 8x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 5x + 4$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 77x^6 + 60x^5 + 45x^4 + 32x^3 + 21x^2 + 12x + 5$$

- $f(x) = 11x^8 + 10x^7 + 9x^6 + 8x^5 + 7x^4 + 6x^3 + 5x^2 + 4x + 3$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 88x^7 + 70x^6 + 54x^5 + 40x^4 + 28x^3 + 18x^2 + 10x + 4$$

- $f(x) = 11x^9 + 10x^8 + 9x^7 + 8x^6 + 7x^5 + 6x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 3x + 2$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 99x^8 + 80x^7 + 63x^6 + 48x^5 + 35x^4 + 24x^3 + 15x^2 + 8x + 3$$

- $f(x) = 11x^{10} + 10x^9 + 9x^8 + 8x^7 + 7x^6 + 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) = 110x^9 + 90x^8 + 72x^7 + 56x^6 + 42x^5 + 30x^4 + 20x^3 + 12x^2 + 6x + 2$$

```
derivada_polinomio <- function(vetor) {  
  n = length(vetor)  
  if(n == 1) {  
    a = vetor[1]  
    derivada_constante(a)  
  } else if(n == 2) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    derivada_f1(a, b)  
  } else if(n == 3) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    c = vetor[3]  
    derivada_f2(a, b, c)  
  } else if(n == 4) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    c = vetor[3]  
    d = vetor[4]  
    derivada_f3(a, b, c, d)  
  } else if(n == 5) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    c = vetor[3]  
    d = vetor[4]  
    e = vetor[5]  
    derivada_f4(a, b, c, d, e)  
  } else if(n == 6) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    c = vetor[3]  
    d = vetor[4]  
    e = vetor[5]  
    f = vetor[6]  
    derivada_f5(a, b, c, d, e, f)  
  } else if(n == 7) {  
    a = vetor[1]  
    b = vetor[2]  
    c = vetor[3]
```

```

d = vetor[4]
e = vetor[5]
f = vetor[6]
g = vetor[7]
derivada_f6(a, b, c, d, e, f, g)
} else if(n == 8) {
    a = vetor[1]
    b = vetor[2]
    c = vetor[3]
    d = vetor[4]
    e = vetor[5]
    f = vetor[6]
    g = vetor[7]
    h = vetor[8]
    derivada_f7(a, b, c, d, e, f, g, h)
} else if(n == 9) {
    a = vetor[1]
    b = vetor[2]
    c = vetor[3]
    d = vetor[4]
    e = vetor[5]
    f = vetor[6]
    g = vetor[7]
    h = vetor[8]
    i = vetor[9]
    derivada_f8(a, b, c, d, e, f, g, h, i)
} else if(n == 10) {
    a = vetor[1]
    b = vetor[2]
    c = vetor[3]
    d = vetor[4]
    e = vetor[5]
    f = vetor[6]
    g = vetor[7]
    h = vetor[8]
    i = vetor[9]
    j = vetor[10]
    derivada_f9(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j)
} else if(n == 11) {
    a = vetor[1]

```

```

    b = vetor[2]
    c = vetor[3]
    d = vetor[4]
    e = vetor[5]
    f = vetor[6]
    g = vetor[7]
    h = vetor[8]
    i = vetor[9]
    j = vetor[10]
    k = vetor[11]
    derivada_f10(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k)
}
}

```

```

vetor1 = c(11)
vetor2 = c(11, 10)
vetor3 = c(11, 10, 9)
vetor4 = c(11, 10, 9, 8)
vetor5 = c(11, 10, 9, 8, 7)
vetor6 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6)
vetor7 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5)
vetor8 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4)
vetor9 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3)
vetor10 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2)
vetor11 = c(11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)

```

```

derivada_polinomio(vetor1)
derivada_polinomio(vetor2)
derivada_polinomio(vetor3)
derivada_polinomio(vetor4)
derivada_polinomio(vetor5)
derivada_polinomio(vetor6)
derivada_polinomio(vetor7)
derivada_polinomio(vetor8)
derivada_polinomio(vetor9)

```

```
derivada_polinomio(vetor10)  
derivada_polinomio(vetor11)
```
