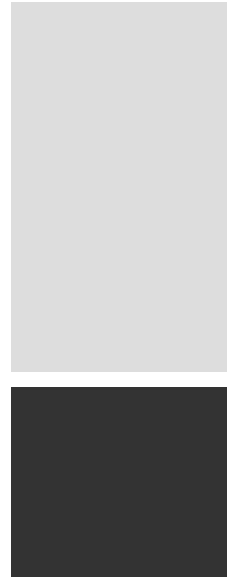


Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



AMÉLIE RÉGNAULT - LI 4

Dans ce document, je vais vous expliquer comment construire un automate à partir d'un énoncé, puis comment va s'exécuter l'automate sur un mot donné.

Commençons par un premier exemple :

Ici, on nous demande de trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.

Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 5

Voyons deux exemples avec de créer l'automate : 01000 et 10001.

Dans le premier cas, on voit qu'il y a un nombre pair de zéro (4) et dans le deuxième cas, un nombre impair de zéro (3). Le premier mot doit être accepté par l'automate tandis que le second doit être rejeté.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.

Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

AMÉLIE RÉGNAULT - L1 6

Pour construire l'automate demandé, il faut tout d'abord déterminer l'alphabet que l'automate sera capable de lire.

Ici, on nous parle de chaînes de caractères binaires, on en déduit donc que l'alphabet sera composé des lettres 0 et 1.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 7

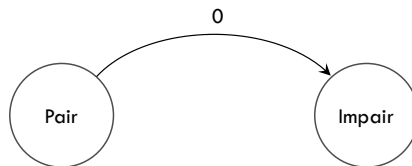
Ensuite, nous allons déterminer les états que peut prendre l'automate. Il faut comprendre que les états d'un automate contiennent de l'information sur la situation dans lequel se trouve l'automate à un moment donné de l'exécution.

Dans notre cas, on voudrait savoir à chaque instant, si l'automate a lu un nombre pair ou un nombre impair de zéros, ce qui suffira à la fin à déterminer si le mot sera accepté ou rejeté. On choisit donc les deux états "pair" et "impair".

Dans un automate, les états sont représentés par un cercle avec le nom de l'état à l'intérieur.

Traçons-les.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 8

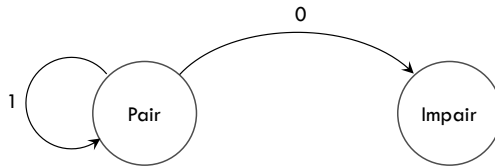
L'automate peut passer d'un état à un autre grâce aux transitions.

Une transition sera exécutée à chaque fois que l'automate lit une lettre du mot. Elle est symbolisée par un arc entre l'état de départ et l'état d'arrivée et la lettre à lire pour franchir la transition.

Par exemple, si l'automate est dans l'état "Pair" et qu'il lit un 0, le nombre de zéros devient impair et l'automate doit aller dans l'état impair.

Traçons cette transition. On fait un arc entre l'état "Pair" et l'état "Impair" et on ajoute 0 au niveau dessus de l'arc.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

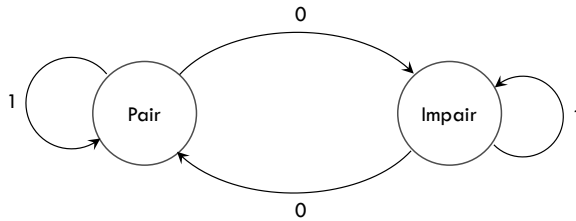
AMÉLIE RÉGNAULT - LI 9

Pour exister, une transition n'est pas obligée de changer d'états.

Par exemple, si l'automate est dans l'état "Pair" et qu'il lit un 1, le nombre de zéros reste pair.

Traçons cette transition. On fait un arc qui part de l'état "Pair" et qui boucle sur ce même état, et on ajoute un 1 à côté de l'arc.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

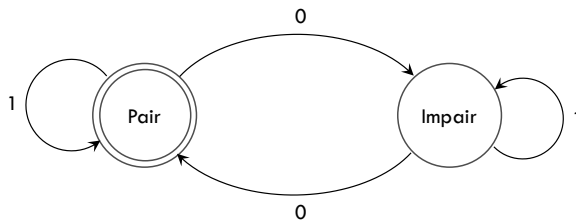
Transitions

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 10

Il nous reste deux transitions à créer. Le cas où l'automate est dans l'état "Impair" et qu'il lit un 0 et le cas où il est dans l'état "Impair" est qu'il lit un 1.

Dans le premier cas, on crée un arc entre l'état "Pair" et l'état "Impair" et on note 0 en dessous. Dans le second cas, on crée un arc qui boucle sur l'état "Impair" et on note 1 à côté.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

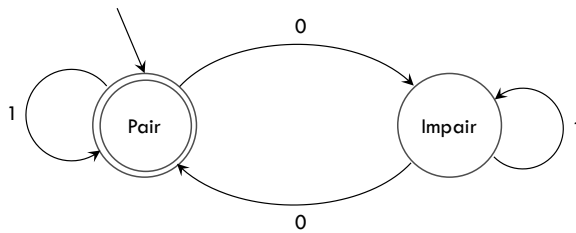
Transitions

Etats acceptants

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 11

Il faut maintenant déterminer si les mots lus par l'automate seront acceptés ou non. Ici, l'énoncé dit que l'automate accepte les mots ayant un nombre pair de zéros. On souhaite donc que quand l'automate a lu un mot en entier et qu'il est sur l'état pair, le mot est accepté. Pour faire cela, on va indiquer que l'état pair est l'état acceptant, et on le symbolise en ajoutant un cercle.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

Transitions

Etats acceptants

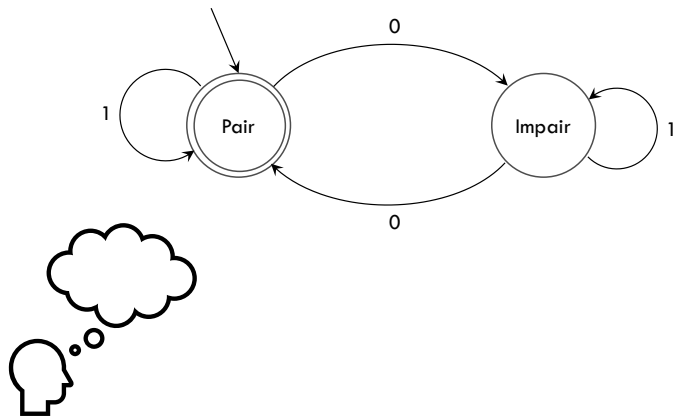
Etats de départ

AMÉLIE RÉGNAULT - L1 12

L'automate est presque terminé, il reste à déterminer l'état de départ.

On sait que lorsque l'automate n'a lu aucune lettre, il y a un nombre pair de zéros (0 étant pair). Notre automate commencera donc à l'état "Pair", et on l'indique en ajoutant une flèche vers cet état.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



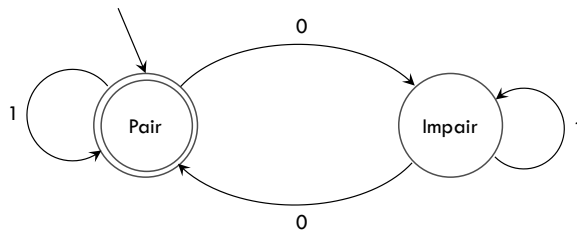
$\{0,1\}$

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 13

Sur cet automate, indiquer les éléments suivants :

- Un état
- Une transition
- L'alphabet
- L'état acceptant
- L'état de départ

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

Transitions

Etats acceptants

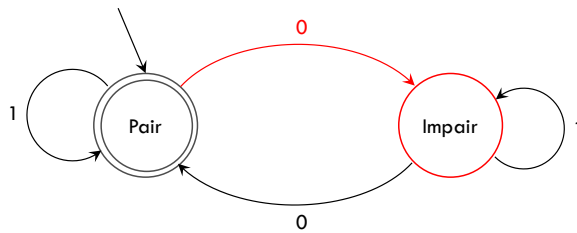
Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 14

Exécutons maintenant notre automate sur le premier mot.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

Etats acceptants

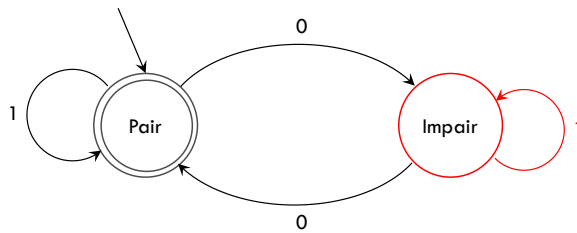
Etas de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 15

Au début, l'automate est dans l'état "Pair", il lit la première lettre du mot qui est un 0, il passe donc à l'état "Impair".

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

Etats acceptants

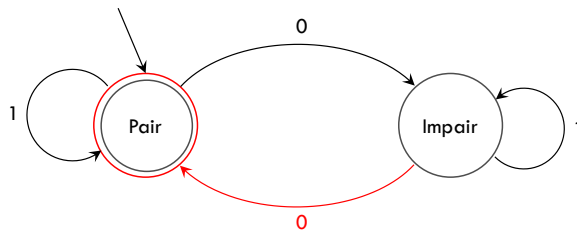
Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 16

Il lit ensuite un 1, qui le laisse dans l'état "Impair",

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

Etats acceptants

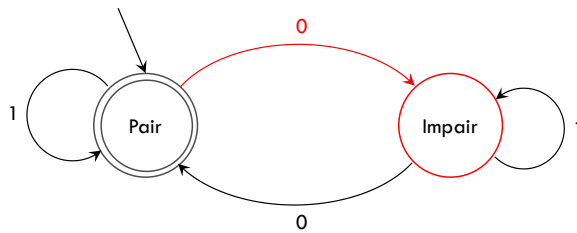
Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 17

puis un 0, il repasse dans l'état "Pair",

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

Etats acceptants

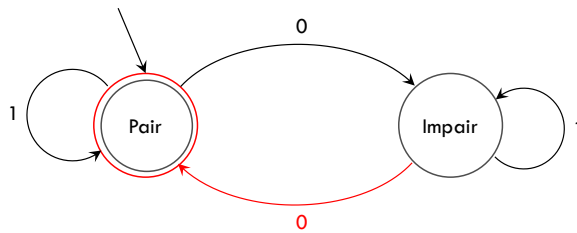
Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 18

encore un 0, il retourne à l'état "Impair"

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: {0,1}

Etats

Transitions

Etats acceptants

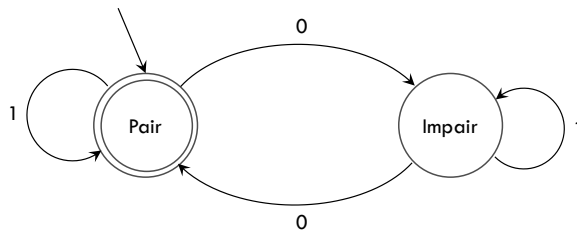
Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 19

et enfin un 0, il est finalement dans l'état "Pair", qui est l'état acceptant.
Le mot 01000 est accepté par l'automate.

Trouver un automate capable de reconnaître toutes les chaînes de caractères binaires ayant un nombre pair de 0.



Exemple 1 : 01000

Exemple 2 : 10001

Alphabet: $\{0,1\}$

Etats

Transitions

Etats acceptants

Etat de départ

Exécution

AMÉLIE RÉGNAULT - LI 20

Exécutez l'automate sur le deuxième mot. Par quels états successifs passe-t-il ?