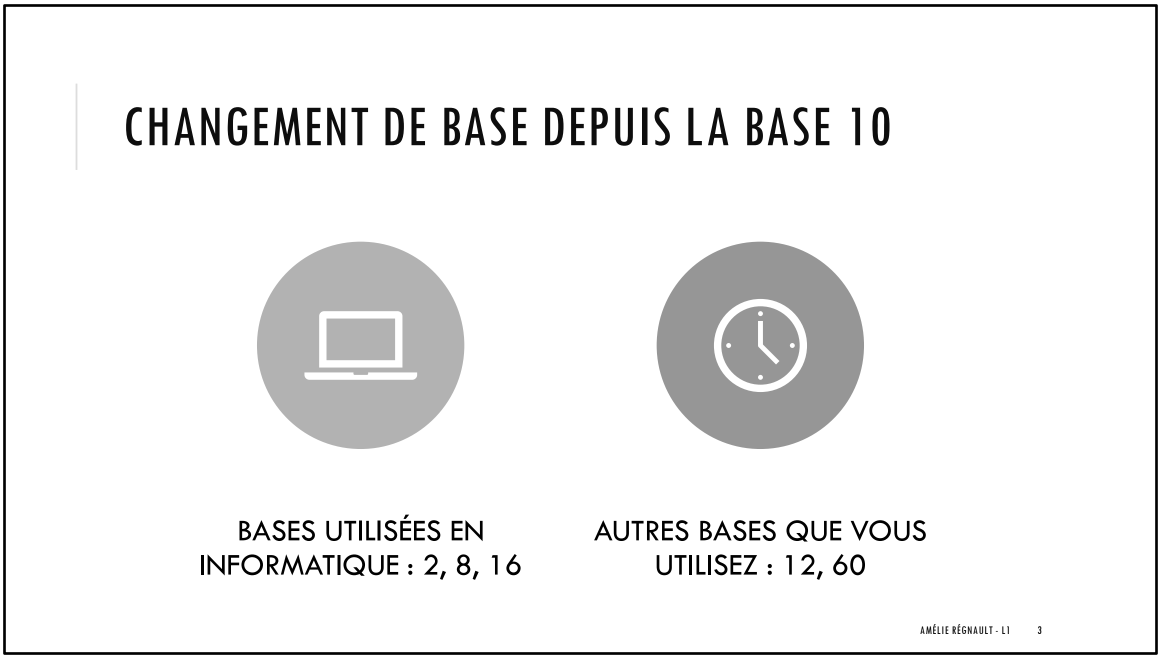


En informatique, il vous sera nécessaire de savoir comment transformer un nombre entier d'une base à une autre. Vous aurez l'occasion de les utiliser lors du cours d'architecture au deuxième semestre, mais elles sont également très utiles en réseau.

Pour cette vidéo, nous allons nous intéresser à comment passer d'une base décimale (celle que nous utilisons naturellement) à n'importe quelle autre base.
Même si, en informatique, on utilise principalement, les bases binaire (base 2), octale (base 8), décimale (base 10) et hexadécimale (base 16), on peut utiliser n'importe quelle base pour compter. D'ailleurs, vous le faites tous les jours quand vous regardez l'heure (base 12, base 60), ou que vous achetez des œufs ou des huitres (bon, ça ce n'est pas tous les jours, mais c'est bien vendu par 12). Les base 12 et 60 sont, en fait, un héritage des anciens systèmes de numération.

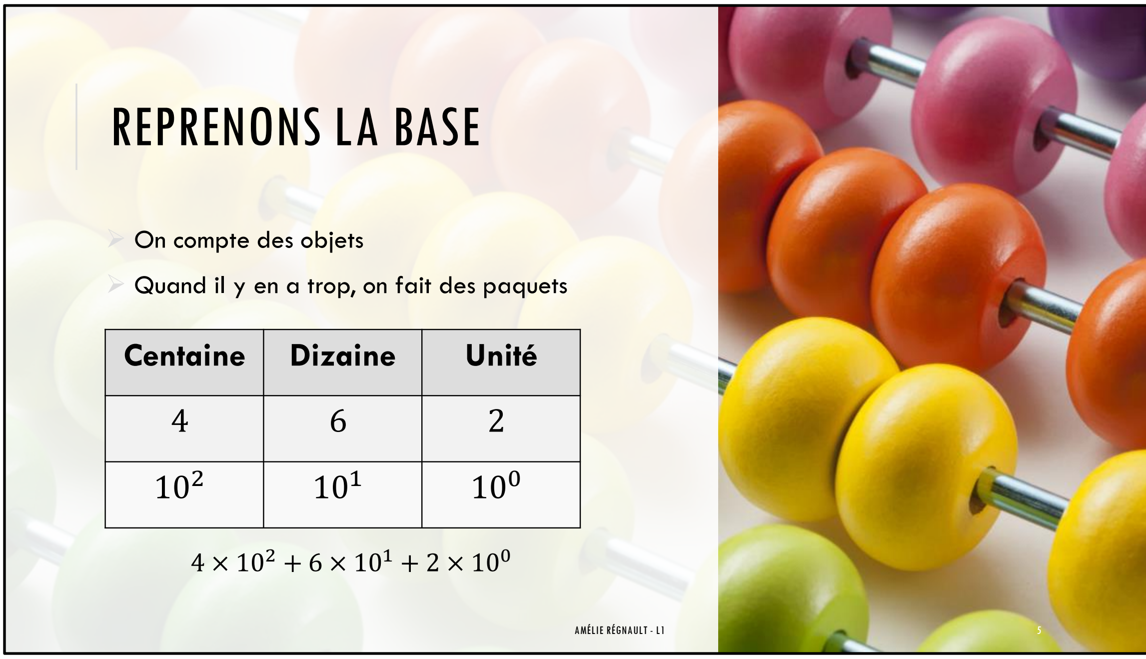
REPRENONS LA BASE

- On compte des objets
- Quand il y en a trop, on fait des paquets

Centaine	Dizaine	Unité
4	6	2

Pour comprendre comment faire un changement de base, nous allons revenir à la base, c'est le cas de le dire.

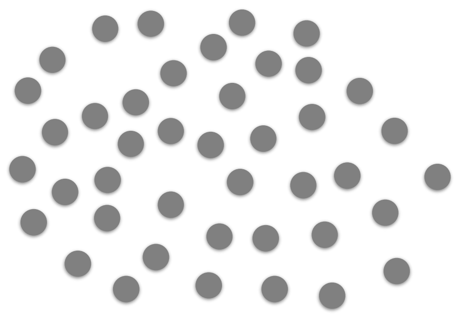
Souvenez-vous de vos cours de mathématiques de maternelle et de CP. Au début, on vous a appris à compter avec des bâtons ou des petits objets, puis on vous a expliqué
que quand il y avait 10 bâtons, cela faisait un paquet et c'est pour cela qu'il y avait deux chiffres,
le premier chiffre en partant de la droite correspondant aux unités et le second aux dizaines, et
quand vous aviez 10 paquets de 10 batôns, cela faisait 100. On ajoutait un chiffre à gauche pour les centaines.



Un peu plus tard, au collège, on vous a expliqué que 1, 10, 100, 1000, ... étaient les puissances 0, 1, 2, 3, ... de 10 respectivement, et on pouvait écrire, par exemple, 456 comme 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0, même si on n’écrit pas toujours la dernière puissance.

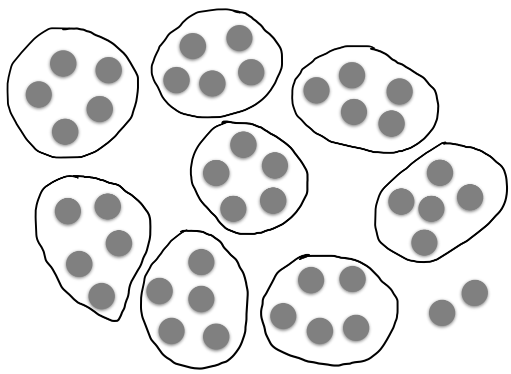
Eh bien! pour toutes les bases, c'est le même principe, si on a trop d’objets pour les compter dans la base, il faut en faire des paquets ces. Puis, on peut écrire le nombre sous forme d'une somme des produits d'un chiffre de la base par une puissance de la base.

TRANSFORMER 42 EN BASE 5



Prenons un exemple, pour y voir plus clair. Voici 42 billes, essayons de les compter en base 5 !

TRANSFORMER 42 EN BASE 5

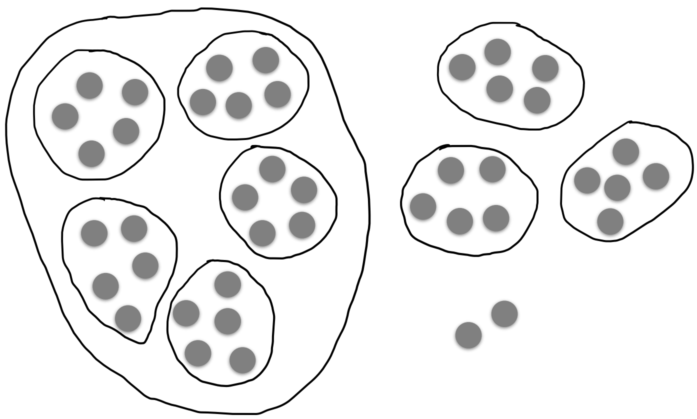


2 billes seules

8 paquets de 5 billes

J'ai alors 1 paquet de 5 paquets de 5 billes, et il me reste 3 paquets de 5 billes.
1 étant un chiffre de la base 5, je peux m'arrêter.

TRANSFORMER 42 EN BASE 5

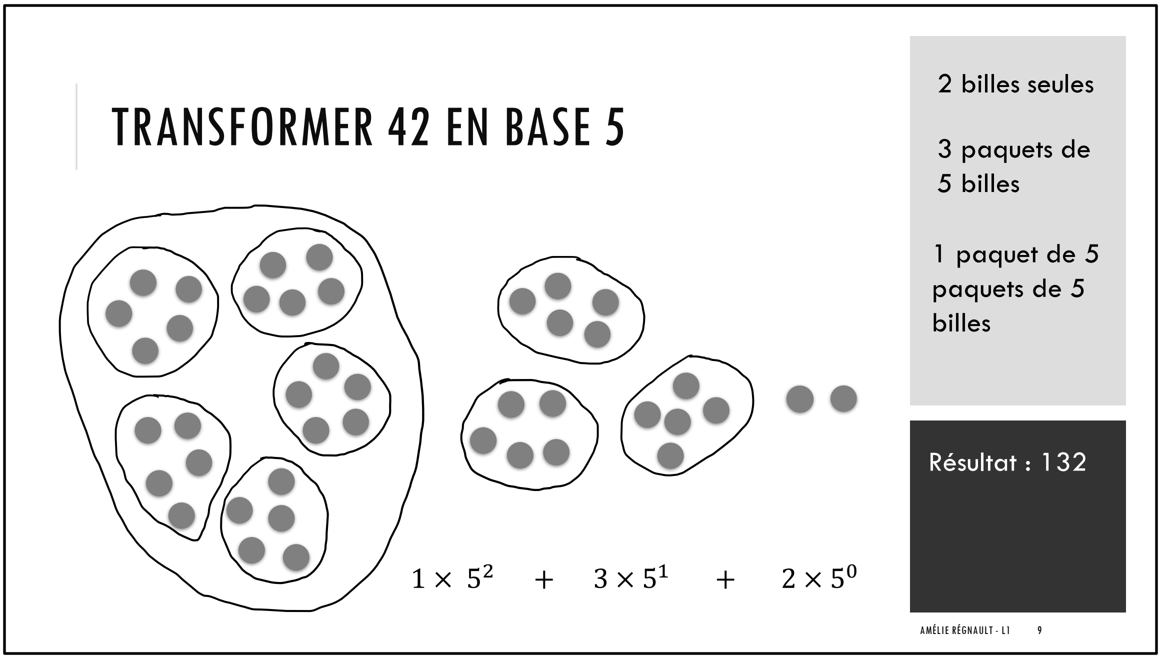


2 billes seules

3 paquets de 5 billes

1 paquet de 5 paquets de 5 billes

J'ai alors 1 paquet de 5 paquets de 5 billes, et il me reste 3 paquets de 5 billes.
1 étant un chiffre de la base 5, je peux m'arrêter.



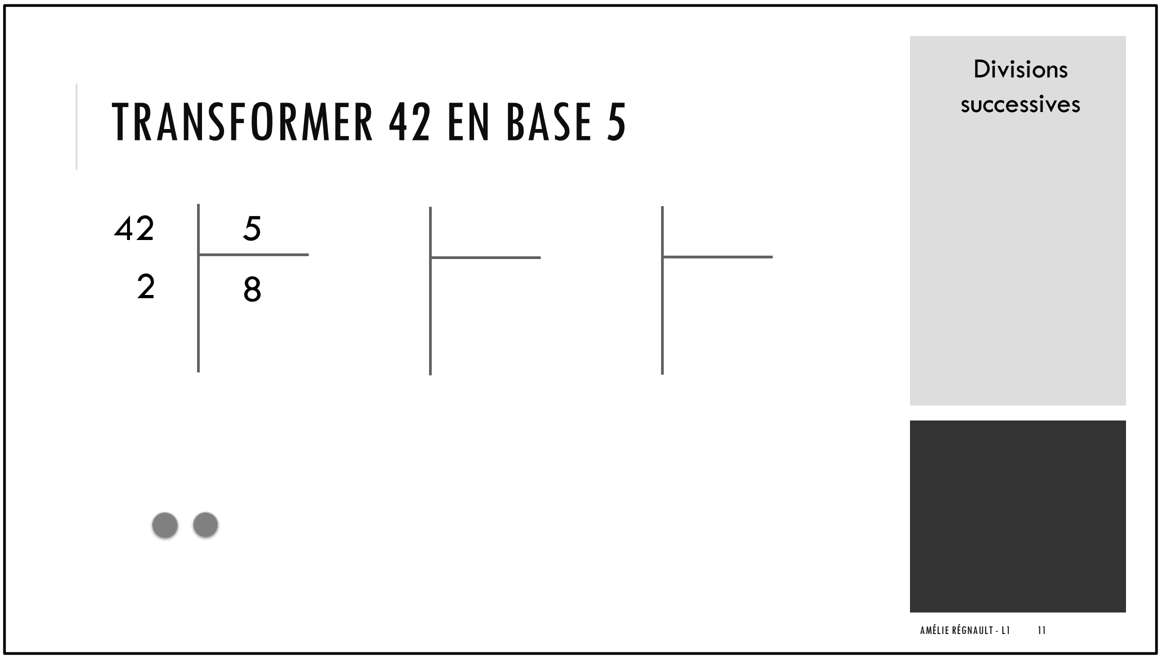
Voyons voir au final, ce que j'ai obtenu.
Un paquet de 5 paquets de 5 billes, soit un paquet de 5^2 billes, puis 3 paquets de 5 billes, soit 3 paquets de 5^1 billes et 2 billes, soit 2 "paquets" de 5^0 bille.

On retrouve bien le même principe que pour la base 10, et on trouve que 42 s'écrit 132 en base 5.

TRANSFORMER 42 EN BASE 5

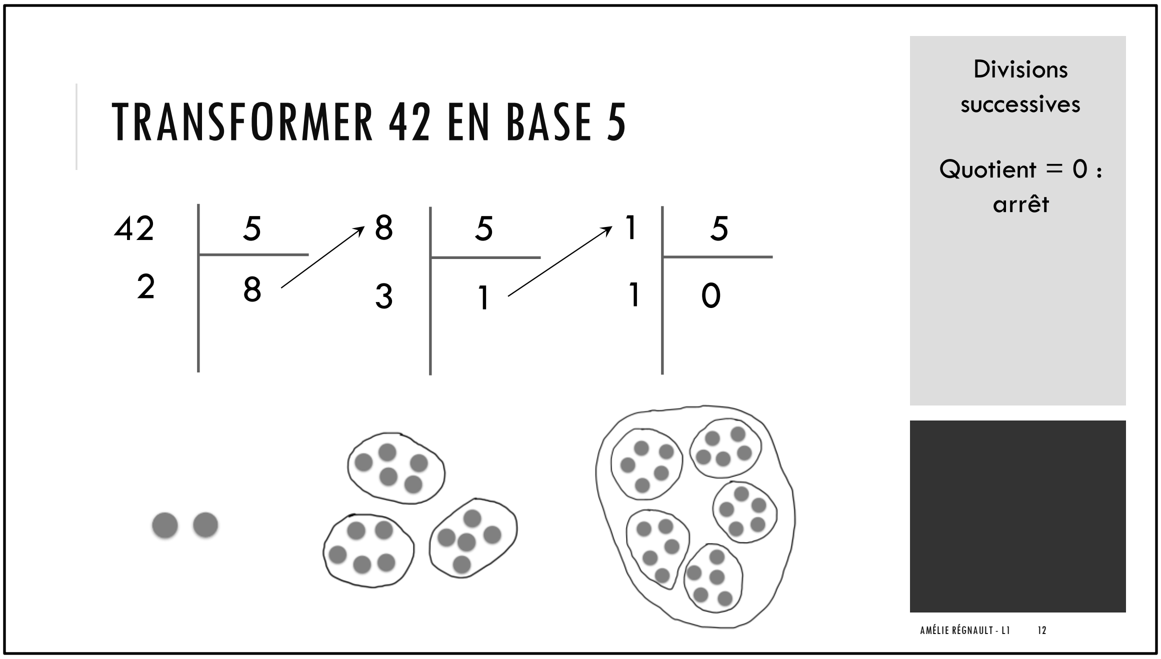
Il va maintenant nous falloir une méthode pour trouver ce résultat, qui soit exploitable. En effet, si je vous demande d'écrire le 1456 en base 5, vous n'allez pas dessiner 1456 bâtons ou billes pour ensuite, faire des paquets. Là encore, revenons à vos cours de maths en élémentaire. Faire des paquets avec des objets, cela revient à faire quelle opération mathématique ?

- addition
- soustraction
- multiplication
- division.



Oui, une division, et pour faire notre changement de base, nous allons également effectuer un ensemble de divisions successives.
Donc pour la base 5, on va diviser par 5.

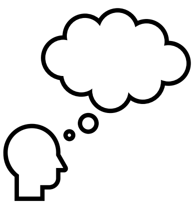
Reprenons le nombre 42, et faisons la division euclidienne par 5. On obtient 8, reste 2. Comme vu tout à l'heure, le 2 correspondra à nos unités, et il faut encore diviser 8, qui est trop grand pour la base 5.



La division euclidienne de 8 par 5 donne 1, et il reste 3. On fait une dernière division pour obtenir 0 comme quotient, ce qui
est la condition d'arrêt de la méthode, et on obtient un reste de 1.

TRANSFORMER 42 EN BASE 5

42	5	8	5	1	5
2	8	3	1	1	0



Divisions successives

Quotient = 0 : arrêt

Lecture résultat

Il ne reste plus qu'à lire le résultat. A votre avis, quel résultat obtient-on ?

- 132
- 231
- 810
- 018

TRANSFORMER 42 EN BASE 5

42	5	8	5	1	5
2	8	3	1	1	0

Divisions successives

Quotient = 0 : arrêt

Lecture résultat : restes à l'envers

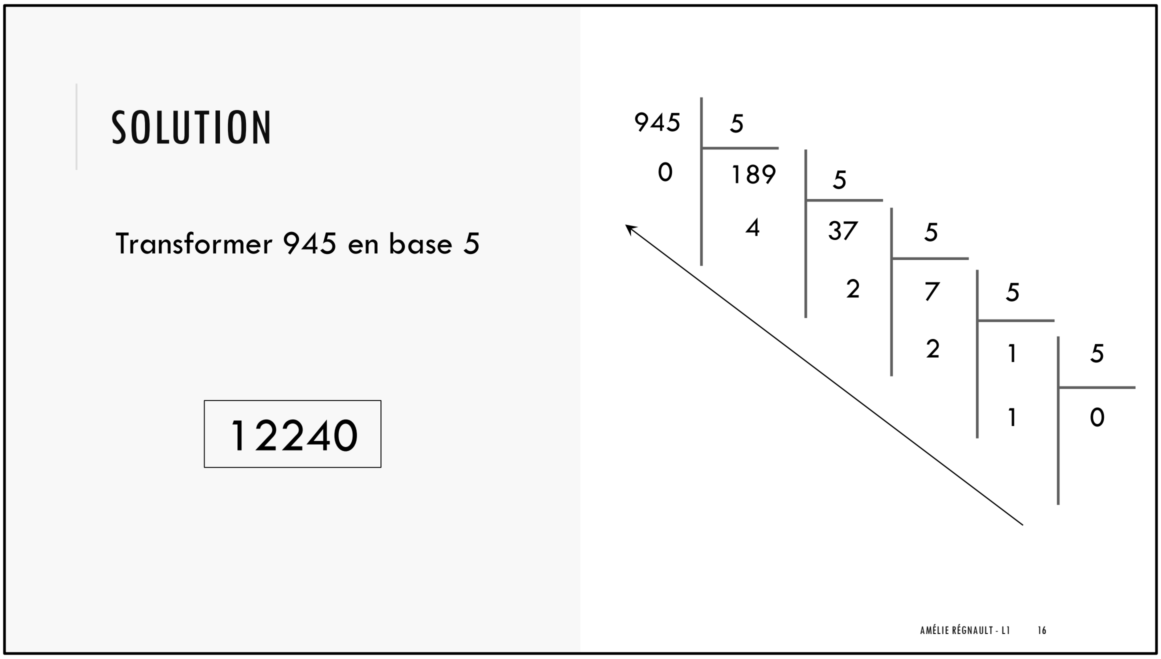
Résultat : 132

On obtient 132. Donc attention, il faut toujours lire les restes dans le sens inverse, en s'assurant
d'avoir effectuer des divisions jusqu'à obtenir un quotient de 0.

A VOUS !

Transformer 945 en base 5

Vous savez comment faire, essayer d'appliquer la méthode pour le nombre 945 et la base 5. Qu'obtenez-vous comme résultat ?



Voici les divisions successives à effectuer pour obtenir le résultat de 12240.

TRANSFORMER 42 EN BASE 2

42	2	21	2	10	2	5	2	2	2	1	2
0	21	1	10	0	5	1	2	0	1	1	0

Divisions successives

Quotient = 0 : arrêt

Lecture résultat : restes à l'envers

Résultat : 101010

Cette méthode s'applique bien sûr à la base 2, où les nombres ne peuvent s'écrire qu'avec des 0 et des 1.
Mais il existe une autre technique qui peut, dans certains cas, s'avérer avantageuse dans le cas de la
base 2.

PUISSANCES DE 2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048

Pour cela, il faut connaître par cœur les premières puissances de 2.

Dans tous les cas, je vous conseille de les apprendre par cœur, jusqu'à la puissance 11, vous en aurez souvent besoin cette année et durant le cursus d'informatique. Si vous avez un trou de mémoire et que vous connaissez une puissance de 2, vous pouvez trouver la suivante en multipliant par 2.

Si vous souhaitez les apprendre en jouant, faites quelques parties de "2048".

TRANSFORMER 42 EN BASE 2

$42 - 32 = 10$
$10 - 8 = 2$
$2 - 2 = 0$

$42 = 32 + 8 + 2$
$42 = 2^5 + 2^3 + 2^1$
$42 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

5	4	3	2	1	0
1	0	1	0	1	0

Décomposition en puissance de 2

Résultat : 101010

Ensuite, vous pouvez décomposer le nombre en puissance de 2. Si je reprends le nombre 42, la plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 42 est 32 (puissance 5). Je le mémorise et je retranche 32 à 42, il me reste 10. La plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 10 est 8 (puissance 3), je mémorise et je retranche 8 à 10. il me reste 2, qui est une puissance de 2.

j'ai donc 42 = 2^5 + 2^3 + 2^1.

Il ne reste plus qu'à faire un tableau (une fois habitué, le tableau ne sera plus nécessaire) dans lequel je mets les 6 premières puissances de 2 (n'oubliez pas le 0). et je place un 1 dans les cases correspondant à la décomposition et un 0 dans les autres cases.

C'est fini, le résultat est 101010.

A VOUS !

Décomposition du nombre 945 ?

Transformer le nombre 945 en base 2.

A vous de jouer, quelles puissances de 2 permettent de décomposer le nombre 945? Qu'obtient-on en
transformer le nombre 945 dans la base 2 ?

Voici, ce que vous devez trouver :

....

SOLUTION

Décomposition du nombre 945 ?

Transformer le nombre 945 en base 2.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1

945 – 512 = 433
433 – 256 = 177
177 – 128 = 49
49 – 32 = 17
17 – 16 = 1
1 – 1 = 0

Résultat : 1110110001

Voici, ce que vous devez trouver.