MS211 - Projeto II - Resolução Numérica de EDOs

Deve ser resolvido no computador (usar Python ou Matlab/Octave) e o código-fonte deve ser acompanhado de um **relatório em pdf** contendo as saídas do seu código e respostas a cada item abaixo e, se for solicitado, uma discussão acerca desse resultado.

A equação logística, estudada primeiramente por *Pierre-François Verhulst* em 1838, modela um cenário em que a taxa de crescimento populacional é proporcional à população existente e à quantidade de recursos disponíveis no meio. Desta forma, o crescimento da população não se dá de forma indefinida, mas está limitado a certas condições ambientais, ou seja, os indivíduos competem entre si por alimento e recursos necessários para a sobrevivência.

Seja $y(t)$ o número de indivíduos no instante t, então o crescimento populacional é representado pela equação diferencial ordinária

$$y'(t) = r\,y(t)\left(1 - \frac{y(t)}{K}\right),$$

em que r é a taxa de reprodução da população e K é a constante de capacidade do meio, que é o maior valor atingido pela população para o tempo tendendo ao infinito.

A solução analítica para este problema de valor inicial é dada por

$$y(t) = \frac{K\,y_0\,e^{r\,t}}{K + y_0\,(e^{r\,t} - 1)},$$

na qual y_0 é o número de indivíduos no instante inicial.

Tendo em vista essas informações, faça o que se pede:

a) Implemente um programa que utilize o método de Euler para obter a solução aproximada no intervalo de tempo $[0, 4]$. A princípio, utilize $r = 0.5$, $K = 10$, $h = 0.05$ e $y_0 = 1$. Compare com a solução analítica.

b) Utilize outros valores para h e para os outros parâmetros. A aproximação obtida pelo método de Euler ainda é boa?

c) Agora, implemente o método de Runge-Kutta de ordem 4 para encontrar a solução numérica da equação logística. Utilize os mesmos parâmetros do item a e depois teste para o intervalo de tempo $[0, 10]$.

d) Qual método utilizado foi mais condizente com a solução analítica?