Projeto Computacional 2 - MS211 - Turma H

Guilherme Rafael Nunes de Oliveira - RA 221050

Níckolas Abreu de Oliveira - RA 240578

a) O gráfico abaixo apresenta a comparação entre a solução numérica da equação logística obtida pelo método de Euler e a solução analítica exata, no intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = 4$, utilizando os seguintes parâmetros:

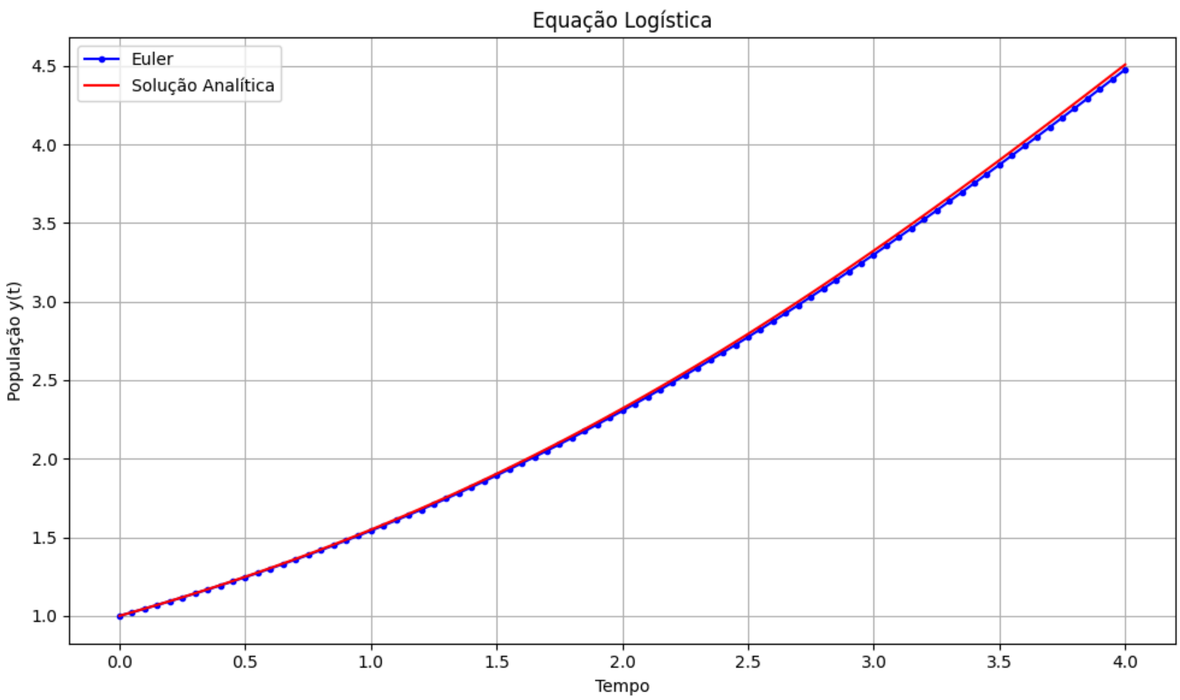
- Taxa de crescimento: $r = 0,5$
- Capacidade do meio: $K = 10$
- Condição inicial: $y_0 = 1$
- Passo de integração: $h = 0,05$

O método de Euler foi implementado diretamente com base na equação:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$$

e a função de derivada logística dada no enunciado.

A solução analítica foi utilizada como referência para validação dos resultados numéricos.



A partir do gráfico, é possível observar que a curva gerada pelo método de Euler acompanha de forma razoável a solução analítica ao longo de todo o intervalo. No entanto, já se nota um leve desvio à medida que o tempo avança, especialmente após $t = 3$, indicando que o método acumula erros com o tempo.

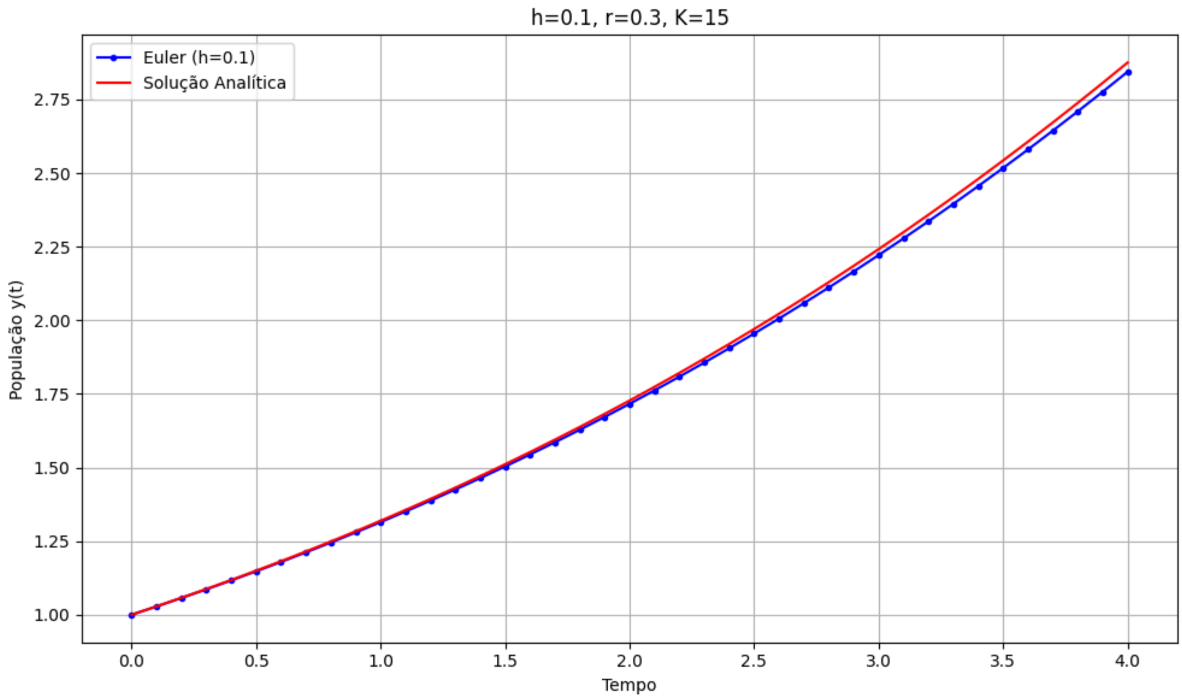
Mesmo assim, para o passo escolhido de $h = 0,05$, a aproximação ainda é adequada e visualmente próxima da solução real. Esse resultado mostra que o método de Euler é bom para esse tipo de equação, desde que o passo seja pequeno assim como o utilizado aqui.

b) Foram testadas três configurações diferentes dos parâmetros da equação logística:

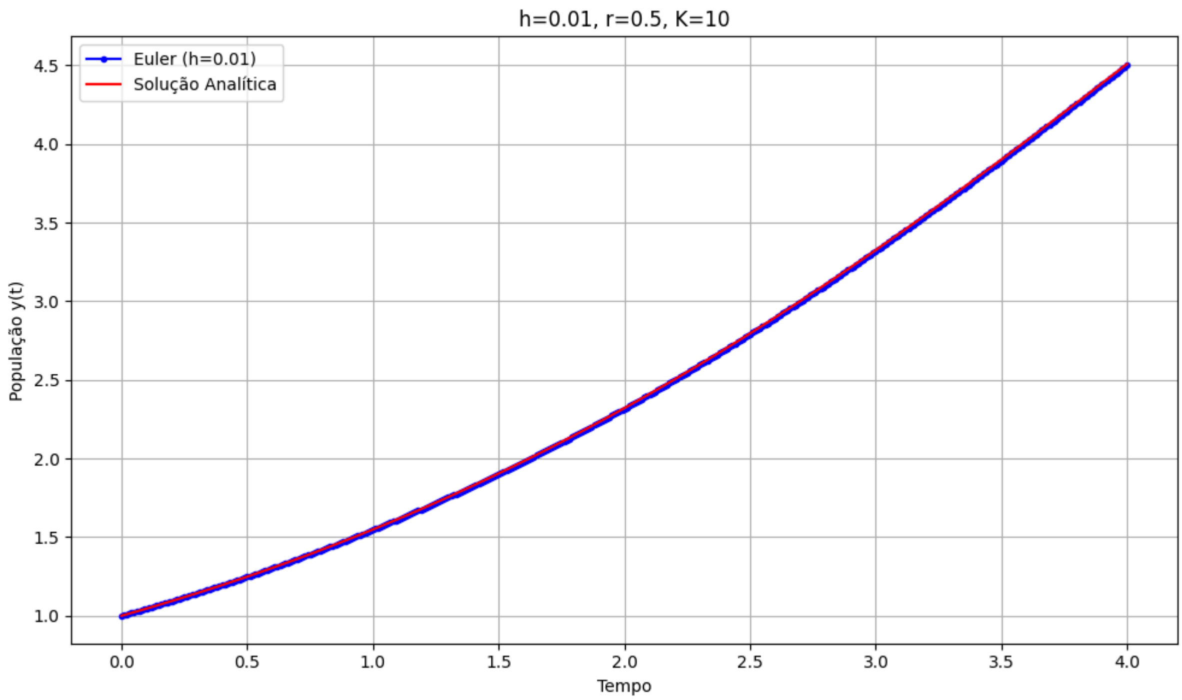
- $h = 0,1, r = 0,3$ e $K = 15$
- $h = 0,01, r = 0,5$ e $K = 10$
- $h = 0,2, r = 0,7$ e $K = 8$

Em cada caso, o método de Euler foi aplicado com os parâmetros indicados e os resultados foram comparados graficamente com a solução analítica correspondente.

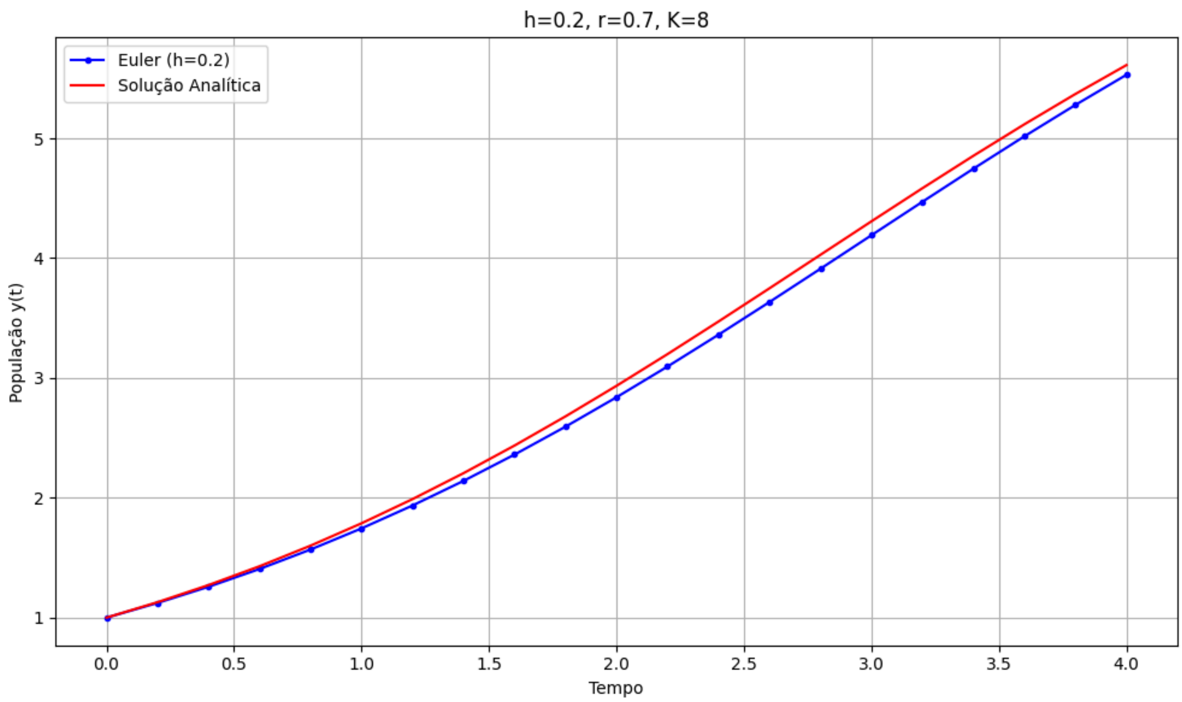
Os gráficos obtidos estão apresentados a seguir:



Com $h = 0,1$ ainda há boa concordância, embora com leve desvio em valores mais altos de t, o que é esperado, como já observado no item (a).



Para esse caso com passo pequeno $h = 0,01$, a solução de Euler acompanha a solução analítica de forma bastante precisa. Isso confirma que passos menores reduzem o erro acumulado.

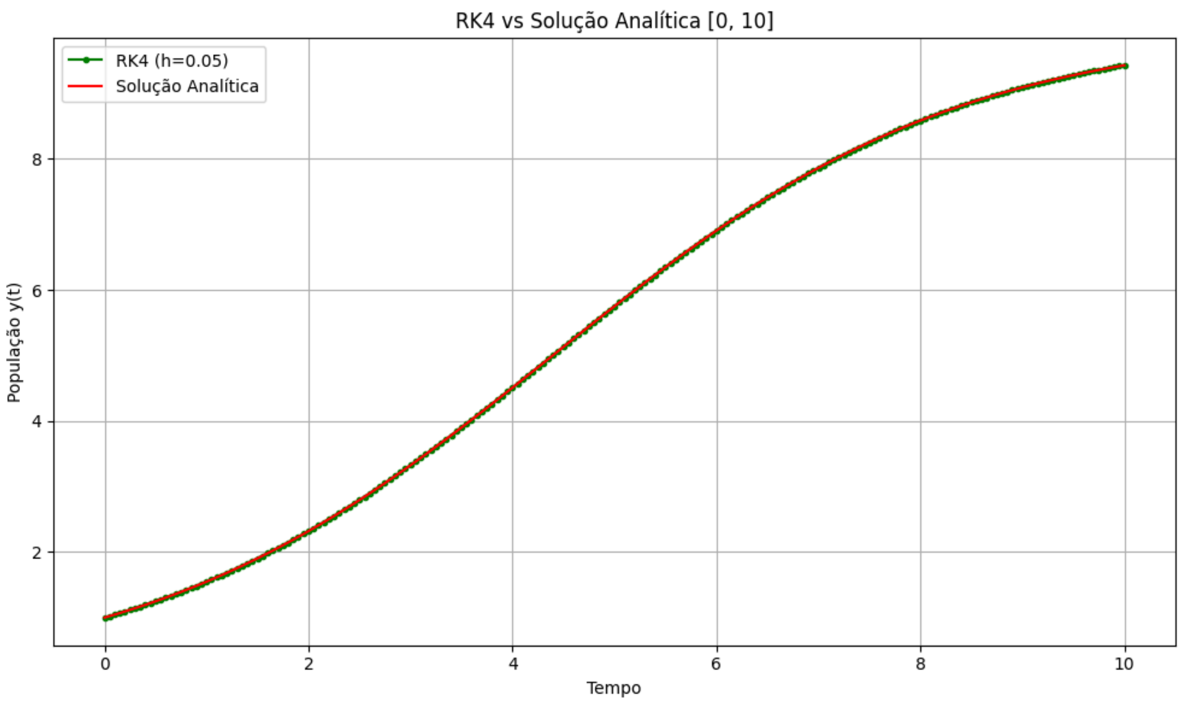


Já nesse última configuração com passo maior $h = 0,2$ e uma taxa de crescimento mais alta de $r = 0,7$, o desvio é mais evidente. O método de Euler, nesse caso, gera uma solução que se afasta consideravelmente da curva analítica, especialmente próximo a área de estabilização da população.

Esses resultados demonstram que a precisão depende fortemente da escolha do passo h e da dinâmica da equação modelada. Para problemas com crescimento rápido ou soluções sensíveis, passos menores são essenciais.

c) O método RK4 foi implementado com base nas fórmulas clássicas do método de quarta ordem, aplicando quatro estimativas intermediárias (k_1 a k_4) para cada passo temporal, de modo a aumentar significativamente a precisão.

A solução numérica gerada foi comparada com a solução analítica da equação logística no intervalo de $t = 0$ até $t = 10$, e os resultados foram plotados no gráfico abaixo:



O gráfico evidencia que o método de Runge-Kutta de 4ª ordem oferece uma aproximação extremamente precisa da solução analítica. Mesmo com um passo de $h = 0,05$, a curva obtida pelo RK4 praticamente coincide com a solução exata ao longo de todo o intervalo.

Essa precisão reforça que ele é capaz de atingir alta proximidade com passos relativamente maiores, ao contrário do método de Euler, que exige passos bem menores para manter o erro sob controle.

d) Com base nos gráficos e nas execuções dos métodos nos itens anteriores, observa-se:

- O método de Euler, embora simples e computacionalmente eficiente, apresenta limitações de precisão, especialmente para passos maiores e intervalos de tempo mais longos. Sua precisão melhora com a diminuição do passo h, mas isso exige maior esforço computacional (mais iterações).
- O método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) demonstrou excelente desempenho mesmo com o mesmo passo de Euler $h = 0,05$, apresentando curvas praticamente sobrepostas à solução analítica durante todo o intervalo de tempo até $t = 10$. Isso indica alta precisão e estabilidade numérica, mesmo em simulações mais longas.

Portanto, o método mais condizente com a solução analítica foi o Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4). Ele apresenta menor erro acumulado, maior fidelidade aos valores exatos, e permite o uso de passos relativamente maiores sem perda significativa de precisão.

Link do repositório remoto: https://github.com/guirafael/MS211-projeto2