

Introdução aos Vetores

- O que é um vetor ?
- Vectors em otimização.
- Uma aplicação útil em física

O que é um vetor?

Dois definições:

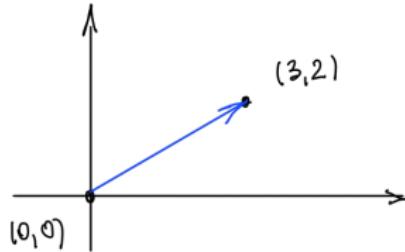
1. Uma quantidade especificada por uma magnitude e um sentido.
2. Uma lista unidimensional (geralmente de números).

Essas duas definições estão relacionadas:

θ que é um vetor?

Consideremos a lista unidimensional $3, 2$

Podemos representá-la graficamente como o segmento que liga o ponto $(0,0)$ ao ponto $(3,2)$:



a seta azul tem uma magnitude e um sentido.

Em três dimensões, considere o vetor $3, 2, 1$

Em n dimensões, x_1, x_2, \dots, x_n

Vetores em otimização

Em vez de usar a notação $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, que reservamos para pontos, representamos um vetor x por uma matriz coluna:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (\text{ou} \quad x^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n])$$

(matriz linha)

Uma aplicação em física

Distinguimos:

$$(4, -2) \text{ ponto}, \quad \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ vetor}$$

números são chamados de escalares.

Quando um objeto muda de posição, podemos expressar essa mudança na forma

$$\boxed{\text{Nova posição}} = \boxed{\text{antiga posição}} + \boxed{\text{escalar}} \cdot \boxed{\text{vetor}}$$

Uma aplicação em Física

Exemplo: Se um objeto na posição $(6, -1)$ for movido por um vetor $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ com um escalar 0,4

$$\text{nova posição} = (6, -1) + 0,4 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= (6, -1) + \begin{bmatrix} 0,8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{nova posição} = (6,8, 1)$$

Um escalar menor do que 1 reduz a magnitude, maior aumenta, com sinal negativo inverte o sentido

Exercícios

① Escreva cada um dos seguintes vetores como um ponto A, uma matriz coluna A e uma matriz linha A^T .

(a) 3, 4

(b) 5, -2, 8

(c) 6.1, 2.7, 0, 1.2, -4.9, 12.2

② Resolva para a quantidade desconhecida:

- (a) Posição antiga $(5, 3)$, vetor $\begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$, escalar 2.5
- (b) Posição antiga $(-1, -4)$, vetor $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, escalar 0.1
- (c) Posição antiga $(5, 0)$, vetor $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$, escalar -2
- (d) Nova posição $(4, 1)$, posição antiga $(3, -6)$, escalar 1
- (e) Nova posição $(3, -2)$, posição antiga $(4, 5)$, escalar 0.4
- (f) Nova posição $(5, 1)$, posição antiga $(3, 6)$, vetor $\begin{bmatrix} 4 \\ -10 \end{bmatrix}$
- (g) Nova posição $(-4, -2)$, vetor $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$, escalar 2 .

③ Explique porque o seguinte é impossível:

Nova posição $(5, 1)$, posição antiga $(3, 6)$, vetor $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

(4) Suponha que um objeto foi movido de $(6, -3)$ para $(5, -1)$. Você deseja mover-lo novamente na mesma direção mas apenas $\frac{1}{3}$ do deslocamento do primeiro movimento

- (a) Onde o objeto vai parar?
- (b) Formule sua resposta como um problema de vetores e escalares usando uma notação apropriada.