

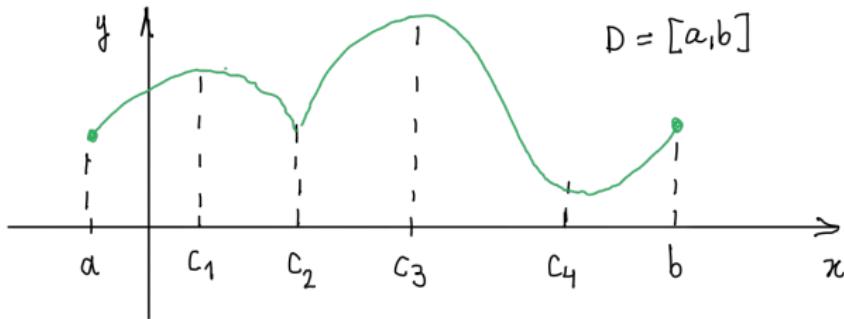
Máximos e Mínimos

- Vocabulário básico
- Teorema do valor extremo
- Método do intervalo fechado

Vocabulário básico (Stewart, Seção 4.1)

Funções $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $c \in D$

- $f(c)$ é o **valor máximo absoluto** (ou global) de f em D se $f(c) \geq f(x)$ para todo $x \in D$.
- $f(c)$ é o **valor mínimo absoluto** (ou global) de f em D se $f(c) \leq f(x)$ para todo $x \in D$.



Vocabulário básico

- $f(c)$ é um valor máximo local de f se $f(c) \geq f(x)$ para todo x em uma vizinhança de c .
- $f(c)$ é um valor mínimo local de f se $f(c) \leq f(x)$ para todo x em uma vizinhança de c .

Valores máximos e mínimos de f são chamados valores extremos de f .

Pontos c em que f atinge um valor máximo ou mínimo são chamados minimizadores ou maximizadores, resp.

Vocabulário básico

Otimizações significa tentar achar um valor máximo ou valor mínimo

Otimizações sem vínculos (ou ilimitadas) significa que não existem restrições sobre as variáveis da função.

Funções unimodais



Apenas um valor extremo

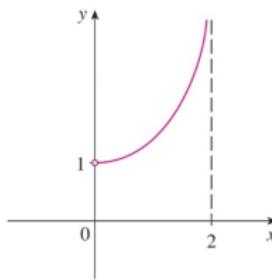
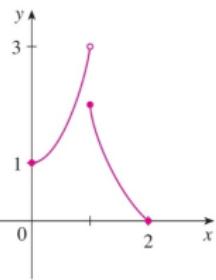
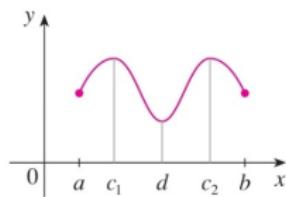
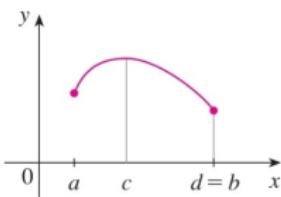
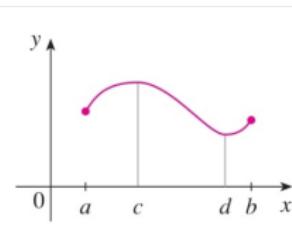
Funções multimodais



múltiplos valores extremos.

Teorema do valor extremo

Se f é contínua em um intervalo fechado $[a,b]$, então f atinge um valor máximo $f(c)$ e um valor mínimo $f(d)$ para $c, d \in [a,b]$.



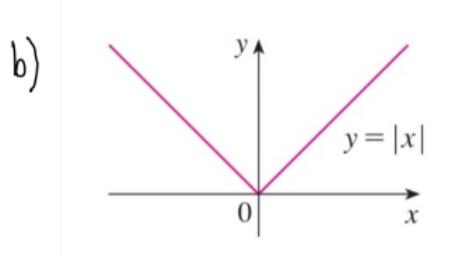
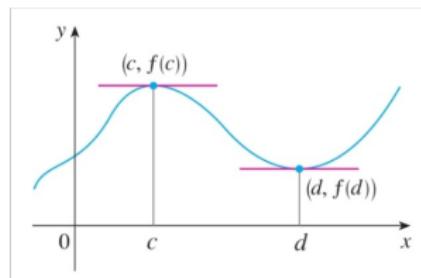
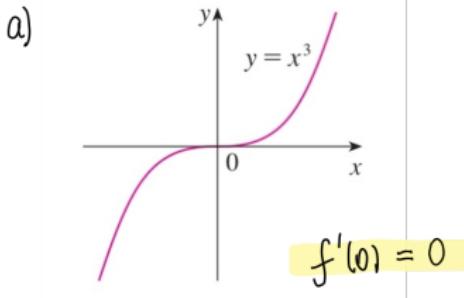
(Fonte: Stewart
Cálculo 1)

Se a função f for diferenciável

Teorema. Se f tem um máximo ou mínimo local em c , e se $f'(c)$ existe, então $f'(c) = 0$.

O enunciado recíproco é falso

Exemplos:



Candidatos a maximizadores ou minimizadores

- Pontos c tais que $f'(c) = 0$
(chamados pontos críticos de f)
- Pontos d que pertencem à fronteira do domínio de f .

Mais adiante: Critérios para decidir se um ponto crítico é maximizador ou minimizador local

Método do intervalo fechado

Para achar os valores máximo e mínimo absolutos de uma função contínua f em $[a, b]$:

1. Ache os valores de f nos pontos críticos de f em (a, b) .
2. Ache os valores de f na fronteira de $[a, b]$.
3. O maior e o menor dos valores obtidos em 1. e 2. são o máximo e mínimo absolutos de f .

Exercício 1. Implemente esse método no SageMath.
(podemos fazer algébricamente ou numericamente)