

Introdução aos Vetores

- O que é um vetor?
- Vetores em otimização.
- Uma aplicação útil em física

O que é um vetor?

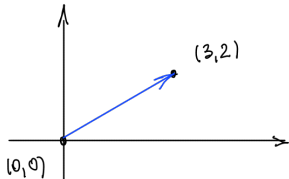
Duas definições:

1. Uma quantidade especificada por uma magnitude e um sentido.
2. Uma lista unidimensional (geralmente de números).

Essas duas definições estão relacionadas:

O que é um vetor?

Consideremos a lista unidimensional $3, 2$
Podemos representá-la graficamente como o seguinte
que liga o ponto $(0,0)$ ao ponto $(3,2)$:



A seta azul tem uma
magnitude e um sentido.

Em três dimensões, considere o vetor $3, 2, 1$

Em n dimensões, x_1, x_2, \dots, x_n

Vetores em otimização

Em vez de usar a notação $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,
que reservamos para pontos, representamos um vetor x
por uma matriz coluna:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \left(\text{ou } x^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \right)$$

(matriz linha)

Uma aplicação em física

Distinguímos:

$(4, -2)$ ponto, $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ vetor

números são chamados de escalares.

Quando um objeto muda de posição, podemos expressar essa mudança na forma

$$\boxed{\text{Nova posição}} = \boxed{\text{antiga posição}} + \boxed{\text{escalar}} \cdot \boxed{\text{vetor}}$$

Uma aplicação em Física

Exemplo: Se um objeto na posição $(6, -1)$ for movido por um vetor $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ com um escalar $0,4$

$$\text{nova posição} = (6, -1) + 0,4 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= (6, -1) + \begin{bmatrix} 0,8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{nova posição} = (6,8, 1)$$

Um escalar menor do que 1 reduz a magnitude, maior aumenta, com sinal negativo inverte o sentido

Exercícios

① Escreva cada um dos seguintes vetores como o um ponto A , uma matriz coluna A e uma matriz linha A^T .

(a) $3, 4$

(b) $5, -2, 8$

(c) $6.1, 2.7, 0, 1.2, -4.9, 12.2$

② Resolva para a quantidade desconhecida:

(a) Posição antiga $(5,3)$, vetor $\begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$, escalar 2.5

(b) Posição antiga $(-1,-4)$, vetor $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, escalar 0.1

(c) Posição antiga $(5,0)$, vetor $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$, escalar -2

(d) Nova posição $(4,1)$, posição antiga $(3,-6)$, escalar 1

(e) Nova posição $(3,-2)$, posição antiga $(4,5)$, escalar 0.4

(f) Nova posição $(5,1)$, posição antiga $(3,6)$, vetor $\begin{bmatrix} 4 \\ -10 \end{bmatrix}$

(g) Nova posição $(-4,-2)$, vetor $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$, escalar 2.

③ Explique porque o seguinte é impossível:

Nova posição $(5,1)$, posição antiga $(3,6)$, vetor $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

④ Suponha que um objeto foi movido de $(6, -3)$ para $(5, -1)$. Você deseja movê-lo novamente na mesma direção mas apenas $1/3$ do deslocamento do primeiro movimento

(a) Onde o objeto vai parar?

(b) Formule sua resposta como um problema de vetores e escalares usando uma notação apropriada.