2025119440

Lista 2 - Equivalências Proposicionais   Guilherme Soares Silva

1a) As proposições p e q são equivalentes se elas formam o mesmo valor verdade para as combinações de valores de suas variáveis proposicionais. $p \leftrightarrow q$ é uma tautologia, $p \equiv q$.

b) Ela é satisfazível quando pelo menos uma linha da sua tabela verdade resulta em verdadeiro. Caso não exista ao menos uma atribuição que a torne verdadeira ela é insatisfazível.

2 a) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

p	q	$(p \wedge q)$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Sim, $p \vee (p \wedge q)$ é equivalente a p.

b) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

p	q	$(p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

Sim, $p \wedge (p \vee q)$ é equivalente a p.

3a) $\neg(p \oplus q) \equiv p \leftrightarrow q$

$p \oplus q \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

$$\neg(p \oplus q) \equiv \neg[(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)]$$
$$\equiv \neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)$$
$$\equiv (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$
$$\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$$

Logo $\neg(p \oplus q) \equiv p \leftrightarrow q$

b) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r)$$
$$\equiv \neg p \vee \neg q \vee r$$
$$\equiv \neg(p \wedge q) \vee r$$
$$\equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

Logo $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

4. $(p \to q) \to r \not\equiv p \to (q \to r)$ supondo: $p = F$, $q = V$ e $r = F$

$p \to q = F \to V = V$

$q \to r = V \to F = F$

$(p \to q) \to r = V \to F = F$

$p \to (q \to r) = F \to F = V$

logo $(p \to q) \to r = F$ e $p \to (q \to r) = V$, assim: $F \neq V$

5. $(p \to q) \land (q \to r) \to (p \to r)$ é uma tautologia

$\boxed{T = V}$ verdadeiro

$p \to q \equiv \neg p \lor q$ $\quad q \to r \equiv \neg q \lor r$ $\quad p \to r \equiv \neg p \lor r$

$(\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r) \to (\neg p \lor r)$

$\neg((\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r)) \lor (\neg p \lor r)$

$\neg(\neg p \lor q) \lor \neg(\neg q \lor r) \lor (\neg p \lor r)$

$((\neg(\neg p) \land \neg q) \lor (\neg(\neg q) \land \neg r)) \lor (\neg p \lor r)$

$((p \land \neg q) \lor (q \land \neg r)) \lor (\neg p \lor r)$

$(p \land \neg q) \lor (q \land \neg r) \lor \neg p \lor r$

$((r \lor \neg q) \land (\neg q \lor \neg p)) \lor (q \land \neg r) \lor r$

$(T \land (\neg q \lor \neg p)) \lor (q \land \neg r) \lor r$

$(\neg q \lor \neg p) \lor (q \land \neg r) \lor r$

$(\neg q \lor (q \land \neg r)) \lor (\neg p \lor r)$

$((\neg q \lor q) \land (\neg q \lor \neg r)) \lor (\neg p \lor r)$

$(T \land (\neg q \lor \neg r)) \lor (\neg p \lor r)$

$(\neg q \lor \neg r) \lor (\neg p \lor r)$

$\neg p \lor \neg q \lor \neg r \lor r$

$\neg p \lor \neg q \lor T$ logo: T

É uma tautologia.

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$(p \to q) \land (q \to r)$	$p \to r$	$[(p \to q) \land (q \to r) \to (p \to r)]$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Através da tabela verdade foi mais fácil obter o resultado.

6.

p	q	$p \oplus q$	
V	V	F	
V	F	V	$p = V$ $q = F$ $(p \land \neg q)$
F	V	V	$p = F$ $q = V$ $(\neg p \land q)$
F	F	F	

$(p \land \neg q) \land (\neg p \land q)$

Dessa forma, $p \oplus q \equiv (p \land \neg q) \land (\neg p \land q)$

7. Exemplo: $(p \to q) \leftrightarrow r \equiv (p \land q \land r) \lor (p \land \neg q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land r) \lor (\neg p \land \neg q \land \neg r)$

A partir do exemplo podemos notar que os operadores $\{\neg, \lor, \land\}$ são funcionalmente completos, já que eles podem representar qualquer proposição.

8. a) $(p \lor q \lor \neg r) \land (p \lor \neg q \lor \neg r) \land (p \lor \neg r \lor \neg s) \land (\neg p \lor \neg q \lor \neg s) \land (p \lor q \lor \neg s)$

Se $p = T$ $\quad T \land T \land T \land (F \lor \neg q \lor \neg s) \land T$

Logo, se $p = T$, $q = F$, $s = F$ e $r = T$ a proposição é satisfazível.

b) $(\neg p \lor \neg q \lor r) \land (\neg p \lor q \lor \neg s) \land (p \lor \neg q \lor \neg s) \land (\neg p \lor \neg r \lor \neg s) \land (p \lor q \lor \neg r) \land (p \lor \neg r \lor \neg s)$

Se $p = F$ $\quad T \land T \land (p \lor \neg q \lor \neg s) \land T \land (p \lor q \lor \neg r) \land (p \lor \neg r \lor \neg s)$

Isso $(p \lor \neg q \lor \neg s) = T$ $\quad (p \lor q \lor \neg r) = T$ $\quad (p \lor \neg r \lor \neg s) = T$

Dessa forma, se $q = F$ ou $s = F$ e $q = T$ ou $r = F$

Se $q = T$ $\quad (\neg T \lor \neg s) \equiv (\neg s) \equiv T \Rightarrow s = F$

$(T \lor \neg r) \equiv T$

$(\neg r \lor \neg F) \equiv (\neg r \lor T) \equiv T$

Logo, se $p = F$, $q = T$ e $s = F$ a proposição é satisfazível.

9. Verificando a insatisfatibilidade de $\neg p$, então p será uma tautologia. Como $\neg p$ seja satisfazível, então p não é Tautologia.
Para isso basta:
1. Negar a proposição ($\neg p$)
2. Realizar o teste de satisfatibilidade de $\neg p$
3. Se $\neg p$ gerar uma contradição então p é uma tautologia, caso contrário, p não é uma tautologia.