

대기 과학

Atmospheric science

박 기 현

Copyright © 2017 Park, Kie-hyun

PUBLISHED BY 경기과학고등학교

WWW.GS.HS.KR

Licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License (the “License”). You may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>. Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an “AS IS” BASIS, WITHOUT WARRANTIES OR CONDITIONS OF ANY KIND, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

First printing, August 2017

Contents

chapter_head_1.pdf

I

대기 역학

제 1 Chapter 대기 역학

제 1 절 좌표계	7
1.1 좌표계1	7
1.2 좌표계2	8
1.3 각운동량 보존	9
1.4 Pressure gradient force	9
1.5 Gravity	10
1.6 회전계에서의 운동 방정식	11
1.7 직각 카테시안 좌표계에서의 운동 방정식	11
1.8 자연 좌표계	12
1.9 연습 문제	12

II

부록

Index

Bibliography

Books	23
-------	----

Articles	23
감사의 글	23
경력	23



대기 역학

1. 대기 역학

chapter_head_2.pdf

제 1 절 좌표계

1.1 좌표계1

관성계 : 절대 좌표계 (x, y, z)

비관성계 : 회전좌표계 (x', y', z') 극좌표 (r, θ, z)

$(x, y, z) \rightarrow (r, \theta, z)$ 에서

수평 방향은 정역학 평형 상태에 있으므로,

$$(x, y) \rightarrow (r, \theta)$$

$\mathbf{F} = F_x \hat{\mathbf{i}} + F_y \hat{\mathbf{j}}$ 에서 $F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$, $F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ 에서

$F_r = F_x \cos \theta + F_y \sin \theta$, $F_\theta = F_y \cos \theta - F_x \sin \theta$ 로 나타낼 수 있다.

$x = r \cos \theta$ 를 미분하면,

$$\frac{dx}{dt} = \cos \theta \frac{dr}{dt} - r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \text{ 이고,}$$

$$\text{이를 다시 미분하면, } \frac{d^2 x}{dt^2} = \cos \theta \frac{d^2 r}{dt^2} - \sin \theta \frac{dr}{dt} - \sin \theta \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} - r \cos \theta \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

같은 방법으로 $y = r \sin \theta$ 를 미분하면

$$\frac{dy}{dt} = \sin \theta \frac{dr}{dt} + r \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \text{ 이고,}$$

이를 다시 미분하면 $\frac{d^2t}{dt^2} = \sin \theta \frac{d^2r}{dt^2} + \cos \theta \frac{dr}{dt} + \cos \theta \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} - r \sin \theta \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 이다.

$$F_r = F_x \cos \theta + F_y \sin \theta = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \cos \theta + \frac{d^2y}{dt^2} \sin \theta \right)$$

$$F_\theta = F_y \cos \theta - F_x \sin \theta = m \left(\frac{d^2y}{dt^2} \cos \theta - \frac{d^2x}{dt^2} \sin \theta \right)$$

정리하면,

$$F_r = m \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \text{에 서, } -r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \rightarrow \text{Centrifugal force}$$

$$F_\theta = m \left[r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right] \text{에 서, } 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \text{Coriolis force}$$

1.2 좌표계2

$(x, y) \rightarrow (x', y')$

$\mathbf{F} = F_x \hat{\mathbf{i}} + F_y \hat{\mathbf{j}}$ 에 서 $F_x = m \frac{d^2x}{dt^2}$, $F_y = m \frac{d^2y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$$x' = x \cos \omega t + y \sin \omega t, y' = -x \sin \omega t + y \cos \omega t$$

$$\mathbf{F} = F_{x'} \hat{\mathbf{i}} + F_{y'} \hat{\mathbf{j}}$$

$$F_{x'} = F_x \cos \omega t + F_y \sin \omega t = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \cos \omega t + \frac{d^2y}{dt^2} \sin \omega t \right)$$

$$F_{y'} = -F_x \sin \omega t + F_y \cos \omega t = m \left(-\frac{d^2x}{dt^2} \sin \omega t + \frac{d^2y}{dt^2} \cos \omega t \right)$$

정리하면,

$$F_{x'} = m \left(\frac{d^2x}{dt^2} F_x - 2\omega \frac{dy}{dt} - 2\omega^2 x' \right)$$

$$F_{y'} = m \left(\frac{d^2y}{dt^2} F_x + 2\omega \frac{dx}{dt} - 2\omega^2 y' \right)$$

수정 요약...

$x' = x \cos \omega t + y \sin \omega t$ 을 미분하면,

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} \cos \omega t - x \sin \omega t + \frac{dy}{dt} \sin \omega t + y \cos \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \cos\theta \frac{d^2r}{dt^2} - \sin\theta \frac{dr}{dt} - \sin\theta \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} - r \cos\theta \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\frac{dy}{dt} = \sin\theta \frac{dr}{dt} + r \cos\theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \sin\theta \frac{d^2r}{dt^2} + \cos\theta \frac{dr}{dt} + \cos\theta \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} - r \sin\theta \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

여기까지 수정 요함...

1.3 각운동량 보존

$$\frac{d\theta}{dt} = \blacksquare$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = r \blacksquare = u_\theta$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r$$

$$\frac{d}{dt} r^2 \Omega = 2r \frac{dr}{dt} \blacksquare + r^2 \frac{d\Omega}{dt} = r \left(r \frac{d\Omega}{dt} + 2 \frac{dr}{dt} \blacksquare \right)$$

$$r F_\theta = m \frac{d}{dt} (r^2 \blacksquare)$$

$$r^2 \blacksquare = const$$

$$r(r \blacksquare) = r u_\theta = const$$

$$R_1 V_1 = R_2 V_2$$

1.4 Pressure gradient force

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz$$

x 방향

$$F_x = P \cdot \Delta y \cdot \Delta z - (P + \Delta P) \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$z = f(x, y)$$

$$y = b \rightarrow \text{고정}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x, b) - f(x, b)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{f(y + \Delta y, b) - f(y, b)}{\Delta y}$$

$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial T}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial T}{\partial z} \Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_y = -\Delta P \cdot \Delta z \cdot \Delta x = \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_z = -\Delta P \cdot \Delta x \cdot \Delta y = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\rho = \frac{m}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

$$\frac{F_x}{m} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\frac{F}{m} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} i + \frac{\partial P}{\partial y} j + \frac{\partial P}{\partial z} k \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla P$$

1.5 Gravity

1.6 회전계에서의 운동 방정식

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial T}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial T}{\partial z} \Delta z$$

이 식을 ΔT 로 나누고 0으로 극한을 취하면,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{Dx}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{Dy}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{Dz}{Dt}$$

$$\frac{Dx}{Dt} \equiv u, \frac{Dy}{Dt} \equiv v, \frac{Dz}{Dt} \equiv w, \text{라고 정의하면}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial T}{\partial t} + U \cdot \nabla T$$

여기에서 $U = iu + jv + kw$ 3차원 속도 벡터 이다.

회전계에서의 운동방정식을 유도하면,

$$\frac{DU}{Dt} = -2\boldsymbol{\omega} \times U - \frac{1}{\rho} \nabla p + g + F_r$$

와 같이 나타낼 수 있다.

1.7 직각 카테시안 좌표계에서의 운동 방정식

$$\frac{DU}{Dt} = -2\boldsymbol{\omega} \times U - \frac{1}{\rho} \nabla p + g + F_r \text{에서}$$

먼저 전향력 성분을 나누어 보면,

$$\omega_x = 0, \omega_y = \omega \cos \phi, \omega_z = \omega \sin \phi \text{ 이다.}$$

$$-2\boldsymbol{\omega} \times U = -2 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \omega \cos \phi & \omega \sin \phi \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$= -2 (2\omega w \cos \phi - 2\omega v \sin \phi) \mathbf{i} - 2\omega u \sin \phi \mathbf{j} + 2\omega u \cos \phi \mathbf{k}$$

로 나타낼 수 있다.

그리고 기압경도력을 나누어 보면,

$$\nabla p = \mathbf{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial p}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\text{중력은 } \mathbf{g} = -g\mathbf{k}$$

$$\text{마찰은 } F_r = \mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z$$

각 성분별로 운동방정식을 나타내면

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2\mathbf{v} \sin \phi - 2\mathbf{w} \cos \phi + F_x$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - 2\mathbf{u} \sin \phi + F_y$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2\mathbf{u} \cos \phi + F_z$$

x 성분에서 연직 전향력은 수평 전향력에 비해 매우 작은 값이므로, $-2\mathbf{w} \cos \phi$ 항을 무시할 수 있다.

z 성분의 전향력 $2\mathbf{u} \cos \phi$ 은 중력 g 에 비해 매우 작으므로 무시할 수 있다.

더구나 $\frac{Dw}{Dt}$ 의 크기는 더 작기 때문에 $2\mathbf{u} \sin \phi$ 를 f 로 두면 다음과 같이 간단히 할 수 있다.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2\mathbf{v} \sin \phi = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + fv$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - 2\mathbf{u} \sin \phi = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - fu$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g$$

1.8 자연 좌표계

자연 좌표계 (s, n, z)

t : 유체가 움직이는 방향에 평행인 방향

n : t 에 대하여 수직인 벡터이고 유체가 움직이는 방향의 왼쪽으로 향하는 방향이 + 방향임

k : 연직 방향

$$\mathbf{V} = V\mathbf{t}, \mathbf{V} = \frac{Ds}{Dt}$$

가속도 $\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{t} \frac{DV}{Dt} + V \frac{D\mathbf{t}}{Dt}$

1.9 연습 문제

1. (1)

각운동량 보존법칙은 $R_1 V_1 = R_2 V_2$

$V_1 = R_1 \Omega_1, V_2 = R_2 \Omega_2$ 이므로 $R_1^2 \Omega_1 = R_2^2 \Omega_2$

$1^2 \times 2 = 0.5^2 \times \Omega_2$ 에서 $\Omega_2 = 8 \text{ (rad s}^{-1}\text{)}$

회전 선속도는 $V_2 = 0.5 \times 8 = 4 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$

각운동량은 $L_2 = R_2 \times mV_2 = 0.5 \cdot 1 \cdot 4 = 2 \text{ (kg m s}^{-1}\text{)}$

1. (2)

구심가속력은 $-m R_2 \Omega_2^2 = -1 \cdot 0.5 \cdot 8 = -4 \text{ (kg m s}^{-1}\text{)}$

2.

북위 37.5° 의 자전 선속도는 $R_E \cdot \cos \phi \Omega = 6380000 \cdot 0.7934 \cdot 7.272 \times 10^{-5} = 368.11 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$
 절대 좌표계에서 이 바람을 관측한다면 자전 선속도와 바람의 방향이 같으므로
 $368.11 + 5 = 373.11 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$ 이다.

3.

전향력은

$2mv \sin \phi = 2 \cdot 65 \cdot 1000000 \div 3600 \cdot 7.272 \cdot 0.5 = 131300 \text{ (kg m s}^{-2} = \text{N)}$ 이다.

4.

지균풍의 풍속은

$$fv_g = -\rho \frac{\partial P}{\partial n}$$

$$\begin{aligned} v_g &= -\frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{2\Omega \sin \phi} \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} \\ &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{2 \cdot 7.272 \text{ (s}^{-1}) \cdot 0.5} \cdot \frac{200 \text{ (kg m s}^{-2} \text{m}^{-2})}{100000 \text{ (m)}} \\ &= -\frac{1}{\rho} \cdot 27.50 \text{ (kg m}^{-2} \text{s}^{-1}) \text{ 이다. 공기의 밀도를 } 1 \text{ kg m}^{-3} \text{ 이라고 가정하면,} \\ v_g &= -27.50 \text{ (m s}^{-1}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

부록

Index 17

Bibliography 23

Books

Articles

감사의 글

경력

Index

chapter_head_2.pdf

A 2-D Gridded Shallow Water Model, 55	관측자료 기입, 30
A Simple 1-D Ice Sheet Flow Model, 51	단열선도 사용 실례, 27
basemap, 14, 18	단열선도를 이용한 대기 안정도 분석, 28
Corollaries, 31	대기과학 기초, 9
Iterative Runaway Ice-Albedo Feedback Model, 47	목적, 9
Model Description, 57	빗방울의 낙하 속도, 23
Numpy, 14	일기도, 30
Paragraphs of Text, 9	일기도 그리기, 30
Propositions	일기도 모양의 지도 그리기, 38
Several Equations, 32	일기도 분석, 31
Python 기초, 13	지도 그리기, 37
Python 설치, 13	파이썬 라이브러리, 14
Python 소개, 12	
Theorems, 14	
Time-Stepping Naked Planet Model, 41	
과학 측정, 9	
관측과 측정, 9	

List of Tables

chapter_head_2.pdf

List of Figures

chapter_head_2.pdf

Bibliography

chapter_head_2.pdf

Books

Articles

정말 감사합니다.

- .