대기 과학

Atmospheric science

박 기 현

PUBLISHED BY 경기과학고등학교

WWW.GS.HS.KR

First printing, August 2017

Contents

chapter_head_1.pdf

I 대기 역학

제 1 Chapter대기 역학

제 1 절 좌표계 7

1.1 좌표계1 7
1.2 좌표계2 8
1.3 각운동량 보존 9
1.4 Pressure gradient force 9
1.5 Gravity 10
1.6 회전계에서의 운동 방정식 11
1.7 직각 카테시안 좌표계에서의 운동 방정식 11
1.8 자연 좌표계 12
1.9 연습 문제 13

II 부록

Index

Bibliography

Books 23

Articles **23**
감사의 글 **23**
경력 **23**

대기 역학

제 1 Chapter 대기 역학 7
제 1 절 좌표계

1. 대기 역학

chapter_head_2.pdf

제 1 절 좌표계

1.1 좌표계1

관성계 : 절대 좌표계 $(x,\ y,\ z)$
비관성계 : 회전좌표계 $(x',\ y',\ z')$ 극좌표 $(r,\ \theta,\ z)$

$(x,\ y,\ z) \to (r,\ \theta,\ z)$ 에서
수평 방향은 정역학 평형 상태에 있으므로,

$$(x,y) \to (r,\theta)$$

$\mathbf{F} = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}}$ 에서 $F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$(x,y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ 에서
$F_r = F_x\cos\theta + F_y\sin\theta$, $F_\theta = F_y\cos\theta - F_x\cos\theta$ 로 나타낼 수 있다.

$x = r\cos\theta$를 미분하면,
$\dfrac{dx}{dt} = \cos\theta\dfrac{dr}{dt} - r\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt}$ 이고,
이를 다시 미분하면, $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \cos\theta\dfrac{d^2r}{dt^2} - \sin\theta\dfrac{dr}{dt} - \sin\theta\dfrac{dr}{dt}\dfrac{d\theta}{dt} - r\cos\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
같은 방법으로 $y = r\sin\theta$ 를 미분하면
$\dfrac{dy}{dt} = \sin\theta\dfrac{dr}{dt} + r\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}$ 이고,

이를 다시 미분하면 $\dfrac{d^2t}{dt^2} = \sin\theta \dfrac{d^2r}{dt^2} + \cos\theta \dfrac{dr}{dt} + \cos\theta \dfrac{dr}{dt}\dfrac{d\theta}{dt} - r\sin\theta \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$이다.

$$F_r = F_x \cos\theta + F_y \sin\theta = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\theta + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\theta\right)$$

$$F_\theta = F_y \cos\theta - F_x \cos\theta = m\left(\frac{d^2y}{dt^2}\cos\theta - \frac{d^2x}{dt^2}\cos\theta\right)$$

정리하면,

$$F_r = m\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] \text{에서, } -r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \to \text{Centrifugal force}$$

$$F_\theta = m\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right] \text{에서, } 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} \to \text{Coriolis force}$$

1.2 좌표계2

$(x,\ y) \to (x',\ y')$

$\mathbf{F} = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}}$에서 $F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$x' = x\cos\omega t + y\sin\omega t$, $y' = -x\sin\omega t + y\cos\omega t$

$\mathbf{F} = F_{x'}\hat{\mathbf{i}} + F_{y'}\hat{\mathbf{j}}$

$$F_{x'} = F_x \cos\omega t + F_y \sin\omega t = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\omega t + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\omega t\right)$$

$$F_{y'} = -F_x \sin\omega t + F_y \cos\omega t = m\left(-\frac{d^2x}{dt^2}\sin\Omega t + \frac{d^2y}{dt^2}\cos\omega t\right)$$

정리하면,

$$F_{x'} = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}F_x - 2\omega\frac{dy}{dt} - 2\omega^2 x'\right)$$

$$F_{y'} = m\left(\frac{d^2y}{dt^2}F_x + 2\omega\frac{dx}{dt} - 2\omega^2 y'\right)$$

수정 요함...

$x' = x\cos\Omega t + y\sin\Omega t$ 을 미분하면,

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt}\cos\Omega t - x\sin\Omega t + \frac{dy}{dt}\sin\Omega t + y\cos\Omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \cos\theta\frac{d^2r}{dt^2} - \sin\theta\frac{dr}{dt} - \sin\theta\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - r\cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$y = r\sin\theta$

$$\frac{dy}{dt} = \sin\theta\frac{dr}{dt} + r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d^2t}{dt^2} = \sin\theta\frac{d^2r}{dt^2} + \cos\theta\frac{dr}{dt} + \cos\theta\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - r\sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

여기까지 수정 요함...

1.3 각운동량 보존

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega$$

$$r\frac{d\theta}{dt} = r\Omega = u_\theta$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r$$

$$\frac{d}{dt}r^2\Omega = 2r\frac{dr}{dt}\Omega + r^2\frac{d\Omega}{dt} = r\left(r\frac{d\Omega}{dt} + 2\frac{dr}{dt}\Omega\right)$$

$$rF_\theta = m\frac{d}{dt}\left(r^2\Omega\right)$$

$$r^2\Omega = const$$

$$r\left(r\Omega\right) = ru_\theta = const$$

$$R_1V_1 = R_2V_2$$

1.4 Pressure gradient force

$dV = dx \cdot dy \cdot dz$

x 방향

$$F_x = P \cdot \Delta y \cdot \Delta z - \left(P + \Delta P\right)\Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$z = f(x,y)$$

$y = b \rightarrow$ 고정

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x, b) - f(x,b)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{f(y+\Delta y, b) - f(y,b)}{\Delta y}$$

$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_y = -\Delta P \cdot \Delta z \cdot \Delta x = \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_z = -\Delta P \cdot \Delta x \cdot \Delta y = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\rho = \frac{m}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

$$\frac{F_x}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\frac{F}{m} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}i + \frac{\partial P}{\partial y}j + \frac{\partial P}{\partial z}k\right) = -\frac{1}{\rho}\nabla P$$

1.5 Gravity

1.6 회전계에서의 운동 방정식

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z$$

이 식을 ΔT로 나누고 0으로 극한을 취하면,

$$\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x}\frac{Dx}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{Dy}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{Dz}{Dt}$$

$\frac{Dx}{Dt} \equiv u$, $\frac{Dy}{Dt} \equiv v$, $\frac{Dz}{Dt} \equiv w$, 라고 정의하면

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{\partial T}{\partial t} + U \cdot \nabla T$$

여기에서 $U = iu + jv + kw$ 3차원 속도 벡터 이다.

회전계에서의 운동방정식을 유도하면,

$$\frac{DU}{Dt} = -2\Omega \times U - \frac{1}{\rho}\nabla p + g + F_r$$

와 같이 나타낼 수 있다.

1.7 직각 카테시안 좌표계에서의 운동 방정식

$\frac{DU}{Dt} = -2\Omega \times U - \frac{1}{\rho}\nabla p + g + F_r$ 에서

먼저 전향력 성분을 나누어 보면,

$\Omega_x = 0$, $\Omega_y = \Omega\cos\phi$, $\Omega_z = \Omega\sin\phi$ 이다.

$$-2\Omega \times U = -2\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \Omega\cos\phi & \Omega\sin\phi \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

$$= -(2\Omega w\cos\phi - 2\Omega v\sin\phi)\,\mathbf{i} - 2\Omega u\sin\phi\,\mathbf{j} + 2\Omega u\cos\phi\,\mathbf{k}$$

로 나타낼 수 있다.

그리고 기압경도력을 나누어 보면,

$$\nabla p = \mathbf{i}\frac{\partial P}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial P}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial P}{\partial z}$$

중력은 $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$

마찰은 $F_r = \mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z$

각 성분별로 운동방정식을 나타내면

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + 2\Omega v\sin\phi - 2\Omega w\cos\phi + F_x$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - 2\Omega u\sin\phi + F_y$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + 2\Omega u\cos\phi + F_z$$

x 성분에서 연직 전향력은 수평 전향력에 비해 매우 작은 값이므로, $-2\Omega w\cos\phi$ 항을 무시할 수 있다.
z 성분의 전향력 $2\Omega u\cos\phi$ 은 중력 g에 비해 매우 작으므로 무시할 수 있다.
더구나 $\frac{Dw}{Dt}$의 크기는 더 작기 때문에 $2\Omega\sin\phi$를 f로 두면 다음과 같이 간단히 할 수 있다.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + 2\Omega v\sin\phi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + fv$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - 2\Omega u\sin\phi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - fu$$

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} - g$$

1.8 자연 좌표계

자연 좌표계 $(s,\ n,\ z)$

t : 유체가 움직이는 방향에 평행인 방향
n : t에 대하여 수직인 벡터이고 유체가 움직이는 방향의 왼쪽으로 향하는 방향이 + 방향임
k : 연직 방향

$$\mathbf{V} = V\mathbf{t},\ \mathbf{V} = \frac{Ds}{Dt}$$

가속도 $\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{t}\frac{DV}{Dt} + V\frac{D\mathbf{t}}{Dt}$

$\Delta\psi = \frac{\Delta s}{R}$ 이고, $\Delta\psi\,|\,\mathbf{t}\,| = \Delta\psi\ \cdot 1 = |\,\Delta\mathbf{t}\,|$ 이다.
여기서 R은 고기 덩이의 운동을 따르면서 측정한 곡률 반지름이며, 곡률의 중심이 $+n$ 방향에 놓여 있을 때 $+$로 정한다. $\Delta\mathbf{t}$가 n에 평행한 방향이므로 $\Delta s \to 0$일 경우

$$\frac{D\mathbf{t}}{Ds} = \frac{\mathbf{n}}{R}$$

$$\frac{D\mathbf{t}}{Dt} = \frac{D\mathbf{t}}{Ds}\frac{Ds}{Dt} = \frac{\mathbf{n}}{R}V$$

$$\therefore \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{t}\frac{DV}{Dt} + V\frac{D\mathbf{t}}{Dt} = \mathbf{t}\frac{DV}{Dt} + \mathbf{n}\frac{V^2}{R}$$

전향력은 $-fV\mathbf{n}$ 이고, 기압 경도력은 $-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial s}\mathbf{t} + \frac{\partial P}{\partial n}\mathbf{n}\right)$ 이므로

$$\frac{DV}{Dt}\mathbf{t} + \frac{V^2}{R}\mathbf{n} = -fV\mathbf{n} - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial s}\mathbf{t} + \frac{\partial P}{\partial n}\mathbf{n}\right)$$

이 벡터 식을 s와 n 방향의 성분으로 나타내면,

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial s}$$

$$\frac{V^2}{R} + fV = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial n}$$

등압선에 평행한 운동을 할 경우

$$\frac{\partial P}{\partial s} = 0 \rightarrow \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

따라서 속력은 일정함을 알 수 있다.

1.9 연습 문제

1. (1)
각운동량 보존법칙은 $R_1\,V_1 = R_2\,V_2$
$V_1 = R_1\,\Omega_1, V_2 = R_2\,\Omega_2$ 이므로 $R_1{}^2\,\Omega_1 = R_2{}^2\,\Omega_2$
$1^2 \times 2 = 0.5^2 \times \Omega_2$ 에서 $\Omega_2 = 8\,(\mathrm{rad\ s^{-1}})$
회전 선속도는 $V_2 = 0.5 \times 8 = 4\,(\mathrm{m\ s^{-1}})$
각운동량은 $L_2 = R_2 \times mV_2 = 0.5 \cdot 1 \cdot 4 = 2\,(\mathrm{kg\ m\ s^{-1}})$

1. (2)
구심가속력은 $-m\,R_2\,\Omega_2{}^2 = -1 \cdot 0.5 \cdot 8 = -4\,(\mathrm{kg\ m\ s^{-1}})$

2.

북위 37.5°의 자전 선속도는 $R_E \cdot \cos\phi\Omega = 6380000 \cdot 0.7934 \cdot 7.272 \times 10^{-5} = 368.10\,(\mathrm{m\ s^{-1}})$
절대 좌표계에서 이 바람을 관측한다면 자전 선속도와 바람의 방향이 같으므로
$368.10 + 5 = 373.10\,(\mathrm{m\ s^{-1}})$ 이다.

3.

전향력은
$2mv\Omega\sin\phi = \ 2\cdot 65\cdot 1000000 \div 3600\cdot 7.272\times 10^{-5}\cdot 0.5 = 1.313\left(\mathrm{kg\ m\ s^{-2}} = \mathrm{N}\right)$이다.

4.

지균풍의 풍속은

$$fv_g = -\rho\frac{\partial P}{\partial n}$$

$$v_g = -\frac{1}{f}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{2\Omega\sin\phi}\cdot\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial n}$$
$$= -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{1}{2\cdot 7.272\times 10^{-5}\,(\mathrm{s^{-1}})\cdot 0.5}\cdot\frac{200\left(\mathrm{kg\ m\ s^{-2}m^{-2}}\right)}{100000\,(\mathrm{m})}$$
$= -\frac{1}{\rho}\cdot 27.50\left(\mathrm{kg\ m^{-2}\ s^{-1}}\right)$이다.
공기의 밀도를 $1\mathrm{kg\ m^{-3}}$이라고 가정하면,
$v_g = -27.50\left(\mathrm{m\ s^{-1}}\right)$이다.

5.

$$\frac{V^2}{R} + fV = 0$$
$$R = -\frac{V}{f} = -\frac{V}{2\Omega\sin\phi} = -\frac{10}{2\cdot 7.272\times 10^{-5}\cdot 0.5} = 1.375\times 10^5\,(\mathrm{m})$$

부록

Index 17

Bibliography 23

Books

Articles

감사의 글

경력

Index

chapter_head_2.pdf

A 2-D Gridded Shallow Water Model, 55
A Simple 1-D Ice Sheet Flow Model, 51

basemap, 14, 18

Corollaries, 31

Iterative Runaway Ice-Albedo Feedback Model, 47

Model Description, 57

Numpy, 14

Paragraphs of Text, 9
Propositions
    Several Equations, 32
Python 기초, 13
Python 설치, 13
Python 소개, 12

Theorems, 14
Time-Stepping Naked Planet Model, 41

과학 측정, 9
관측과 측정, 9
관측자료 기입, 30

단열선도 사용 실례, 27
단열선도를 이용한 대기 안정도 분석, 28
대기과학 기초, 9
목적, 9
빗방울의 낙하 속도, 23

일기도, 30
일기도 그리기, 30
일기도 모양의 지도 그리기, 38
일기도 분석, 31
지도 그리기, 37

파이썬 라이브러리, 14

List of Tables

chapter_head_2.pdf

List of Figures

chapter_head_2.pdf

Bibliography

chapter_head_2.pdf

Books

Articles

정말 감사합니다.

- .