대기과학 실험

Atmospheric science experiments

박 기 현

PUBLISHED BY 경기과학고등학교

WWW.GS.HS.KR

First printing, August 2017

Contents

chapter_head_1.pdf

대기 역학

1. 대기 역학

chapter_head_2.pdf

제 1 절 좌표계

1.1 좌표계1

관성계 : 절대 좌표계 $(x,\ y,\ z)$
비관성계 : 회전좌표계 $(x',\ y',\ z')$ 극좌표 $(r,\ \theta,\ z)$

$(x,\ y,\ z) \to (r,\ \theta,\ z)$ 에서
수평 방향은 정역학 평형 상태에 있으므로,

$$(x,y) \to (r,\theta)$$

$\overrightarrow{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ 에서 $F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$(x,y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ 에서
$F_r = F_x\cos\theta + F_y\sin\theta$, $F_\theta = F_y\cos\theta - F_x\cos\theta$ 로 나타낼 수 있다.

$x = r\cos\theta$를 미분하면,
$\dfrac{dx}{dt} = \cos\theta\dfrac{dr}{dt} - r\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt}$ 이고,
이를 다시 미분하면, $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \cos\theta\dfrac{d^2r}{dt^2} - \sin\theta\dfrac{dr}{dt} - \sin\theta\dfrac{dr}{dt}\dfrac{d\theta}{dt} - r\cos\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
같은 방법으로 $y = r\sin\theta$ 를 미분하면
$\dfrac{dy}{dt} = \sin\theta\dfrac{dr}{dt} + r\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}$ 이고,

이를 다시 미분하면 $\frac{d^2t}{dt^2} = \sin\theta\frac{d^2r}{dt^2} + \cos\theta\frac{dr}{dt} + \cos\theta\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - r\sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$이다.

$$F_r = F_x\cos\theta + F_y\sin\theta = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\theta + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\theta\right)$$

$$F_\theta = F_y\cos\theta - F_x\cos\theta = m\left(\frac{d^2y}{dt^2}\cos\theta - \frac{d^2x}{dt^2}\cos\theta\right)$$

정리하면,

$$F_r = m\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\text{에서}, -r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \to \text{Centrifugal force}$$

$$F_\theta = m\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]\text{에서}, 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} \to \text{Coriolis force}$$

1.2 좌표계2

$(x,\ y) \to (x',\ y')$

$\overrightarrow{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$에서 $F_x = m\frac{d^2x}{dt^2}, F_y = m\frac{d^2y}{dt^2}$ 라고 할 수 있다.

$x' = x\cos\Omega$ t + y $\sin\Omega$ t, y$' = -x\sin\Omega$ t + y $\cos\Omega$ t

$$\overrightarrow{F} = F_{x'}\hat{i} + F_{y'}\hat{j}$$

$$F_{x'} = F_x\cos\Omega \text{ t + F}_y\sin\Omega \text{ t = m } \left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\Omega \text{ t + } \frac{d^2y}{dt^2}\sin\Omega \text{ t}\right.$$

$$F_{y'} = -F_x\sin\Omega \text{ t + F}_y\cos\Omega \text{ t = m } \left(-\frac{d^2x}{dt^2}\sin\Omega \text{ t + } \frac{d^2y}{dt^2}\cos\Omega \text{ t}\right.$$

정리하면,

$$F_{x'} = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}F_x - 2\Omega\ \frac{dy}{dt} - 2\Omega^2x'\right.$$

$$F_{y'} = m\left(\frac{d^2y}{dt^2}F_x + 2\Omega\ \frac{dx}{dt} - 2\Omega^2y'\right.$$

수정 요함...

$x' = x\cos\Omega$ t + y $\sin\Omega$ tDXt,

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt}\cos\Omega \text{ t - x } \sin\Omega \text{ t + } \frac{dy}{dt}\sin\Omega \text{ t + y } \cos\Omega \text{ t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \cos\theta\frac{d^2r}{dt^2} - \sin\theta\frac{dr}{dt} - \sin\theta\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - r\cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$y = r\sin\theta$

$$\frac{dy}{dt} = \sin\theta\frac{dr}{dt} + r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d^2t}{dt^2} = \sin\theta\frac{d^2r}{dt^2} + \cos\theta\frac{dr}{dt} + \cos\theta\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} - r\sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

여기까지 수정 요함...

1.3 각운동량 보존

$\frac{d\theta}{dt} = \Omega$

$$r\frac{d\theta}{dt} = r\Omega = \mathrm{u}_\theta$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r$$

$$\frac{d}{dt}r^2\Omega = 2r\frac{dr}{dt}\Omega + \mathrm{r}^2\frac{d\Omega}{dt} = r\left(r\frac{d\Omega}{dt} + 2\frac{dr}{dt}\Omega\right.$$

$$rF_\theta = m\frac{d}{dt}\left(r^2\Omega\right.$$

$$r^2\Omega = \mathrm{const}$$

$$r\left(r\Omega = ru_\theta = const\right.$$

$$R_1v_1 = R_2v_2$$

1.4 Pressure gradient force

$dV = dx \cdot dy \cdot dz$

x 방향

$$F_x = P\cdot\Delta y\cdot\Delta z - (P+\Delta P)\Delta y\cdot\Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$z = f(x,y)$$

$y = b \rightarrow$ 고정

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x, b) - f(x,b)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{f(y+\Delta y, b) - f(y,b)}{\Delta y}$$

$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z$$

$$F_x = -\Delta P \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_y = -\Delta P \cdot \Delta z \cdot \Delta x = \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$F_z = -\Delta P \cdot \Delta x \cdot \Delta y = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\rho = \frac{m}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

$$\frac{F_x}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\frac{F}{m} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}i + \frac{\partial P}{\partial y}j + \frac{\partial P}{\partial z}k\right) = -\frac{1}{\rho}\nabla P$$

1.5 Gravity

1.6 회전계에서의 운동 방정식

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial T}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial T}{\partial z}\Delta z$$

이 식을 ΔT로 나누고 0으로 극한을 취하면,

$$\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x}\frac{Dx}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{Dy}{Dt} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{Dz}{Dt}$$

$\frac{Dx}{Dt} \equiv u$, $\frac{Dy}{Dt} \equiv v$, $\frac{Dz}{Dt} \equiv w$, 라고 정의하면

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{\partial T}{\partial t} + U \cdot \nabla T$$

여기에서 $U = iu + jv + kw$ 3차원 속도 벡터 이다.

회전계에서의 운동방정식을 유도하면,

$$\frac{DU}{Dt} = -2\Omega \times U - \frac{1}{\rho}\nabla p + g + F_r$$

와 같이 나타낼 수 있다.

1.7 직각 카테시안 좌표계에서의 운동 방정식

$$\frac{DU}{Dt} = -2\Omega \times U - \frac{1}{\rho}\nabla p + g + F_r \text{ 에서}$$

먼저 전향력 성분을 나누어 보면,

$\Omega_x = 0$, $\Omega_y = \Omega \cos\phi$, $\Omega_z = \blacksquare \sin\phi$ 이다.

$$-2\Omega \times U = -2\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \Omega\cos\phi & \Omega\sin\phi \\ u & v & w \end{vmatrix} = -2\,(2\,\Omega\ \mathrm{w}\cos\phi - 2\Omega\ \mathrm{v}\sin\phi\, i - 2\Omega\ \mathrm{u}\sin\phi\, j + 2\Omega\ \mathrm{u}\cos\phi\, k$$

로 나타낼 수 있다.

그리고 기압경도력을 나누어 보면,

$$\nabla p = i\frac{\partial P}{\partial x} + j\frac{\partial P}{\partial y} + k\frac{\partial P}{\partial z}$$

중력은 $g = -gk$

부록

Index

chapter_head_2.pdf

List of Tables

chapter_head_2.pdf

List of Figures

chapter_head_2.pdf

Bibliography

chapter_head_2.pdf

Books

Articles

정말 감사합니다.

- .