Guilherme Cunha

Cap 1

1.(a) (P Q ∨ P10.000)
Essa concatenação não é uma fórmula.

(b) (P ∧ Q) → ((Q ↔ P) ∨ ¬¬R)
Essa concatenação é uma fórmula.

(c) ¬¬P
Essa concatenação é uma fórmula.

(d) ∨Q
Essa concatenação não é uma fórmula.

(e) (P ∧ Q) → ((Q ↔ ¬R))
Essa concatenação é uma fórmula.

Portanto, as fórmulas da Lógica Proposicional são as concatenações (b), (c) e (e).

2.(a) Não, não existe fórmula sem símbolo de pontuação na Lógica Proposicional. A pontuação é essencial para indicar a estrutura e a organização das fórmulas, como a precedência dos conectivos e a separação entre proposições.

(b) O alfabeto da Lógica Proposicional possui cinco tipos de símbolos: proposições, conectivos lógicos, parênteses, colchetes e chaves. Os símbolos das proposições são letras maiúsculas, como p, q, r, s, etc. Os conectivos lógicos são: negação (¬), conjunção (∧), disjunção (∨), condicional (→) e bicondicional (↔). Os símbolos dos parênteses são "(" e ")", dos colchetes são "[" e "]" e das chaves são "{" e "}".

(c) Não, não é possível ter uma fórmula da Lógica Proposicional com algum conectivo, mas sem símbolo de pontuação. Os conectivos lógicos precisam ser combinados com parênteses para indicar a precedência e a organização das proposições. Se não houver símbolos de pontuação, a fórmula seria ambígua e poderia ser interpretada de diferentes formas.

3.(a) Comprimento: 11 símbolos.

Subfórmulas:

(¬¬P ∨ Q)
(P → Q)
((¬¬P ∨ Q) ↔ (P → Q))
P

(b) Comprimento: 13 símbolos.

Subfórmulas:

(Q → R)
(P → R)
((Q → R) → (P → R))
(P → ((Q → R) → ((P → R) → (P → R))))
P → ((Q → R) → ((P → R) → (P → R)))

(c) Comprimento: 9 símbolos.

Subfórmulas:

(P → ¬P)
(¬P)
((P → ¬P) ↔ ¬P)
((P → ¬P) ↔ ¬P) ∨ Q

(d) Comprimento: 5 símbolos.

Subfórmulas:

(P → ¬P)
¬(P → ¬P)

4.(a) (¬¬P ↔ ¬¬¬¬P ∧ P)

(b) (¬P → Q ∨ R) ↔ (P ∧ Q ↔ ¬¬R ∨ ¬P)

(c) P ∨ Q → P → ¬Q

5.(a) É possível obter a fórmula da Lógica Proposicional: (P ∨ ¬Q) → (R ↔ ¬R).

(b) É possível obter a fórmula da Lógica Proposicional: Q → (¬P ∧ Q).

(c) É possível obter a fórmula da Lógica Proposicional: (¬P ∨ Q) ↔ Q.

(d) Não é possível obter uma fórmula da Lógica Proposicional com essa concatenação de símbolos, pois a concatenação "P¬¬R" não é correta. Para formar uma fórmula, é necessário usar um conectivo lógico para unir proposições, como P ∧ ¬¬R.

6.(a)

Exercício 3:
((P ¬¬ Q ∨ ↔ →) ∧ P

Notação polonesa:
∧ ↔ ∨ ¬¬ P Q → P

Exercício 4:

(a) ((¬(¬P)) ↔ ((¬((¬(¬(P ∨ Q))) → R)) ∧ P))
Notação polonesa: ↔ ¬ ¬ P ∧ ¬ → ¬ ¬ ∨ P Q ¬ R ∧ P

(b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$
Notação polonesa: $\leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R \neg P$

(c) $((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$
Notação polonesa: $\rightarrow \vee P Q \rightarrow P \neg Q$

(b)

As sequências de símbolos que são fórmulas da Lógica Proposicional utilizando notação polonesa são:

$\vee \rightarrow P Q \leftrightarrow R \rightarrow \vee P Q \neg S$
Notação convencional: $((P \vee \neg Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (P \vee Q \neg S)$

$\rightarrow\leftrightarrow P Q\vee \rightarrow P Q \rightarrow \neg RR$
Notação convencional: $(P \rightarrow (Q \leftrightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg R \rightarrow R)$

$\rightarrow \neg P\neg QR \vee \vee P Q \vee \neg R\neg P$
Notação convencional: $(\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge R)) \vee ((P \vee Q) \vee (\neg R \wedge \neg P))$

$\leftrightarrow\rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R\neg P$
Notação convencional: $((\neg P \vee Q) \rightarrow R) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee \neg\neg(R \wedge \neg P))$

7.(a) Não é possível encontrar uma fórmula H, da Lógica Proposicional, escrita na notação convencional que corresponda a duas fórmulas diferentes escritas na notação polonesa. Isso ocorre porque a notação polonesa é uma notação unívoca, ou seja, a partir de uma sequência de símbolos na notação polonesa é possível determinar única e inequivocamente a fórmula correspondente, sem ambiguidade. Por outro lado, na notação convencional, a ordem dos símbolos pode levar a diferentes interpretações, o que impossibilita que uma mesma sequência de símbolos corresponda a duas fórmulas diferentes.

(b) Também não é possível encontrar uma fórmula H escrita na notação polonesa que corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Proposicional escritas na notação convencional. Isso ocorre porque a notação polonesa é equivalente à notação convencional, ou seja, toda fórmula da Lógica Proposicional escrita em uma notação pode ser escrita na outra, e vice-versa, sem perda de informação. Dessa forma, se uma sequência de símbolos na notação polonesa corresponde a uma fórmula na notação convencional, não há outra fórmula da notação convencional que corresponda a essa sequência na notação polonesa.

8.Respostas 5:
(a) $P \neg Q R \rightarrow \neg R \leftrightarrow$
(b) $Q P\neg \wedge Q \rightarrow$
(c) $\neg P Q \vee Q \leftrightarrow$
(d) $\neg\neg P Q \rightarrow \leftrightarrow P P\neg\neg R \wedge$

Respostas 6:
(a) $\neg\neg P Q \vee \leftrightarrow P Q \rightarrow \leftrightarrow \wedge$P10.000
(b) $P \neg Q \neg\neg R \vee \leftrightarrow Q \rightarrow \wedge P Q \rightarrow \neg R$

(c) P ¬P → ↔ ¬P Q ∨ ↔
(d) P ¬ → ¬¬Q ↔ ¬R ∧ ¬P ∨ Q →

9. A paridade do número de símbolos de pontuação em uma fórmula da Lógica Proposicional sempre será par. Isso ocorre porque cada símbolo de pontuação, como parênteses, vírgulas ou pontos, é utilizado em pares, um para abrir e outro para fechar uma subfórmula. Portanto, a quantidade total de símbolos de pontuação deve ser um número par.

10.(a) A paridade de comp[H] será sempre ímpar, pois a fórmula H não contém o conectivo ¬ e, portanto, não há um número par de negações a serem aplicadas.

(b) A relação entre comp[H] e o número de conectivos de H depende do tipo de conectivos presentes em H. Para os conectivos binários (ou seja, que possuem dois argumentos), como ∧, ∨, → e ↔, cada vez que um desses conectivos é aplicado, o número de componentes da fórmula é reduzido em 1. Por exemplo, se H contém n conectivos binários, então comp[H] será igual a n + 1.

Já para os conectivos unários, como ¬, cada vez que é aplicado, o número de componentes da fórmula é mantido ou aumentado em 1, dependendo de onde o conectivo é aplicado. Por exemplo, se H contém m negações, então comp[H] será igual a 2m + 1 se a negação é aplicada no começo da fórmula, ou comp[H] será igual a 2m + 2 se a negação é aplicada dentro da fórmula.

Portanto, para fórmulas sem o conectivo ¬, o número de componentes da fórmula será sempre um número ímpar, e o número de conectivos binários presentes em H pode ser calculado subtraindo-se 1 do número de componentes da fórmula e dividindo o resultado por 2.

Cap 2

1. a) true é um símbolo sintático, que pertence ao alfabeto da Lógica Proposicional e T é um símbolo semântico. c) → é um conectivo, que pertence ao alfabeto da Lógica Proposicional e ⇒ é um símbolo da metalinguagem. Observe, portanto, que ⇒ não pertence à linguagem da Lógica Proposicional.

2. Sintaxe e semântica são duas noções fundamentais na lógica e em outras áreas da matemática. A sintaxe está relacionada à estrutura formal das fórmulas, ou seja, a maneira como os símbolos podem ser combinados de acordo com as regras da linguagem. Por exemplo, a sintaxe da lógica proposicional nos diz quais são os conectivos permitidos, como eles podem ser combinados com as proposições e com outros conectivos, e como as fórmulas devem ser escritas.

Já a semântica se refere ao significado das fórmulas, ou seja, a maneira como as fórmulas se relacionam com a realidade que elas representam. Na lógica proposicional, a semântica está relacionada à atribuição de valores verdadeiro ou falso às proposições e à determinação do valor verdadeiro ou falso das fórmulas a partir desses valores.

Assim, a diferença entre sintaxe e semântica é fundamental, pois a sintaxe diz respeito à maneira como as fórmulas são escritas, enquanto a semântica está relacionada ao significado das fórmulas e à sua interpretação. Embora a sintaxe seja importante para garantir que as fórmulas sejam escritas de maneira consistente e coerente, é a semântica que permite que as fórmulas sejam utilizadas para representar e raciocinar sobre a realidade.

4. a) Não temos a possibilidade: I[P] = T e I[Q] = F . b) I[Q] = T c) I[H] = T d) Nada podemos concluir a respeito de I[Q]? e) I[H] = F

5. a) I[(¬P ∨ Q) ↔ (P → Q)] = T e nada podemos concluir a respeito de J[Q] e J[R].

6. a) I[(P ∨ R) → (Q ∨ R)] = T b) I[(P ∧ R) → (Q ∧ R)] = T c) Nada se pode concluir a respeito de I[(¬P ∨ Q) → (P ∨ Q)]

7.
Supondo I[P ↔ Q] = T:

(a) I[¬P ∧ Q] = T ∧ T = T. Portanto, sabemos que a fórmula ¬P ∧ Q é verdadeira sob a interpretação I.
(b) I[P ∨ ¬Q] = T. Portanto, sabemos que a fórmula P ∨ ¬Q é verdadeira sob a interpretação I.
(c) I[Q → P] = T. Portanto, sabemos que a fórmula Q → P é verdadeira sob a interpretação I.
(d) I[(P ∧ R) ↔ (Q ∧ R)] = T. Portanto, sabemos que a fórmula (P ∧ R) ↔ (Q ∧ R) é verdadeira sob a interpretação I.
(e) I[(P ∨ R) ↔ (Q ∨ R)] = T. Portanto, sabemos que a fórmula (P ∨ R) ↔ (Q ∨ R) é verdadeira sob a interpretação I.

Supondo I[P ↔ Q] = F:

(a) I[¬P ∧ Q] = F ∧ T = F. Portanto, sabemos que a fórmula ¬P ∧ Q é falsa sob a interpretação I.
(b) I[P ∨ ¬Q] = T. Portanto, sabemos que a fórmula P ∨ ¬Q é verdadeira sob a interpretação I.
(c) I[Q → P] = F. Portanto, sabemos que a fórmula Q → P é falsa sob a interpretação I.
(d) I[(P ∧ R) ↔ (Q ∧ R)] = T. Portanto, sabemos que a fórmula (P ∧ R) ↔ (Q ∧ R) é verdadeira sob a interpretação I.
(e) I[(P ∨ R) ↔ (Q ∨ R)] = T. Portanto, sabemos que a fórmula (P ∨ R) ↔ (Q ∨ R) é verdadeira sob a interpretação I.

8. a) I[H] = F b) I[H] = T

9.
A afirmação é verdadeira. Cada linha da tabela-verdade corresponde a uma combinação de valores verdade para as proposições que ocorrem em H, e existem infinitas interpretações possíveis para essas proposições. Por exemplo, se H é uma fórmula que contém proposições P e Q, existem infinitas interpretações possíveis para P e Q, como por exemplo P = "hoje

é terça-feira" e Q = "chove". Para cada combinação de valores verdade para P e Q, teremos uma linha na tabela-verdade correspondente. Portanto, cada linha da tabela-verdade representa uma interpretação diferente para H.

10.
(a) P: José virá à festa, Q: Maria não gostará da festa.
$(P \land \neg Q) \lor (\neg P \land Q)$

(b) P: a novela será exibida, Q: o programa político será exibido.
$\neg Q \rightarrow P$

(c) P: vai chover, Q: irei para casa, R: ficarei no escritório.
$P \rightarrow Q$, $\neg P \rightarrow R$

(d) P: Maria é bonita, Q: Maria é inteligente, R: Maria é sensível, S: Rodrigo ama Maria, T: Rodrigo é feliz.
$(P \land Q \land R \land S) \rightarrow T$

(e) P: sr. Oscar é feliz, Q: sra. Oscar é infeliz.
$(P \rightarrow \neg Q) \land (\neg P \rightarrow Q)$

(f) P: Maurício virá à festa, Q: Kátia não virá à festa, R: Kátia ficará infeliz.
$(P \land \neg Q) \lor (\neg P \land R)$

12.
(a) Não considera elementos internos da sentença, pois a expressão "Possivelmente" não pode ser representada diretamente na Lógica Proposicional. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Irei ao cinema", e então representar como "Possivelmente P" utilizando um conectivo modal, por exemplo: $\Diamond P$ (lê-se "Possivelmente P").

(b) Não considera elementos internos da sentença, pois a mudança de estado físico do sujeito não pode ser representada diretamente na Lógica Proposicional. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Eu sou gordo" e outra como Q = "Eu sou magro", e então representar como $P \rightarrow Q$ (lê-se "Se eu sou gordo, então sou magro").

(c) Não considera elementos internos da sentença, pois a sentença se refere a uma propriedade de um indivíduo em particular, e não a uma proposição geral. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Existe um aluno no curso de Ciência da Computação que é admirado por todos", e representar como P.

(d) Não considera elementos internos da sentença, pois a sentença se refere a uma propriedade de um indivíduo em particular, e não a uma proposição geral. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Existe um aluno em minha sala que não gosta de nenhum colega", e representar como P.

(e) Não considera elementos internos da sentença, pois a sentença se refere a uma propriedade de um grupo de indivíduos, e não a uma proposição geral. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P =

"Existe um aluno de Ciência da Computação que é detestado por seus colegas", e representar como P.

(f) Não considera elementos internos da sentença, pois a sentença se refere a uma propriedade de um grupo de indivíduos, e não a uma proposição geral. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Existe pelo menos um político desonesto", e representar como $\Diamond P$.

(g) Podemos considerar duas proposições auxiliares, P = "Irei ao cinema" e Q = "Irei ao teatro", e representar como $P \land Q$ (lê-se "Eu irei ao cinema e irei ao teatro").

(h) Não considera elementos internos da sentença, pois a expressão "Quase todo" não pode ser representada diretamente na Lógica Proposicional. Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Um grande número de políticos é desonesto", e então representar como $\Box P$ (lê-se "Necessariamente P").

(i) Podemos considerar duas proposições auxiliares, P = "Adalton sempre foi amigo de João Augusto" e Q = "Hoje é um novo dia", e representar como $P \land Q$ (lê-se "Adalton sempre foi amigo de João Augusto e hoje é um novo dia").

(j) Podemos considerar uma proposição auxiliar como P = "Existe uma regra que não tem exceção", e representar como $\neg P$ (lê-se "Não é o caso que existe uma regra que não tem exceção").

(k) Não considera elementos internos da sentença, pois a expressão "Quase todo" não pode ser representada diretamente.