

第二章作业

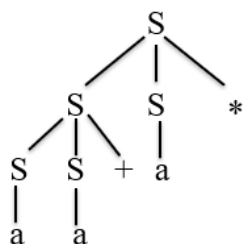
2.2.1 考虑下面的上下文无关文法：

$$S \rightarrow SS + \mid SS * \mid a$$

- 1) 试说明如何使用文法生成串 $aa+a^*$ 。
- 2) 试为这个串构造一棵语法分析树。
- 3) 该文法生成的语言是什么？
- 4) 该文法具有二义性吗？为什么？

Answer

- 1) 最左推导： $S \Rightarrow SS * \Rightarrow SS + S * \Rightarrow aS + S * \Rightarrow aa + S * \Rightarrow aa + a *$
- 2) 语法分析树如下：



- 3) 该文法生成的语言是：以 a 为变量，以 $+$ 和 $*$ 为运算符的后缀表达式。
- 4) 该文法不具有二义性。

Proof 由该文法产生的串都只有唯一一棵语法分析树。对于任意可由该文法产生的串，使用最右推导：

- a) 如果该串最右的字符为“ a ”，则 $S \rightarrow a$ ；
- b) 如果该串最右的字符为“ $+$ ”，则 $S \rightarrow SS +$ ；
- c) 如果该串最右的字符为“ $*$ ”，则 $S \rightarrow SS *$ ；
- d) 判断该串剩余字符的最右一个字符，并推导最右边的 S ，重复 a), b), c)，以此类推。

以上方法的每一步都是确定且唯一的，故利用该文法生成串的过程是唯一的，该文法不具有二义性。

2.2.5 1) 证明：用下面文法生成的所有二进制串的值都能被 3 整除（提示：对语法分析树的结点数目使用数学归纳法）。

$$\text{num} \rightarrow 11 \mid 1001 \mid \text{num } 0 \mid \text{num num}$$

- 2) 上面的文法是否能够生成所有能被 3 整除的二进制串？

Answer

1) Proof

易知，任何由该文法产生的二进制串中都包含“11”或“1001”串，其余的位上均为 0。假设任意其产生的二进制串 S 中， m 为一个“11”子串的位置，即 m 为“11”中的第一个“1”从低位到高位顺序的位数， n 为一个“1001”子串的位置，其中 $m, n \geq 0$ ，则

$$\begin{aligned} S &= \sum_m (2^1 + 2^0) * 2^m + \sum_n (2^3 + 2^0) * 2^n \\ &= \sum_m 3 * 2^m + \sum_n 9 * 2^n \end{aligned}$$

显然 S 可以被 3 整除。

