

Homework 11

Zhong Yun 2016K8009915009

December 22, 2018

1. Prove that if a heuristic is consistent, it must be admissible.

Proof if a heuristic is consistent, it must be admissible $\Leftrightarrow \forall$ 结点 n 和它的任意祖先 n_1 , 有 $h(n_1) \leq h(n) + c(n_1, a, n) \Rightarrow h(n) \leq h^*(n)$, 其中 $h^*(n)$ 是从结点 n 到目标的最优路径长度

假设 heuristic 为一致的情况下, 如果存在结点 n , 使得 $h(n) > h^*(n)$, 则有

$$g(n) + h(n) > g(n) + h^*(n) = g(\text{Goal})$$

$$\Rightarrow h(n) > g(\text{Goal}) - g(n) = c(n, a, \text{Goal}) = c(n, a, \text{Goal}) + h(\text{Goal})$$

$$\Rightarrow \text{nis not admissible}$$

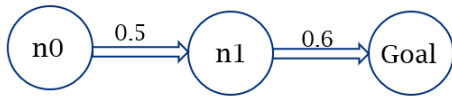
与假设矛盾.

故不存在结点 n , 使得 $h(n) > h^*(n)$. 也就是说, 对于任意节点 n , 有 $h(n) \leq h^*(n)$. 因此如果一个 heuristic 为一致的, 它必定是 admissible 的.

2. Give an example of heuristic, which is admissible but not consistent.

Solution 给定一个 admissible 的 heuristic 的例子为: $h(n) = \lfloor h^*(n) \rfloor$.

对于下图来说:



$$h(n_0) = \lfloor h^*(n_0) \rfloor = 1.1 \quad c(n_0, a, n_1) + h(n_1) = c(n_0, a, n_1) + \lfloor h^*(n_1) \rfloor = 0.5$$

因此, 该 heuristic 不满足一致性.

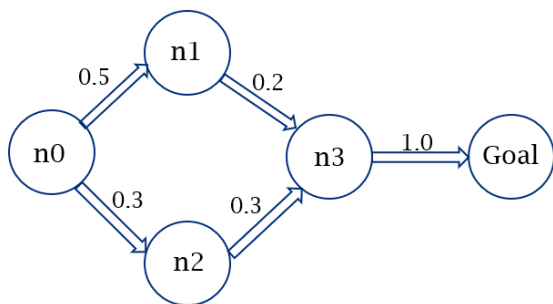
3. Judge whether the following result is true. Prove your argument.

*A * of graph search is optimal with admissible heuristic*

Solution 以上结论是错误的, 证明如下.

Proof 以题2中的 heuristic: $h(n) = \lfloor h^*(n) \rfloor$ 为例, 来证明此结论错误.

以下图为例:



其中, $h(n_0) = 3, h(n_1) = 1, h(n_2) = 2, h(n_3) = 1$.

下面进行图搜索: 第一次从 n_0 扩展到 n_1, n_2 , 由于

$$f(n_1) = 0.5 + 1 = 1.5 < f(n_2) = 0.3 + 2 = 2.3$$

因此从 n_1 扩展到 n_3 , 因为

$$f(n_2) = g(n_2) + h(n_2) = 0.3 + 2 = 2.3 > f(n_3) = g(n_3) + h(n_3) = 0.7 + 1 = 1.7$$

所以路径会先从 n_3 扩展到Goal. 当再次回到 n_2 时, 会由于 n_3 已经被扩展过而不能被扩展, 所以搜索的结果将返回路径 $n_0 - n_1 - n_3 - Goal$, 然而最佳路径为 $n_0 - n_2 - n_3 - Goal$.

因此满足一致性的heuristic的图搜索不是最优的.