

0-1背包问题：时间复杂度 $O(n*v)$  空间复杂度 $O(V)$

有一个容量为 $V$ 的背包，一个数组 $N$ ，有两个属性，体积为 $volumn$ ，价值为 $Value$ ，每种物品只有一个，要求使用这个背包装下价值尽可能多的物品，背包可以不装满；由于每个物品只有两种状态，在背包中，不在背包中。

由于每次把物品放入包内需要判断是否是最优的价值，所以需要进行比较；子问题中的物品数量和剩下的背包容量都应该作为变量。子问题：当背包大小为 $i$ 时，其中前 $j$ 个物品能达到的最大价值。

确定状态转移矩阵：

当前遍历到了第 $j$ 个物品，求出在背包大小为 $i$ 的时候，背包的最大价值

如果背包容量小于 $value[j]$

$dp[i][j] = dp[i][j-1]$

否则

$dp[i][j] = dp[i-volumn[j]][j-1] + value[j]$ 意思是为 $j$ 号元素预留位置的情况下的最大收益  
 $+value[j]$

或者 $dp[i][j] = dp[i][j-1]$

为保证每个物品只能使用一次，我们倒序遍历所有 $i$ 的值，

这样就 $dp[i-volumn[j]][j-1]$ 就会落在 $i$ 的左边，这样就不会用到重复的值；

观察状态方程其实 $dp[i][j]$  只与上一行 $dp[i][j-1]$ 有关，所以可以修改为一维的DP方程，注意先遍历 $i$ 后遍历 $j$

完全背包问题：

在这个问题中，每个物品的数量都是不限量的

我们从左到右序遍历所有 $i$ 的值，

这样就 $dp[i-volumn[j]][j-1]$ 就会落在 $i$ 的左边，可能用到重复的值；

多重背包问题：

每一个物品的数量由一个数组 $nums[]$  提供

直接的方法就是把多个重复的物品看做完全不同的物品，套用0-1背包的解法复杂度为  
 $O(V*\sum nums[j])$

有一种巧妙的方法是：对于每个物品的数量 $K$ ，把 $K$ 拆分为1, 2, 4, 8...这样的小块，每个小块求和组成一个新的物品。这样物品的数量能够缩减为原来的 $\log(K)$ 个物品；

算法复杂度为 $O(V*\sum \log(nums[j]))$

