

ACT-2010

Séries Chronologiques

Exercices et solutions

Mis à jour le November 23, 2013
François Pelletier
École d'Actuariat, Université Laval

2 Modèles classiques pour séries chronologiques

2.1 Zone de stationnarité pour AR(2) (Théorique)

Pour avoir la stationnarité, il faut que les racines du polynôme caractéristique soient inférieures à 1 en valeur absolue. Démontrez que pour le modèle AR(2), la stationnarité est possible si et seulement si les trois conditions suivantes sont réunies:

$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$|\phi_2| < 1$$

2.2 Ordre d'intégration (Théorique)

1. Un polynôme d'ordre k en t est intégré d'ordre k puisque

$$(1 - B)^k(a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_kt^k) = k!a_k$$

Démontrez cette affirmation.

2. Démontrez que si x_t est stationnaire, alors $(1 - B)x_t$ est aussi stationnaire.

2.3 Inversion de processus d'ordre 1 (Théorique)

1. Démontrez algébriquement qu'un processus AR(1) est équivalent à un processus MA(∞).
2. Démontrez algébriquement qu'un processus MA(1) est équivalent à un processus AR(∞).

2.4 Construction d'une série autorégressive (Calculatrice)

On considère les 10 nombres aléatoires suivants, issus d'une distribution normale centrée réduite:

[1] -1.21 0.28 1.08 -2.35 0.43 0.51 -0.57 -0.55 -0.56 -0.89

Construisez la série autorégressive d'ordre 1 avec coefficient:

1. $\gamma = -0.5$
2. $\gamma = 0.5$

Quelle différence observez-vous entre la série avec une corrélation négative et la série avec une corrélation positive ?

2.5 Deux processus MA(2) (Théorique)

On considère deux processus MA(2), un où $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{4}$, et un autre où $\theta_1 = -1$ et $\theta_2 = 4$. Démontrez que ces processus ont la même fonction d'autocorrélation.

2.6 Estimateur des moments pour le processus AR(2) (Théorique et calculatrice)

1. En utilisant les équations de Yule-Walker, dérivez un estimateur des moments pour les paramètres ϕ_1 et ϕ_2 d'un processus AR(2).
2. Estimez les paramètres du processus AR(2) à partir de la série suivante:

```
[1]  1.1617660  0.6981185  0.1693004 -0.6457205  1.4217278  1.3701445
[7] -1.6369769 -0.4596686 -0.2933815 -1.0995973
```

2.7 Terme d'erreur du processus ARMA(2,1) (Théorique)

1. Démontrez que le terme d'erreur ϵ_t d'un processus ARMA(2,1) peut être exprimé sous la forme suivante, où μ est une constante et $\gamma_1, \gamma_2, \theta$ sont les paramètres du modèle.

$$\epsilon_t = \sum_{i=1}^{\infty} \theta^i (y_{t-i} - \mu - \gamma_1 y_{t-i-1} - \gamma_2 y_{t-i-2})$$

2. De plus, démontrez qu'à partir de cette forme du terme d'erreur, on peut obtenir la représentation AR(∞) du processus ARMA(2,1).



Cette création est mise à disposition selon le contrat Paternité-Partage à l'identique 2.5 Canada de Creative Commons disponible à l'adresse <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/ca/deed.fr>

En vertu de ce contrat, vous êtes libre de :

- **partager** — reproduire, distribuer et communiquer l'œuvre;
- **remixer** — adapter l'œuvre;
- utiliser cette œuvre à des fins commerciales.

Selon les conditions suivantes:



Attribution — Vous devez attribuer l'œuvre de la manière indiquée par l'auteur de l'œuvre ou le titulaire des droits (mais pas d'une manière qui suggérerait qu'ils vous soutiennent ou approuvent votre utilisation de l'œuvre).



Partage à l'identique — Si vous modifiez, transformez ou adaptez cette œuvre, vous n'avez le droit de distribuer votre création que sous une licence identique ou similaire à celle-ci.