

# 1 Méthodes de lissage et saisonnalité

## 1.1 Noël s'en vient ! (Informatique)

On considère les taux d'inflation sur 12 mois disponibles dans le fichier `cg130823a001-fra.csv`. On représente cette série chronologique par la variable aléatoire  $Y_t$ . L'an passé, les Canadiens ont dépensé en moyenne 674\$ en cadeaux au mois de décembre 2012. Notre objectif est de prévoir quel sera le montant dépensé pour l'achat de cadeaux en décembre 2013.

1. Tracez un graphique de la série chronologique  $Y_t$  à l'aide d'un logiciel statistique. Êtes vous en mesure de déceler visuellement la présence d'une tendance et/ou d'une saisonnalité ?
2. Utilisez l'opérateur différentiel  $\nabla_{12}$  afin d'éliminer la saisonnalité annuelle de la série chronologique  $Y_t$  et obtenir la série  $Z_t$ . Tracez à nouveau un graphique avec les données obtenues. Remarquez-vous toujours la présence de saisonnalité ? Tracez le graphique de la composante de saisonnalité  $s_t$ .
3. Maintenant, nous voulons déceler s'il y a présence d'une tendance dans les données. En utilisant la méthode de la moyenne mobile avec  $q = 1$  et  $q = 5$ , du lissage exponentiel double avec  $\alpha = 5\%$  et de la régression linéaire simple, estimer la tendance  $\hat{m}_t$ . Faire le graphique superposé des 5 tendances.
4. En utilisant le résultat de la régression linéaire précédente, prévoir la valeur non saisonnalisée en décembre 2013. En évaluant la moyenne des différences entre la série  $Y_t$  et la valeur de la régression pour les mois de décembre des années précédente, on peut estimer la valeur  $\hat{s}_{12}$ . Ajouter cette valeur au résultat obtenu pour obtenir une estimation du taux d'inflation en décembre 2013.
5. En appliquant ce taux d'inflation à la donnée du problème, prédire le montant dépensé pour l'achat de cadeaux en décembre 2013.

## 1.2 Incendies (Calculatrice)

On a estimé la tendance d'un ensemble de données d'incendie pour une année. Cependant, suite à un problème informatique, certaines données sont manquantes. Identifiez ces données.

Mois	Incendies	Moyenne Mobile	
1	4	-	
2	3	-	
3	a	4,8	
4	b	4,8	
5	2	5,4	
6	4	5,2	
7	6	3,6	
8	c	3,6	
9	0	4,4	
10	2	3,8	
11	8	-	
12	3	-	

### 1.3 Option de vente (Calculatrice)

Nous sommes le 28 juin 2013, à l'heure de la fermeture des marchés financiers. Vous possédez un titre de la compagnie BlackBerry dont la valeur est de  $S_0 = 10.46$ . Un analyste vous suggère d'acheter une option de vente européenne d'échéance de 84 jours ( $t = 84/365$ ) avec un prix d'exercice équivalant à la valeur nominale d'un contrat à terme de même échéance afin de couvrir le risque de baisse de la valeur de ce titre. On considère des rendements sur une période de 28 jours et un taux sans risque composé continuellement de  $r = 1.75\%$ . En utilisant les logarithmes des valeurs historique à la fermeture du titre disponibles dans le fichier `blackberry.csv`, ainsi que la méthode de différenciation, évaluez les rendements mensuels du titre, qui correspondent aux résidus de ce processus différencié. Ensuite, en évaluant la moyenne et l'écart-type de cette composante, il est possible d'estimer la tendance linéaire  $\mu$  et la volatilité  $\sigma$  mensuelles de la série des rendements. En supposant que le prix peut prendre deux valeurs à l'échéance, soit  $S_0u = S_0e^{3(\mu+\sigma/(2\sqrt{3}))}$  et  $S_0d = S_0e^{3(\mu-\sigma/(2\sqrt{3}))}$ , évaluez le prix de l'option de vente en utilisant la probabilité neutre au risque d'une hausse  $p^* = \frac{e^{rt}-d}{u-d}$  et évaluez le profit que vous effectuerez en exerçant l'option de vente le 20 septembre 2013, considérant que vous empruntez au taux  $r + 2\%$  pour acheter l'option.

### 1.4 Lissage exponentiel I (Calculatrice)

On considère un ensemble de 10 observations:

$$\mathcal{A} = \{1.2, 1.5, 1.4, 2.1, 1.8, 1.9, 2.2, 2.4, 2.0, 1.9\}$$

En utilisant une méthode de lissage exponentiel avec  $\alpha = 0.4$  et  $\alpha = 0.7$ , déterminez laquelle des méthodes produit la moins grande erreur quadratique moyenne (MSE).

### 1.5 Lissage exponentiel II (Informatique)

En utilisant les données du problème précédent, déterminez, à l'aide d'un algorithme informatique, la valeur de  $\alpha$  comprise entre 0.4 et 0.7 qui minimise l'erreur quadratique moyenne (MSE) pour un lissage exponentiel double.

### 1.6 Bank of America (calculatrice et informatique)

On considère les 20 observations de la valeur ajustée à la fermeture (valeur qui tient compte des dividendes) du titre de la Bank of America pour chaque lundi entre le 20 mai 2013 et le 30 septembre 2013. Ces données se trouvent dans le fichier `BoA.csv`.

1. En utilisant le test du corrélogramme avec un seuil de tolérance de  $\alpha = 10\%$ , déterminez s'il s'agit d'une série stationnaire (Bruit blanc).
2. En utilisant le test du changement de direction avec un seuil de tolérance de  $\alpha = 10\%$ , déterminez s'il s'agit d'une série stationnaire.
3. En utilisant le test de Portmanteau avec un seuil de tolérance de  $\alpha = 10\%$ , déterminez s'il s'agit d'une série stationnaire.
4. Est-ce que ces tests sont équivalents ? Commentez.
5. En utilisant la différenciation et le logarithme des données, évaluez la série des rendements hebdomadaires.
6. En utilisant le même principe que pour la moyenne mobile, évaluez la variance mobile de la série précédente avec  $q = 2$ . Que remarquez-vous ? Peut-on affirmer que c'est une série stationnaire à l'aide du test de Portmanteau avec un seuil de tolérance de  $\alpha = 10\%$ ?

### 1.7 Variance d'une série non-stationnaire (théorique)

Une série présentant une racine unitaire se présente sous la forme  $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$ . Quelle est la différence entre la variance du 5<sup>e</sup> terme et du 7<sup>e</sup> terme de cette série si  $\epsilon_t \sim N(0, 0.1t^2)$ ?



Cette création est mise à disposition selon le contrat Paternité-Partage à l'identique 2.5 Canada de Creative Commons disponible à l'adresse <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/ca/deed.fr>

En vertu de ce contrat, vous êtes libre de :

- **partager** — reproduire, distribuer et communiquer l'œuvre;
- **remixer** — adapter l'œuvre;
- utiliser cette œuvre à des fins commerciales.

Selon les conditions suivantes:



**Attribution** — Vous devez attribuer l'œuvre de la manière indiquée par l'auteur de l'œuvre ou le titulaire des droits (mais pas d'une manière qui suggérerait qu'ils vous soutiennent ou approuvent votre utilisation de l'œuvre).



**Partage à l'identique** — Si vous modifiez, transformez ou adaptez cette œuvre, vous n'avez le droit de distribuer votre création que sous une licence identique ou similaire à celle-ci.