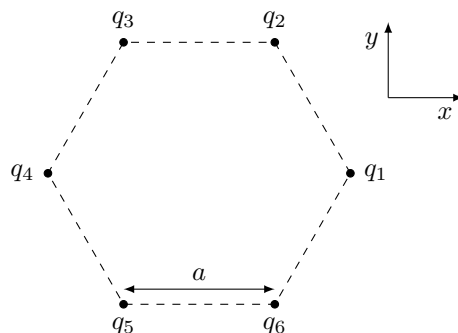


# Esercizio settimanale n. 1

Guglielmo Bordin

10 marzo 2023

Sei cariche  $q_n = nq$ , con  $n = 1, 2, \dots, 6$  e  $q = 1 \text{ pC}$ , sono disposte ai vertici di un esagono regolare di lato  $a = 1 \text{ cm}$  come in figura. Calcolare le componenti lungo gli assi  $x$  e  $y$  del campo elettrico al centro dell'esagono.



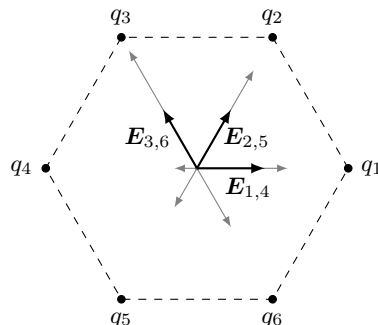
*Soluzione.* La carica  $q_n$  produce un campo elettrico che al centro dell'esagono vale, in modulo,

$$E_n = \frac{nq}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (1)$$

Le direzioni sono quelle indicate in figura 1, in grigio. Notiamo che sommando lungo le rette congiungenti le coppie di vertici opposti si ottengono tre campi, che denotiamo  $\mathbf{E}_{1,4}$ ,  $\mathbf{E}_{2,5}$  ed  $\mathbf{E}_{3,6}$ , di modulo

$$E_{n,n+3} = E_{n+3} - E_n = \frac{(n+3)q}{4\pi\epsilon_0 a^2} - \frac{nq}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (2)$$

Guardando il disegno vediamo che la componente  $x$  del campo risultante  $\mathbf{E}$  è uguale a  $\mathbf{E}_{1,4}$ , poiché nella somma degli altri due vettori le componenti orizzontali si cancellano



**Figura 1:** in grigio i campi prodotti dalle singole cariche, e in nero le somme lungo le rette congiungenti i vertici opposti.

per simmetria. La componente  $y$  di  $\mathbf{E}$  sarà invece data dalla somma delle proiezioni di  $\mathbf{E}_{2,5}$  ed  $\mathbf{E}_{3,6}$  lungo l'asse  $y$ , ossia

$$E_y = E_{2,5} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + E_{3,6} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (3)$$

In definitiva avremo quindi

$$\mathbf{E} = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{\mathbf{x}} + \frac{3\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{\mathbf{y}}, \quad (4)$$

e sostituendo i valori numerici,

$$E_x = 270 \text{ N/C}, \quad E_y = 470 \text{ N/C}. \quad (5)$$

Il modulo di  $\mathbf{E}$  è invece pari a

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2} = 540 \text{ N/C}. \quad (6)$$

La direzione è quella di  $\mathbf{E}_{2,5}$ : lo si può capire ragionando sulla somma di  $\mathbf{E}_{1,4}$  ed  $\mathbf{E}_{3,6}$ . Le componenti perpendicolari alla direzione di  $\mathbf{E}_{2,5}$  si cancellano per simmetria, e rimangono solo le componenti parallele.