Esercizio settimanale n. 5

Guglielmo Bordin

30 marzo 2023

Una sfera metallica ha una densità di carica superficiale $\sigma = 25\,\mathrm{nC/m^2}$ e un raggio R minore di 2 metri. A distanza $a = 2\,\mathrm{m}$ dal centro della sfera il potenziale elettrico vale $500\,\mathrm{V}$ e l'intensità del campo elettrico $250\,\mathrm{V/m}$ (il riferimento per il potenziale è all'infinito, dove lo si considera pari a 0).

- Qual è il raggio della sfera?
- Qual è il suo potenziale?

Soluzione. Il raggio si può trovare a partire dal valore del campo o del potenziale a $2\,\mathrm{m}$ dal centro della sfera. Si possono fare i conti sia con l'uno che con l'altro; scegliamo il potenziale.

Sappiamo che il potenziale prodotto da una sfera carica al suo esterno ha simmetria radiale e vale, in un punto a distanza r dal suo centro,

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{1}$$

dove Q è la carica totale della sfera, che riscriviamo come $4\pi R^2\sigma$ dato che disponiamo della densità superficiale. Noi sappiamo il valore in $r = a$, quindi sostituiamo:

$$V(a) = 500\,\mathrm{V} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\sigma \cancel{4\pi} R^2}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 a}, \tag{2}$$

e riarrangiando i termini otteniamo il valore del raggio R:

$$R = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 a V(a)}{\sigma}} = 0{,}6\,\mathrm{m}. \tag{3}$$

La sfera è conduttrice, dunque ogni suo punto si trova allo stesso potenziale, che chiamiamo V_s. Per calcolarlo possiamo usare l'espressione del potenziale in un punto sulla superficie (il valore sarà lo stesso anche lì):

$$V_\mathrm{s} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma \cancel{4\pi} R^{\cancel{2}}}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cancel{R}} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} = 1700\,\mathrm{V}. \tag{4}$$