

Esercizio settimanale n. 5

Guglielmo Bordin

31 marzo 2023

Una sfera metallica conduttrice ha una densità di carica superficiale $\sigma = 25 \text{ nC/m}^2$ e un raggio R minore di 2 metri. A distanza $a = 2 \text{ m}$ dal centro della sfera il potenziale elettrico vale 500 V e l'intensità del campo elettrico 250 V/m (il riferimento per il potenziale è all'infinito, dove lo si considera pari a 0).

- Qual è il raggio della sfera?
- Qual è il suo potenziale?

Soluzione. Il raggio si può trovare a partire dal valore del campo o del potenziale a 2 m dal centro della sfera. Si possono fare i conti sia con l'uno che con l'altro; scegliamo il potenziale.

Sappiamo che il potenziale prodotto da una sfera carica al suo esterno ha simmetria radiale e vale, in un punto a distanza r dal suo centro,

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (1)$$

dove Q è la carica totale della sfera, che riscriviamo come $4\pi R^2 \sigma$ dato che disponiamo della densità superficiale. Noi sappiamo il valore in $r = a$, quindi sostituiamo:

$$V(a) = 500 \text{ V} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 a}, \quad (2)$$

e riarrangiando i termini otteniamo il valore del raggio R :

$$R = \sqrt{\frac{\epsilon_0 a V(a)}{\sigma}} = 0,6 \text{ m}. \quad (3)$$

La sfera è conduttrice, dunque ogni suo punto si trova allo stesso potenziale, che chiamiamo V_s . Per calcolarlo possiamo usare l'espressione del potenziale in un punto sulla superficie (il valore sarà lo stesso anche lì):

$$V_s = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} = 1700 \text{ V}. \quad (4)$$