Esercizio settimanale n. 9

Guglielmo Bordin

12 maggio 2023

Il nucleo metallico della Terra si estende dal centro fino a circa metà del suo raggio $R=6400\,\mathrm{km}$. Al polo nord magnetico si osserva un campo magnetico di circa $0.5\times10^{-4}\,\mathrm{T}$, diretto perpendicolarmente al terreno. Immaginiamo che il meccanismo di generazione del campo sia descrivibile tramite una corrente elettrica che fluisce in un anello attorno al nucleo, all'altezza del suo equatore. Quanto dovrebbe valere tale corrente per spiegare il dato del campo al polo?

Soluzione. Se possiamo considerare la corrente localizzata interamente sull'equatore del nucleo, allora possiamo usare l'espressione per il campo magnetico lungo l'asse di una spira circolare percorsa da corrente:

$$B(r) = \frac{\mu_0 i a^2}{2(r^2 + a^2)^{3/2}},\tag{1}$$

dove a è il raggio della spira e r la distanza dal suo centro lungo l'asse.

Guardando ai dati del problema, dobbiamo porre $a \approx R/2$, il raggio del nucleo, e r = R, la distanza dal polo al centro della Terra. Otteniamo così

$$B = \frac{\mu_0 i (R/2)^2}{2[R^2 + (R/2)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{5\sqrt{5}R}.$$
 (2)

Noi sappiamo B e cerchiamo i, quindi invertiamo:

$$i = \frac{5\sqrt{5}RB}{\mu_0} = \frac{5\sqrt{5}(6.4 \times 10^6 \,\mathrm{m})(5 \times 10^{-5} \,\mathrm{T})}{4\pi \times 10^{-7} \,\mathrm{kg} \,\mathrm{m/C^2}} = 2.8 \times 10^9 \,\mathrm{A}. \tag{3}$$