

Чисельні методи в інформатиці

Завдання до лабораторної роботи №6

Методи розв'язування лінійних крайових задач для ЗДР

Тема: Методи розв'язування крайових задач.

Мета: Познакомитись з чисельними та аналітичними методами розв'язування лінійних крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

Постановка завдання:

Задано лінійне диференціальне рівняння

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = f(x), \quad x \in [a, b] \quad (1)$$

та крайові умови:

$$\begin{aligned} \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A; \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) &= B; \end{aligned} \quad (2)$$

Вважаємо, що функції $p(x)$, $q(x)$, $f(x)$ є відомими та неперервними на $x \in [a, b]$. Числові коефіцієнти $\alpha_0, \alpha_1, A, \beta_0, \beta_1, B$ теж відомі, причому для коефіцієнтів $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ виконуються умови $|\alpha_0| + |\alpha_1| \neq 0$; $|\beta_0| + |\beta_1| \neq 0$.

Знайти функцію $y(x)$, $x \in [a, b]$. Для цього:

1. Розробити підпрограми розв'язування крайової задачі (1), (2) двома методами:

- чисельним методом. Використати метод сіток (!) або метод редукції крайової задачі до двох задач Коші.
- аналітичним методом. Використати методи
1) колокації та інтегральний метод найменших квадратів,
або
2) Бубнова-Гальоркіна та дискретний метод найменших квадратів.
- Розв'язок конкретного варіанту задачі (1), (2) знайти в точках

$$x_i = a + ih, \quad h = \frac{b-a}{n}, \quad i = \overline{0, n}.$$

2. Роздрукувати таблицю добутих значень.

3. Побудувати графіки добутих розв'язків на одному малюнку.

4. Провести аналіз добутих результатів.

Література

1. Балашова С.Д. Чисельні методи: Ч.2. Методи розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь: Навч. посібник.- К.: НМК ВО, 1992.-326 с.

2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы: Т.2. - М.: Наука, 1977. - 399 с.

Варіанти завдань

$$1. \begin{cases} y'' + xy' - 2y = x, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 2, \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} y'' + xy' - y = 1, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} y'' + y' - xy = 1, \\ y(0) = -1, \\ y(1) = 2, \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} y'' + 2y' - x^2y = 1, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 1, \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y'' + 5y' - \sqrt{xy} = 1, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} y'' + x^2y' - 2y = x, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = -1, \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} y'' + y' - \sin xy = 1, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 1, \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} y'' + y' - y \cos x = x, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} y'' + x^2y' - y = 1, \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 1, \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} y'' + (x+1)y' - y = 1, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} y'' + y' - \frac{y}{x+1} = 1, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 1, \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} y'' + \frac{y'}{x+1} - y = x^2, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} y'' + 3y' - xy = 3, \\ y(0) = -2, \\ y(1) = 2, \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} y'' + 5y' - x^2y = 4, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 3, \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} y'' + 7y' - \sqrt{xy} = 2, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} y'' + 3x^2y' - 2y = x + 1, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = -3, \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} y'' + 11y' - \sin xy = 3, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 4, \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} y'' + 8y' - y \cos x = x + 3, \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} y'' + 2x^2y' - y = 4, \\ y(0) = -2, \\ y(1) = 3, \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} y'' + 3(x+1)y' - y = 6, \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} y'' + 5y' - \frac{y}{x+1} = 3, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 3, \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} y'' + 2\frac{y'}{x+1} - y = x^2 + 2, \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} y'' + 6xy' - 2y = x + 1, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = -3, \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} y'' + 2xy' - y = 5, \\ y(0) = -4, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} y'' + y' - \sqrt[3]{x}y = 2, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} y'' + x^2y' - 2y = \sqrt{x+1}, \\ y(0) = 1, \\ y(1) = -3, \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} y'' + y' - \sin xy = \sqrt{x}, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 4, \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} y'' + y' - y \cos x = \sqrt[3]{x+3}, \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} y'' + 2x^2y' - y = \exp(x), \\ y(0) = -2, \\ y(1) = 3, \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} y'' + 3(x+2)y' - y = \ln(x+1), \\ y(0) = 2, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$