Дніпропетровський Національний університет імені Олеся Гончара

Факультет прикладної математики

Кафедра обчислювальної математики та математичної кібернетики

Чисельні методи в інформатиці

Завдання до лабораторної роботи № 3

Методи наближення функцій

Тема: Інтерполяція функцій. Середньоквадратичне наближення функцій.

<u>Мета:</u> Познайомитись з інтерполяційними формулами Лагранжа, Ньютона, методом найменших квадратів.

Постановка завдання:

Нехай $y_0, y_1, ..., y_n$ — значення функції y = f(x) в точках $x_0, x_1, ..., x_n$.

- 1. За допомогою формули Лагранжа побудувати інтерполяційний многочлен $L_n(x)$.
- 2. Побудувати інтерполяційний многочлен $P_n(x)$ за допомогою формули Ньютона через поділені різниці.
- 3. За допомогою метода найменших квадратів побудувати многочлен $Q_m(x)$ степеня $m \le n$. Обчислити середньоквадратичний відхил.
- 4. Обчислити значення кожного з поліномів $L_n(x), P_n(x), Q_m(x)$ в точках $\widetilde{x}_i = x_i + \frac{h_i}{2}$, де $h_i = x_{i+1} x_i$, $i = \overline{0, n-1}$ та в точках $\widetilde{x}_{-1} = x_0 \frac{h_0}{2}$, $\widetilde{x}_n = x_n + \frac{h_{n-1}}{2}$. Результати надрукувати у вигляді порівняльної таблиці.
- 5. Побудувати на одному графіку залежності $y = L_n(x)$, $y = P_n(x)$, $y = Q_m(x)$, на відрізку $[x_0, x_n]$. На цьому ж графіку відмітити точки $[x_i, y_i]$, $i = \overline{0,n}$.

Література

- 1. Балашова С.Д. Чисельні методи: Ч.1. Методи розв'язування задач аналізу та алгебри: Навч. посібник.- К.: НМК ВО, 1992.-280 с.
- 2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы: Т.1. - М.: Наука, 1976. - 304 с.

Методи наближення функцій

№ п/п	Вузл	№ п/п	Вузли та значення функції						iï						
1	x_i	0	1	3	5	7		18	x_i	-2	-1	0	4	6	
	$f(x_i)$	-1	2	3	-2	0			$f(x_i)$	2	0	-1	-2	3	
2	x_i	-1	0	2	3	5		19	x_i	1	3	4	5	7	
	$f(x_i)$	4	2	-1	3	1			$f(x_i)$	-1	2	0	1	2	
3	x_i	-2	0	2	3	4		20	x_i	-3	-2	0	1	3	
	$f(x_i)$	3	4	1	2	-1			$f(x_i)$	7	2	-3	0	-2	
4	x_i	-2	-1	0	2	3		21	x_i	-2	-1	0	2	3	
	$f(x_i)$	-1	2	1	0	-1			$f(x_i)$	1	-2	3	-2	2	
5	x_i	-1	2	3	4	6		22	x_i	1	2	4	6	8	
	$f(x_i)$	-3	2	0	3	-2			$f(x_i)$	-2	1	3	0	2	
6	x_i	0	2	3	4	6		23	x_i	0	1	3	4	6	
	$f(x_i)$	3	-1	4	5	1			$f(x_i)$	-3	1	3	2	0	
7	X_i	-3	-2	0	1	2		24	x_i	0	1	3	4	5	
	$f(x_i)$	0	-2	4	1	-2			$f(x_i)$	2	-1	3	7	-2	
8	x_i	0	1	2	4	5		25	x_i	2	3	5	6	8	
	$f(x_i)$	-1	2	-2	3	0	,		$f(x_i)$	-1	0	-2	3	-2	
							_				†				
9	x_i	0	2	3	5	7		26	x_i	2	4	5	6	8	
	$\frac{x_i}{f(x_i)}$	-3	2	1	1	-2			$\frac{x_i}{f(x_i)}$	1	3	1	2	3	
10	$f(x_i)$ x_i	-3 -2	2 -1	1 0	1 2	-2 4	-	26 27	$f(x_i)$ x_i	1 -2	3 -1	1 0	2	3	
10	$f(x_i)$	-3 -2 2	2 -1 0	1 0 -1	1 2 3	-2 4 0		27	$f(x_i)$	1 -2 0	3 -1 3	1 0 5	2 1 7	3 3 4	
	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $	-3 -2 2 -1	2 -1 0 0	1 0 -1 1	1 2 3 3	-2 4 0 5			$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $	1 -2 0 -4	3 -1 3 -2	1 0 5 0	2 1 7 1	3 3 4 3	
10	$ \frac{x_i}{f(x_i)} $ $ \frac{x_i}{f(x_i)} $ $ \frac{x_i}{f(x_i)} $	-3 -2 2 -1 2	2 -1 0 0 -6	1 0 -1 1 -4	1 2 3 3 3	-2 4 0 5 -3		27	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $	1 -2 0 -4 -3	3 -1 3 -2 -2	1 0 5 0 1	2 1 7 1 -2	3 3 4 3 2	
10	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ \hline f(x_i) \end{array} $	-3 -2 2 -1 2 -1	2 -1 0 0 -6	1 0 -1 1 -4 2	1 2 3 3 4	-2 4 0 5 -3 6		27	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \\ \hline x_i \\ x_i \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1	3 -1 3 -2 -2 0	1 0 5 0 1 2	2 1 7 1 -2 3	3 4 3 2 5	
10 11 12	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3	2 -1 0 0 -6 0	1 0 -1 1 -4 2	1 2 3 3 3 4 -2	-2 4 0 5 -3 6 2		27 28 29	$f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$	1 -2 0 -4 -3 -1	3 -1 3 -2 -2 0 5	1 0 5 0 1 2 -2	2 1 7 1 -2 3 3	3 4 3 2 5 -1	
10	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3	2 -1 0 -6 0 0 -1	1 0 -1 1 -4 2 2	1 2 3 3 4 -2 1	-2 4 0 5 -3 6 2		27	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ x_i \\ \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1 4	3 -1 3 -2 -2 0 5 1	1 0 5 0 1 2 -2 3	2 1 7 1 -2 3 3 4	3 4 3 2 5 -1 6	
10 11 12 13	$ \frac{x_i}{f(x_i)} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 3	2 -1 0 -6 0 -1 -2	1 0 -1 1 -4 2 2 0	1 2 3 3 3 4 -2 1 3	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5		27 28 29 30	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1	3 -1 3 -2 -2 0 5 1	1 0 5 0 1 2 -2 3 5	2 1 7 1 -2 3 3 4 7	3 4 3 2 5 -1 6 3	
10 11 12	$ \begin{array}{c} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 0	2 -1 0 0 -6 0 -1 -2 1	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3	1 2 3 3 3 4 -2 1 3 5	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7		27 28 29	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ \\ x_i \\ \hline x_i \\ \hline x_i \\ x_i \\ \hline x_i \\ x_i \\ \hline x_i \\ x_i$	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3	3 3 4 3 2 5 -1 6 3 5	
10 11 12 13	$ \frac{x_i}{f(x_i)} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 0 -3	2 -1 0 -6 0 -1 -2 1 2	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1	1 2 3 3 4 -2 1 3 5	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2		27 28 29 30 31	$f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0	3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4	
10 11 12 13	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ \hline f(x_i) \\ \hline x_i \\ \hline f(x_i) \\ \hline x_i \\ \hline x_i \\ \hline f(x_i) \\ \hline x_i \\ $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 0 -3 -3	2 -1 0 -6 0 -1 -2 1 2 -2	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1	1 2 3 3 4 -2 1 3 5 3 2	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2 4		27 28 29 30	$f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i x_i x_i	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1 1	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2 1	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0 4	3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4 6	
10 11 12 13 14	$ \frac{x_i}{f(x_i)} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 3 0 -3 -3 0	2 -1 0 -6 0 -1 -2 1 2 -2 -2	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1 0 4	1 2 3 3 4 -2 1 3 5 3 2	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2 4 -3		27 28 29 30 31 32	$f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$ x_i $f(x_i)$	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1 1 0 3	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3 -5	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0 4 1	3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4 6 6	
10 11 12 13	$ \begin{array}{c} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 3 0 -3 -3 0 0	2 -1 0 0 -6 0 -1 -2 1 2 -2 -2 1	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1 0 4 2	1 2 3 3 4 -2 1 3 5 3 2 1 5	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2 4 -3 6		27 28 29 30 31	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ x_i \\ \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ x_i \\ \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1 1 0 3 2	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2 1 -2 3	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3 -5 5	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0 4 1 7	3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4 6 6	
10 11 12 13 14 15	$ \frac{x_i}{f(x_i)} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 0 -3 -3 0 0 -2	2 -1 0 0 -6 0 -1 -2 1 2 -2 -2 1 0	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1 0 4 2 11	1 2 3 3 4 -2 1 3 5 3 2 1 5 3	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2 4 -3 6 -1		27 28 29 30 31 32 33	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ f(x_i) \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1 1 0 3 2 -2	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2 1 -2 3 0	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3 -5 5 1	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0 4 1 7 2	3 3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4 6 6 9 -3	
10 11 12 13 14	$ \begin{array}{c} $	-3 -2 2 -1 2 -1 -3 -3 3 0 -3 -3 0 0	2 -1 0 0 -6 0 -1 -2 1 2 -2 -2 1	1 0 -1 1 -4 2 2 0 0 3 1 0 4 2	1 2 3 3 4 -2 1 3 5 3 2 1 5	-2 4 0 5 -3 6 2 3 5 7 -2 4 -3 6		27 28 29 30 31 32	$ \begin{array}{c} f(x_i) \\ \hline x_i \\ f(x_i) \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ x_i \\ \end{array} $ $ \begin{array}{c} x_i \\ x_i \\ \end{array} $	1 -2 0 -4 -3 -1 4 0 -1 -1 1 0 3 2	3 -1 3 -2 -2 0 5 1 -2 0 -2 1 -2 3	1 0 5 0 1 2 -2 3 5 2 3 -5 5	2 1 7 1 -2 3 3 4 7 3 0 4 1 7	3 4 3 2 5 -1 6 3 5 4 6 6	