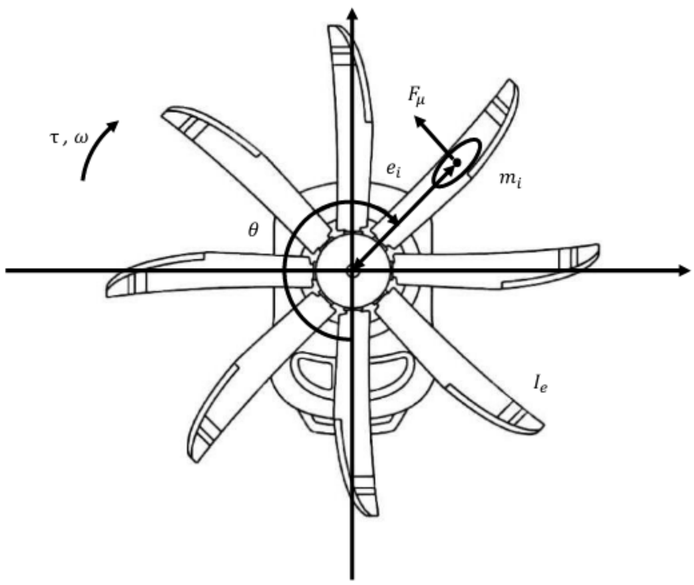
Controlli Automatici T

Progetto gruppo AO — Traccia 3C

Giacomo Romanini   Guglielmo Palaferri   Luca Tacinelli   Pietro Girotti

30 giugno 2021



1 Linearizzazione nell'intorno di (x_e, u_e)

Il sistema del motore ad elica assegnato è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\theta} = \omega$$
$$(m_i e_i^2 + I_e)\dot{\omega} = -\beta\omega - \mu_d m_i \omega^2 e_i^2 + \tau$$

Si considerano

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$$
$$u(t) = \tau(t)$$
$$y(t) = \omega(t)$$

Sostituendo i parametri è possibile ottenere le equazioni di stato:

$$\dot{x_1}(t) = x_2(t)$$
$$\dot{x_2}(t) = -\frac{\beta}{(m_i e_i^2 + I_e)} x_2(t) - \frac{\mu_d m_i e_i^2}{(m_i e_i^2 + I_e)} x_2^2(t) + \frac{1}{(m_i e_i^2 + I_e)} u(t)$$

Inoltre, poiché la dinamica di θ è ininfluente per l'evoluzione del sistema, si conosce $x_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 10000/2\pi \end{pmatrix}$ e $y_e = \omega_e = 10000/2\pi$. u_e può essere calcolato ponendo $f_2(x_e, u_e) = 0$:

$$-\beta x_{2e} - \mu_d m_i e_i^2 x_{2e}^2 + u_e = 0 \quad \Longrightarrow \quad u_e \approx 1110.7222$$

Si procede a questo punto calcolando le matrici del sistema linearizzato:

$$\delta\dot{x}(t) = A\delta x(t) + B\delta u(t)$$

$$A = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\beta}{m_i e_i^2 + I_e} - \frac{\mu_d m_i e_i^2}{m_i e_i^2 + I_e} 2\omega_e \end{bmatrix} \quad B = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_i e_i^2 + I_e} \end{bmatrix}$$

$$C = \left.\frac{\partial h(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \left.\frac{\partial h(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

2 Funzione di trasferimento

Per calcolare la funzione di trasferimento, si utilizza l'espressione

$$G(s) = C(sI + A)^{-1}B + D$$

dove

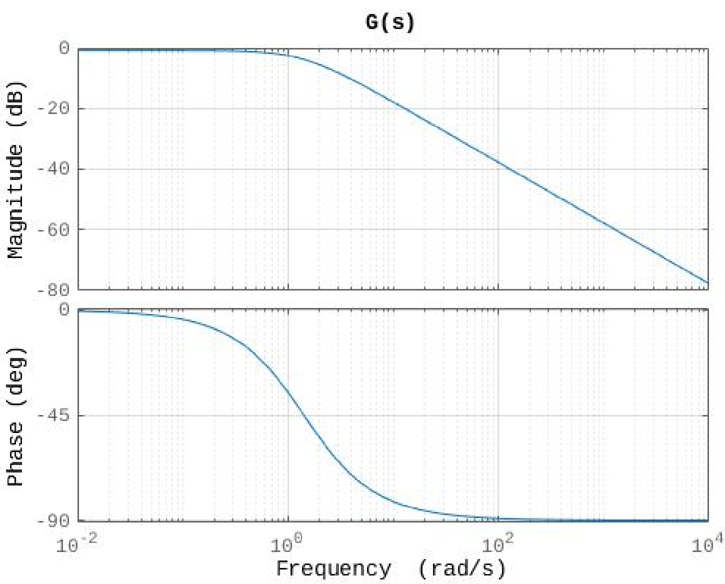
$$(sI - A)^{-1} = \frac{adj(sI - A)}{det(sI - A)} = \begin{bmatrix} 1/s & \frac{1}{s(s+1.4139)} \\ 0 & \frac{1}{s+1.4139} \end{bmatrix}$$

Ottenendo quindi la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/s & \frac{1}{s(s+1.4139)} \\ 0 & \frac{1}{s+1.4139} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2903 \end{bmatrix} + 0 = \frac{1.2903}{s + 1.4139}$$

Avendo un polo in $s = -1.4139$, è possibile constatare con certezza che il sistema sia BIBO stabile.

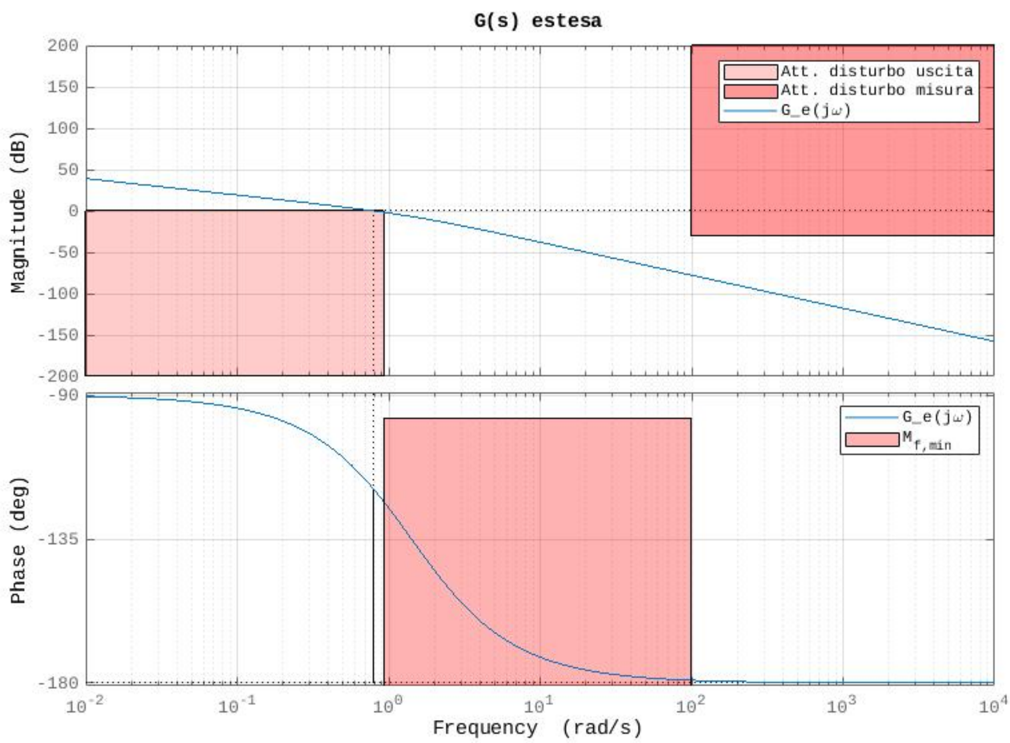
Di seguito il diagramma di Bode della funzione di trasferimento, ricavato tramite MATLAB.



3 Sintesi del regolatore

Per ottenere un errore a regime nullo con riferimento a gradino $w(t) = W1(t)$, $L(s)$ deve presentare un polo nell'origine. Avendo un unico polo reale negativo, introduciamo un regolatore statico con un polo nell'origine: $R_s(s) = \frac{1}{s}$ ricavandone quindi $G_e(s)$:

$$G_e(s) = R_s(s)G(s) = \frac{1}{s}\Big(\frac{1.2903}{s + 1.4139}\Big)$$



Come si può notare, il sistema esteso rispetta le specifiche iniziali sul margine di fase ($M_f \geq 45°$)