



Física Experimental 2

- Práctica 4 -

Circuitos RC en régimen permanente

Integrantes:

- Gulnara Nocetti
- Pedro Escudero

1. Introducción

En esta experiencia se busca profundizar el comportamiento de circuitos en régimen y su respuesta en frecuencia. Con esto en mente, se construye un circuito RC el cual se analizara en régimen sinusoidal. Cabe destacar que la respuesta transitoria (aquella que se anula con el paso del tiempo) no se va a tener en cuenta.

RC en serie

1.1. Circuito RC - Fasores

Dado el Circuito RC de la Figura 1, sabemos por las Leyes de Kirchoff las ecuaciones que rigen el comportamiento del mismo. Por lo que teniendo en cuenta las ecuaciones individuales que describen a R y C , entonces:

$$V_0 \cos(\omega t) = Ri(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (1)$$

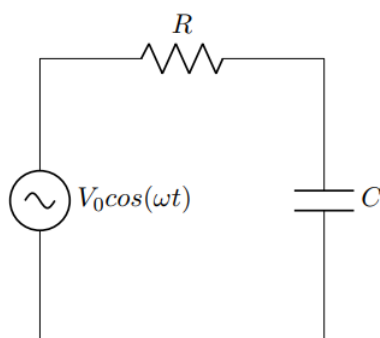


Figura 1: Circuito RC.

Figura 1: Circuito RC - Alimentado por fuente de frecuencia $\omega = 2\pi f$ y amplitud V_0



Al alimentar al circuito con una frecuencia $f = \frac{\omega}{2\pi}$, las tensiones y corrientes de cada componente oscilan con la misma frecuencia. Existe un método de análisis bastante sencillo para circuitos como el que se quiere analizar (en régimen sinusoidal), que consiste en trabajar con cantidades complejas, para luego tomar la parte real de estas y obtener expresiones que describen al circuito

De esta manera se obtiene la expresión de la alimentación:

$$V_0 \cos(\omega t) = \text{Re}[V_0 e^{j\omega t}] \quad (2)$$

Con esto, se define el fasor asociado a una magnitud de interés $x(t)$, como la cantidad compleja X que verifica:

$$x(t) = \text{Re}[X e^{j\omega t}] \quad (3)$$

Donde en el ejemplo de la fuente, el fasor $X = V_0 = V_0 e^{j0}$

Con esto, cada componente tiene una tensión y corriente asociada en el plano complejo, donde manipulando las ecuaciones que describen cada componente, se llega a una representación en fasores:

$$V_R = R I_R \quad (4)$$

$$V_C = \frac{I_C}{j\omega C} \quad (5)$$

Obtenidas las ecuaciones 4 y 5, es posible volver y plantear el circuito de la Figura 1 mediante su equivalente en fasores, recordando que las expresiones en el tiempo corresponden en régimen (se asume que la respuesta transitoria se extingue en el tiempo, de lo contrario las expresiones no son validas).

Cabe destacar que las Leyes de Kirchoff siguen siendo validas en el circuito complejo asociado, con lo cual se pueden hallar el modulo y la fase de la corriente del mismo. A su vez, es posible despejar una expresión del valor de la capacitancia en el circuito, lo cual resulta útil al querer determinarlo experimentalmente:

$$C = \frac{|V_R|}{2\pi f R |V_C|} \quad (6)$$

Donde en 6, f se refiere a la frecuencia de la señal utilizada, $|V_R|$ y $|V_C|$ a las amplitudes de las tensiones de R y C respectivamente

1.2. Frecuencia de Corte - Representación en Fasores

Si se toman las expresiones 4 y 5, se nota que las tensiones y corrientes cumplen estar en fase o cuadratura. La Figura 2 es la *Representación en Fasores* que las expresiones representan. V_R , va en fase a la corriente del circuito, en cambio V_C del condensador se atrasa 90° respecto a la corriente del mismo.

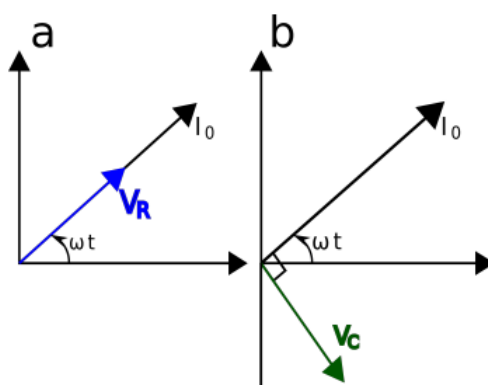


Figura 2: Representación en Fasores - Componentes de Tensión y Corriente

Con la representación de la Figura 2 de los valores de interés, es posible notar que a medida que se cambia la f de la fuente, la amplitud de cada una cambia acordeamente. A su vez, notar que la Ley de Mallas nos dice que en Fasores:

$$V_0 = V_R + V_C \quad (7)$$

Dicha ecuación es vectorial, con lo cual para saber el módulo de cada uno, se toma

$$V_0^2 = V_R^2 + V_C^2 \quad (8)$$

Con esto en mente, es razonable pensar para que frecuencia $f = f_{corte}$, los valores en módulo de V_R y V_C son idénticos. La frecuencia denominada *frecuencia de corte* se encuentra en:

$$f_{corte} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (9)$$

En la cual se verifica que los módulos mencionados son iguales y cumplen ser:

$$|V_R| = |V_C| = \frac{|V_0|}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

Dichos resultados se desprenden de tomar las ecuaciones 4 y 5 junto a la expresión de la corriente I_0 , siendo posible despejarla mediante Kirchhoff. **También se verifica que el desfase es de -45°**

Convendría también escribir las expresiones $V_R(f)$, $V_C(f)$, $\Phi(f)$ en la introducción, ya que las vamos a utilizar más adelante

2. Metodología implementada

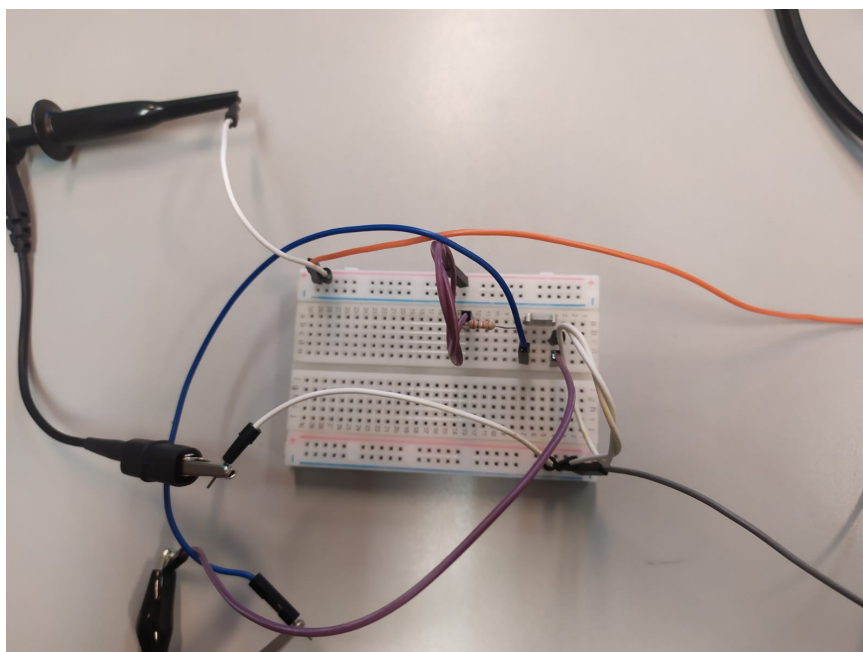


Figura 3: Protoboard con el Circuito Implementado

Como puede observarse en la Figura 3 se implemento en un protoboard un circuito conformado por un condensador de capacitancia $100nF$, una resistencia de valor $1K\Omega$ y un generador de señales cumpliendo la función de fuente de corriente alterna.

Para realizar las mediciones deseadas, se conectó en un al canal 1 de un osciloscopio a la fuente del circuito $V_0(t)$ y en el canal 2 se conectaron ambos extremos del condensador $V_C(t)$. Se fijó la amplitud de la fuente en $|V_0| = 4,72V$, para luego observar como varían las amplitudes de los voltajes en la resistencia y en el condensador para variaciones de frecuencia en la fuente.

Con ayuda de la función Math del osciloscopio se verificó $V_R(t) = V_0(t) - V_C(t)$. Con los valores obtenidos verificamos que $|\phi_C| = |\phi_R|$ y que este desfase es acorde al teórico, así mismo se observo en el osciloscopio que $|V_C| = |V_R|$ cuando nos encontramos en la frecuencia de corte

Por ultimo se tomaron medidas de $|V_C|$, $|V_R|$ y el desfase ϕ_C , variando la frecuencia, procurando tomar mas valores cerca de f_{corte} de forma de obtener una mejor aproximación al modelo teórico.

Para calcular la incertidumbre de cada medida de potencial tanto para $|V_R|$ como para $|V_C|$ se tuvo en cuenta la incertidumbre asociada al osciloscopio, dada por la ecuación:

$$\delta |V| = 0,003 |V| + 0,2Escala + 100mV$$

3. Análisis de Datos

3.1. Determinación de la Frecuencia de Corte - f_{corte}

A partir de la ecuación 9 y los valores correspondientes a los componentes utilizados podemos despejar el valor teórico de la $f_{corteTEO}$.

$$f_{corteTEO} \approx 1,591 KHz$$

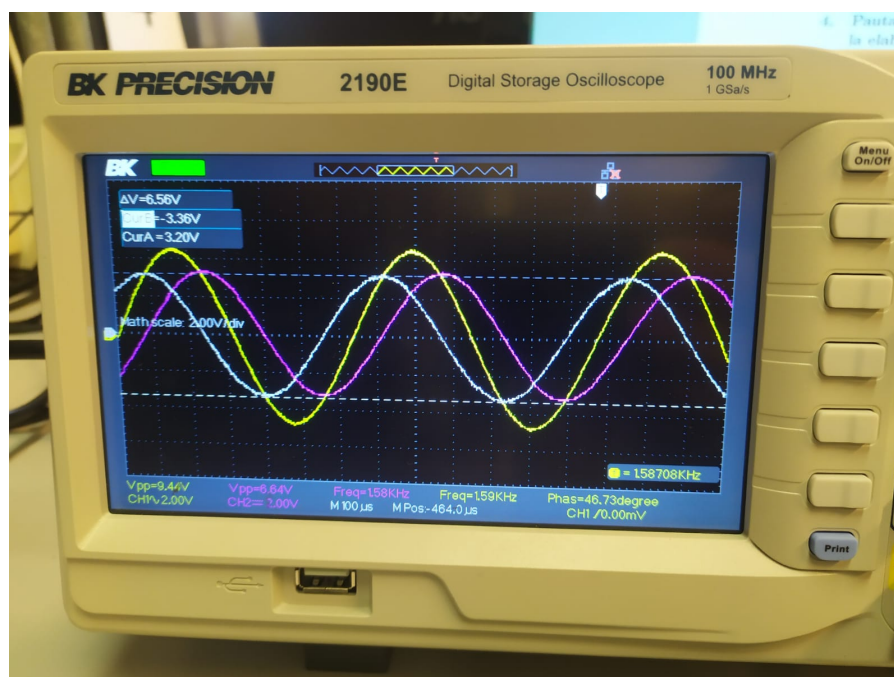


Figura 4: V_C (violeta) , V_R (blanco) y V (amarillo) vs t en la pantalla del osciloscopio.

Como puede apreciarse en la Figura 4 el valor experimental de la frecuencia de corte brindado por el osciloscopio es

$$f_{corteEXP} \approx 1,587 KHz \quad \text{Cómo obtuvieron esta frecuencia?}$$

También se observó que las amplitudes de los voltajes en la resistencia y en el capacitor fueran aproximadamente $V_0/\sqrt{2}$ y que los desfases cumplieran que $|\phi_C| = |\phi_R| = 45^\circ$.

Falta comparación con la frecuencia teórica

Cómo midieron el desfase en la resistencia?

3.2. Respuesta en Frecuencia

Con el fin de determinar el valor de C experimentalmente y la respuesta en frecuencia de V_R y V_C , se tomaron medidas a un voltaje de la fuente constante ($V_0 = 4,72V$) y variando la frecuencia entre valores de 10 veces mayores y 10 veces menores que la frecuencia de corte, obteniendo así los valores de V_C , V_R , y el desfase Φ_C (entre el potencial del condensador y la fuente) para cada una de las frecuencias pertinentes.

Las figuras 5 y 6 corresponden a los datos de amplitud del potencial de la resistencia y el condensador respectivamente en función de la frecuencia, cada una con su curva teórica.

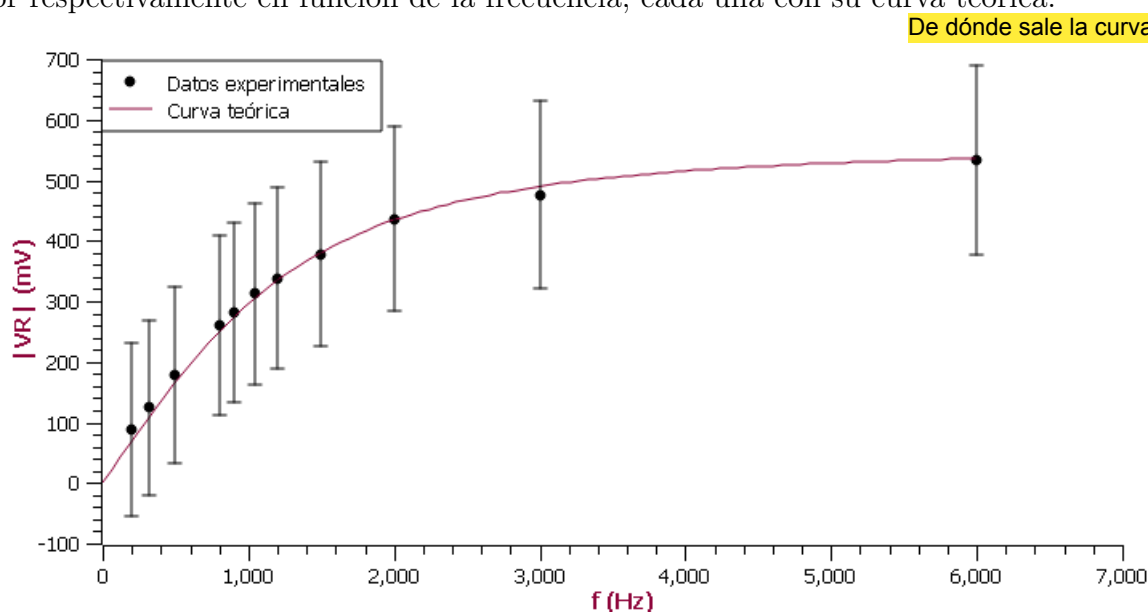


Figura 5: Respuesta en Frecuencia - V_R en función de f

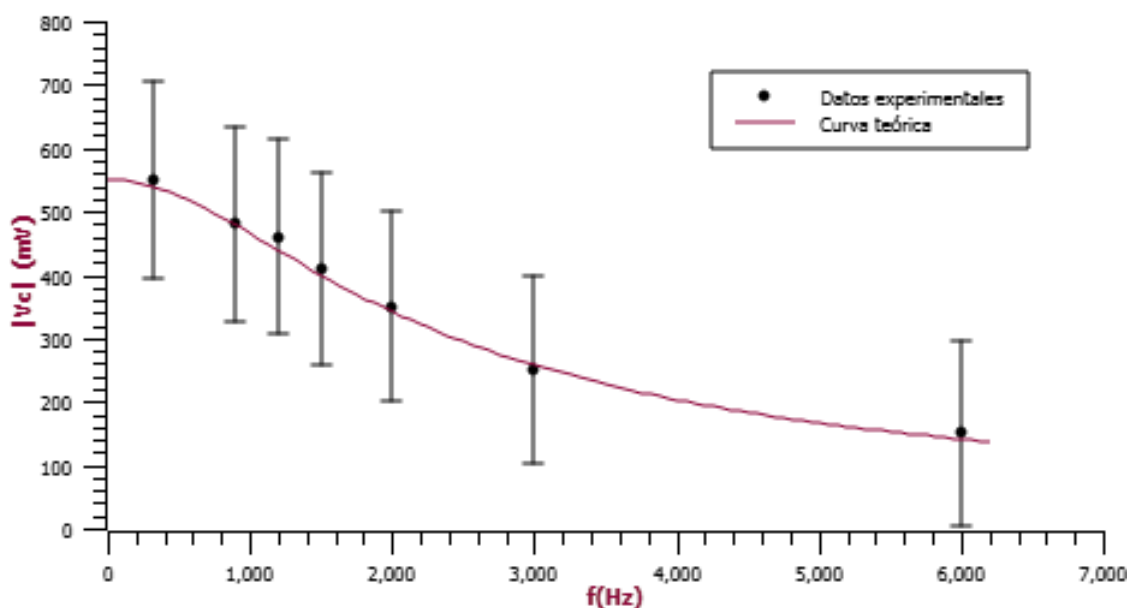


Figura 6: Respuesta en Frecuencia - V_C en función de f

Indicar en las figuras cuál es la frecuencia de corte

Se observa para frecuencias muy bajas, que V_C tomará valores de voltaje cercanos al de la fuente y V_R por su parte valores muy parecidos a 0. De manera inversa, para frecuencias altas, V_C tomará valores cercanos a 0 mientras que V_R valores cada vez mas cercanos al de la fuente.

Notar que se verifica en ambas gráficas que el valor del potencial es aproximadamente $334mV = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ a una frecuencia aproximada de $1590Hz$, que es el valor de la frecuencia de corte.

Si se observan las ecuaciones 4 y 5, dicho comportamiento es esperable. Notar que, al aumentar la frecuencia, V_C cada vez se vuelve mas pequeño, con lo cual con $f \gg 1$, y en particular $f \gg f_{corte}$, se puede pensar el condensador como un cable, con lo cual un extremo de la resistencia se va a tierra. En cambio, de tener CR en serie en vez de RC , la tensión en la resistencia se vuelve cada vez mas grande, siguiendo a la amplitud máxima de la fuente a medida que se sube la frecuencia (C se vuelve un cable).

Destaquemos que el desfase Φ_C y Φ_R que son los desfases respecto a la fuente, dependen del termino $\arctan(\frac{1}{\omega RC})$ presente en la corriente I_0 . Con esto en mente, es posible pensar que, a medida que el condensador pasa a ser un cable, V_R debe de contribuir de igual modo en la Ley de Mallas para poder cumplir la igualdad, con lo cual $V_0 \approx V_R$.

A partir de las ecuaciones 4 y 5 se pueden obtener los desfases Φ_C y Φ_R de V_C y V_R respecto a la fuente. Observando la figura 2 se obtiene $\Phi_C = \Phi_R - \frac{\pi}{2}$. Al estar en fase V_R e I_0 , y al saber que V_C se atrasa $\frac{\pi}{2}$ respecto a I_0 , se despeja el desfase deseado. **incluir estas ecuaciones en la introducción**

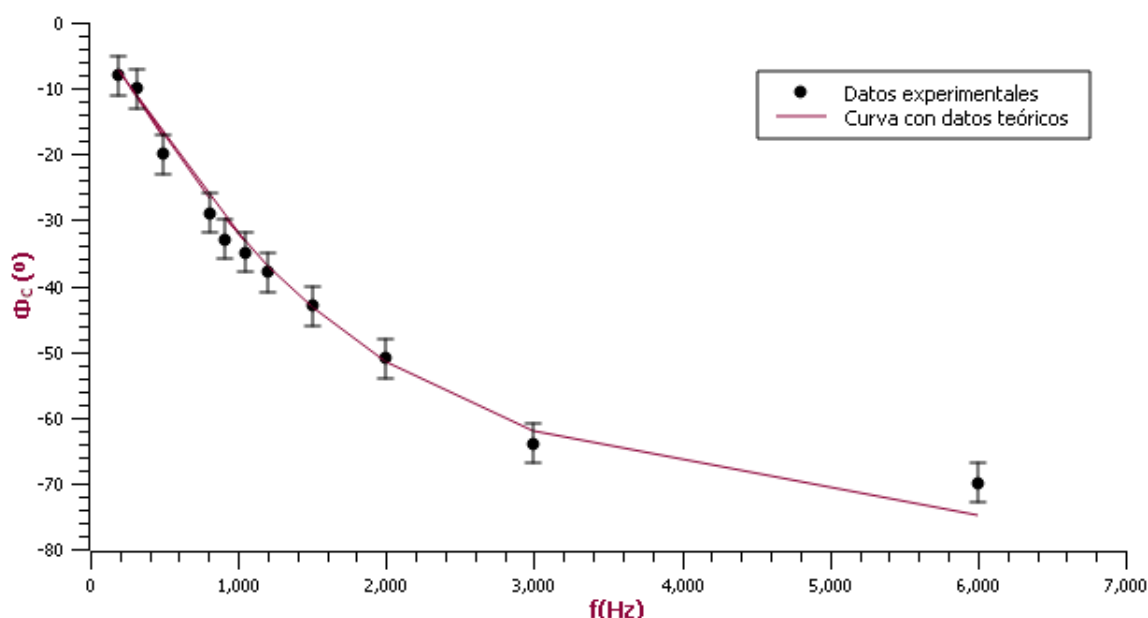


Figura 7: Respuesta en Frecuencia - Φ_C en función de f

Se observa además que al aumentar la frecuencia, el potencial del condensador tiende a desfasarse 90° respecto de la fuente.



3.3. Determinación experimental del valor de C

Utilizando los valores obtenidos de V_C y V_R junto a la ecuación 6, se obtuvo una serie de valores de C con los cuales se hizo un promedio.

A continuación para determinar la incertidumbre asociada al valor de capacitancia hallado, se tomaron en consideración las incertidumbres de los valores de V_R y V_C , la posible incertidumbre de la fuente fue despreciada ya que se considero muy baja. El valor resultante de C es el siguiente:

$$\bar{C} \approx (95 \pm 69)nF \quad \text{¿Por qué es tan alta la incertidumbre?}$$

La capacitancia proporcionada por el capacitor en fábrica es de $100nF$. Se observa que el valor obtenido es muy cercano a esta cifra, y cualquier diferencia junto con la incertidumbre asociada se puede atribuir a errores de medición debido a la limitación de resolución del osciloscopio, así como a condiciones ambientales o interferencias electromagnéticas en el entorno, como la temperatura o la humedad. Con ambos valores de C podemos calcular el error relativo:

$$E_{REL} \% = 100 \cdot \frac{|C - C_{TEO}|}{C_{TEO}} = 5 \%$$

Aunque el resultado obtenido es satisfactorio se podría mejorar la medida utilizando un osciloscopio de mayor resolución y tomando una cantidad superior de valores como muestra.

Agregar al anexo la tabla con las capacitancias calculadas y sus incertidumbres



4. Conclusiones

Durante el desarrollo del laboratorio, se abordaron diferentes aspectos relacionados con circuitos operando en un régimen sinusoidal. En particular se seleccionó para su análisis y estudio el circuito RC . Se observa como los distintos elementos utilizados en conjunto, se comportan en frecuencia.

Al observar la respuesta en frecuencia de la señales se corroboró que la frecuencia de corte vale aproximadamente 1590Hz , donde los potenciales medidos toman un valor aproximado a $\frac{V_0}{\sqrt{2}}$.

Para concluir, el resultado del cálculo de la capacitancia, tal como se mencionó en el análisis, fue satisfactorio y nos brinda confianza en relación al experimento. Los resultados de la medición indican una proximidad al valor nominal del capacitor, con un margen de incertidumbre. Esto sugiere que la medición fue razonablemente precisa, aunque es importante tener en cuenta que pueden existir influencias externas y limitaciones del equipo que podrían haber afectado la exactitud de la medición.



5. Anexo

A continuación se presentan los datos de la respuesta en frecuencia de C y R , los cuales utilizamos para graficarlos y determinar el valor del condensador experimentalmente.

$f(Hz)$	$ V_R (V)$	$ V_C (V)$	$\Phi_C(^{\circ})$
805	260	496	30 ± 3
195	88	613	5 ± 3
497	178	530	13 ± 3
315	124	550	10 ± 3
1050	312	500	36 ± 3
904	282	480	33 ± 3
1200	338	460	38 ± 3
1500	378	410	43 ± 3
2000	436	350	51 ± 3
3000	476	250	64 ± 3
6000	534	150	70 ± 3



6. Bibliografía

- Práctica 4 - Circuitos RC en régimen permanente, EVA Fing. [Link](#).
- Circuitos RC, EVA Fing. [Link](#).