

Összefésülő algoritmus

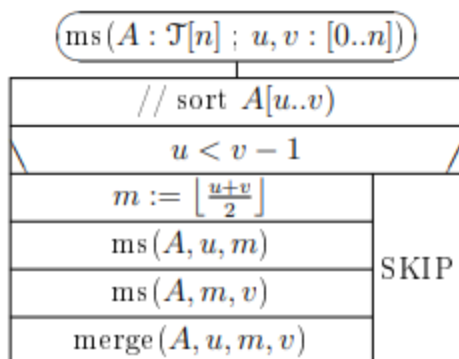
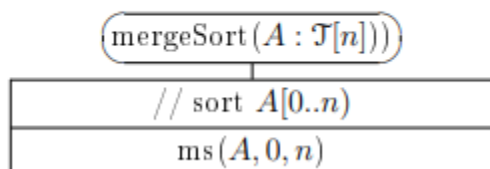
Feladat

Szemléltesse az összefésülő rendezés (mergesort) működését a tanult módon egy tetszőleges 10 elemű, egész számokat tartalmazó tömbön. A bemeneti tömb legyen véletlenszerű, nem állhat csupa azonos elemből, és nem lehet eleve rendezett. Mutassa be, hogyan alakítja ki és hogyan fésüli össze az algoritmus a résztömböket. Az egyes összefésülés meneteknél adja meg mit-mivel hasonlítana össze az algoritmus. Az utolsó összefésülő menetet (5-5 rendezett elem összefésülését) részletesen is szemléltesse. Adja meg összesen hány kulcs-összehasonlítás történt és vesse össze a kapott összehasonlítás számot a maximum kiválasztásos rendezéssel, ott hány összehasonlítás történt volna.

A megoldást digitális formában (pdf, docx, pptx) kell kidolgozni és beadni, papírra írt és lefotózott kidolgozást nem fogadunk el! A bemeneti tömböknek mindenkinél különbözőnek kell lennie! A megoldás legyen pontos, jól áttekinthető és egyértelmű!

Elemzés

kezdő függvény:



Az ms függvény rekurzív módon hívja meg önmagát, tehát az $ms(A, u, m)$ ágon megyünk, egészen addig, amíg már csak 1 elemek nem maradtak a vizsgálathoz ($u < v - 1$).

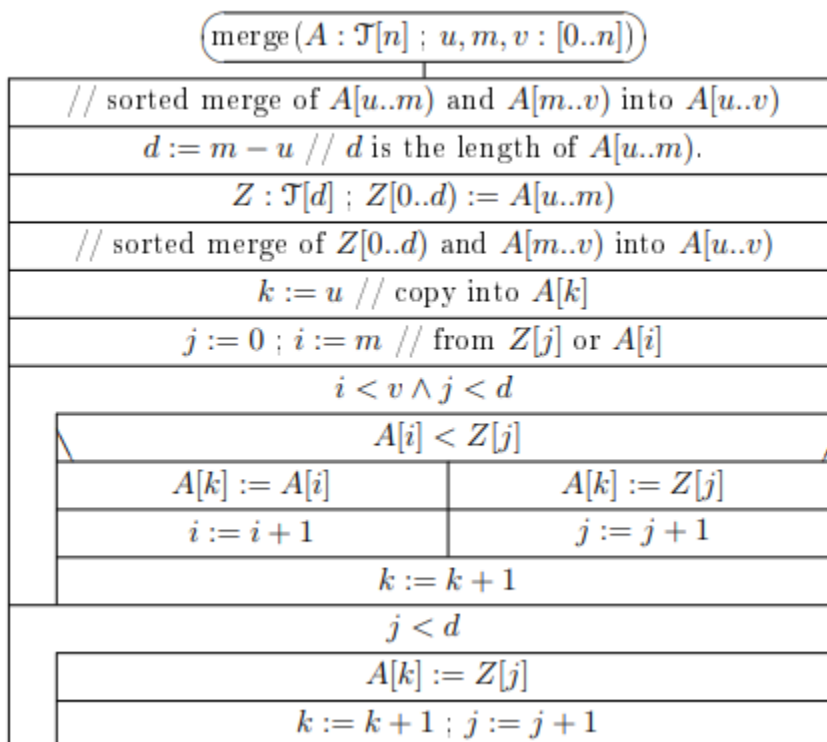
A tömb elemei: 10, 9, 8, 7, 20, 1, 14, 2, 1, 0

„Kettévágjuk” a tömböt: 1. 10, 9, 8, 7, 20, 2. 1, 14, 2, 1, 0

„Kettévágjuk” az 1. részt: 1 : 10, 9, 2. 8, 7, 20,

„Kettévágjuk” az 1. részt: 1 : 10, 2. 9,

Ezután jön az összefésülés a már szétszedett elemekre.



A^2 értéke merge() végén: 9, 10,

¹ Valójában itt nem kettévágás történik, csak a vizsgálandó tartományt szűkítjük, de a tömbünk változatlan marad.

² Természetesen az A nem csak ebből a két elemből áll, a többi elemet itt nem soroltam fel, ők változatlanul szerepelnek a tömbben, csak a vizsgálatban érintett elemek jelennek meg a következőkben.

Ezután folytatódunk az ms rekúrázív függvény a 2. részekkel (ms(A,m,v))

ms (A : T[n] ; u, v : [0..n])	
// sort A[u..v]	
u < v - 1	
m := $\lfloor \frac{u+v}{2} \rfloor$	SKIP
ms (A, u, m)	
ms (A, m, v)	
merge (A, u, m, v)	

„Kettévágjuk” az 2. részt: 1 : 8 2. 7, 20,

„Kettévágjuk” az 2. részt: 1 : 7, 2. 20,

Megint 1-1 elem maradt, indulhat az összefésülés.

merge (A : T[n] ; u, m, v : [0..n])	
// sorted merge of A[u..m) and A[m..v) into A[u..v)	
d := m - u // d is the length of A[u..m).	
Z : T[d] ; Z[0..d) := A[u..m)	
// sorted merge of Z[0..d) and A[m..v) into A[u..v)	
k := u // copy into A[k]	
j := 0 ; i := m // from Z[j] or A[i]	
i < v ∧ j < d	
A[i] < Z[j]	
A[k] := A[i]	A[k] := Z[j]
i := i + 1	j := j + 1
k := k + 1	
j < d	
A[k] := Z[j]	
k := k + 1 ; j := j + 1	

1. hívás A értéke merge() végén: 7, 20,

Mivel ebben az ágban nem maradt több szétszednivaló, ezért indulhat ezekre is az összefésülés.

2. hívás A értéke merge() végén: 7, 8, 20,
3. hívás A értéke merge() végén : 7, 8, 9, 10, 20,

Ezután a második csoport következik: 1, 14, 2, 1, 0

ugyanúgy addig „szeleteljük”, amíg 1-1 elemet nem kapunk.

$ms(A : \mathcal{T}[n] ; u, v : [0..n])$	
// sort $A[u..v]$	
$u < v - 1$	
$m := \lfloor \frac{u+v}{2} \rfloor$	SKIP
$ms(A, u, m)$	
$ms(A, m, v)$	
$merge(A, u, m, v)$	

„Kettévágjuk” az 2. részt: 1 : **1, 14** 2. **2, 1, 0,**

Kettévágjuk” az 1. részt: 1 : **1** 2. **,14**

Jöhet az 1. rész összefésülése:

4. hívás **A** értéke merge() végén: **1, 14,**

„Kettévágjuk” az 2. részt: 1 : **2** 2. **1, 0,**

„Kettévágjuk” az 2. részt: 1 : **1** 2. **0,**

Végére értünk a tömbnek, nincs tovább szétbontani való csoport, ezután jön az összefésülés:

5. hívás **A** értéke merge() végén: **0, 1,**
 6. hívás **A** értéke merge() végén: **0, 1, 2,**
 7. hívás **A** értéke merge() végén: **0, 1, 1, 2, 14,**
 8. hívásra pedig előáll a rendezett tömb: **0, 1, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 14, 20,**
- Utolsó merge() metódus hívás részletezése:

$merge(A : \mathcal{T}[n] ; u, m, v : [0..n])$	
// sorted merge of $A[u..m)$ and $A[m..v)$ into $A[u..v)$	
$d := m - u$ // d is the length of $A[u..m)$.	
$Z : \mathcal{T}[d] ; Z[0..d) := A[u..m)$	
// sorted merge of $Z[0..d)$ and $A[m..v)$ into $A[u..v)$	
$k := u$ // copy into $A[k]$	
$j := 0 ; i := m$ // from $Z[j]$ or $A[i]$	
$i < v \wedge j < d$	
$A[i] < Z[j]$	
$A[k] := A[i]$	$A[k] := Z[j]$
$i := i + 1$	$j := j + 1$
$k := k + 1$	
$j < d$	
$A[k] := Z[j]$	
$k := k + 1 ; j := j + 1$	

Itt látható, hogy a z megkapja a A tömbnek az első 5 elemét. Ez tulajdonképpen a legelső szétválasztásnál kapott két csoport külön-külön rendezett tömbje.

Tehát z értéke: 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke ebben a pillanatban: 7, 8, 9, 10, 20, 0, 1, 1, 2, 14,

A vizsgálat során az utolsó 5 db-ot fogjuk nézni, és cseréljük fel az első 5 elem valamelyikével, amennyiben szükséges.

Első elemünk a 0, őt fogjuk vizsgálni, hogy ez kisebb-e a Z-nek az első elemével. Mivel kisebb, ezért kicseréljük, és tovább lépünk az A tömbben.

z értéke: 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 8, 9, 10, 20, 0, 1, 1, 2, 14,

Mivel még se a z sem az A tömbön nem értünk végig folytatódik a vizsgálat. A következőkben az 1-et hasonlítjuk össze a 7-el. Ez kisebbnek minősül, tehát mehet az A tömb második helyére, és tovább lépünk az a tömbben. Így fog kinézni a vizsgálat után a tömbünk:

z értéke: 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 1, 9, 10, 20, 0, 1, 1, 2, 14,

Ezután megint az 1-et hasonlítjuk össze a 7-el, megint kisebb, bekerül a harmadik helyre, és tovább lépünk a tömbben.

z értéke 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 1, 1, 10, 20, 0, 1, 1, 2, 14,

Ezután megint az 2-et hasonlítjuk össze a 7-el, megint kisebb, bekerül a negyedik helyre, és tovább lépünk a tömbben.

z értéke 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 1, 1, 2, 20, 0, 1, 1, 2, 14,

A 14-et hasonlítjuk össze a 7-el, mivel kisebb, mint 14, ezért elfoglalja az ötödik helyet.

z értéke 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: : 0, 1, 1, 2, 7, 0, 1, 1, 2, 14,

Most a 14-et hasonlítjuk össze a 8-al, hasonlóan az előzőhöz a 8 bekerül az A tömb hatodik helyére, és tovább lépünk a z tömbben.

z értéke 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 1, 1, 2, 7, 8, 1, 1, 2, 14,

A 14-et hasonlítjuk össze a 9-al, ezért a 9 bekerül az A tömb hetedik helyére, és tovább lépünk a z tömbben.

z értéke 7, 8, 9, 10, 20,

A értéke: 0, 1, 1, 2, 7, 8, 9, 1, 2, 14,

A 14-et hasonlítjuk össze a 10-al, ezért a 10 bekerül az A tömb nyolcadik helyére, és továbblépünk a z tömbben.

z értéke **7, 8, 9, 10, 20,**

A értéke: **0, 1, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 2, 14,**

A 14-et hasonlítjuk össze a 20-al, mivel a 14 kisebb, ezért bekerül az A tömb kilencedik helyére, és az A továbblépünk a tömbben.

z értéke **7, 8, 9, 10, 20,**

A értéke: **0, 1, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 14, 14,**

Itt véget értünk az A tömbön, ezért a ciklusból kilépünk. Látható még, hogy nem vagyunk készen, hisz még a 20-as elemnek is a helyére kell kerülnie.

Mivel a z tömbnél az ötödik helyen állunk, az A tömbben pedig a kilencedik helyre tettük a legutolsó számot, ezért az a következő ciklus csak egyszer fordul le, és a 10. helyre bekerül a 20-as szám. Így előállt a rendezett tömbünk.

Összehasonlítás

Összesen **30 db** összehasonlítás történt, 25 az első ciklusban, tehát 25 vizsgálat volt, ahol megnéztük melyik a nagyobb, majd a kimaradt elemeket 5 alkalommal vizsgáltuk, hogy hova kerüljenek a tömbben.

A maximum keresés lényege, hogy először kiválasztjuk a minimum elemet az intervallumból, majd az intervallum elejére tesszük. **44 db** ($9+8+7+6+5+4+3+2$) összehasonlítást kell végeznünk ahhoz, hogy minden elem a helyére kerüljön, tehát jóval többet, mint összehasonlító rendezés esetén.