

Start

Ez a jegyzet a tudásom és a <http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Index.xml> szerint készült, előfordulhatnak benne hibák, de igyekszem megértetni.

Elsőnek érdemes elolvasni, kis leírás a Haskell programnyelvről:

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Intro.xml>

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Middle4.xml>

Továbbiakban használok még ezeket:

Haskell honlapja, ahonnan a GHCi is letölthető: <http://www.haskell.org/>

Haskell leírások (data, types stb.): <http://www.haskell.org/ghc/docs/latest/html/libraries/>

Haskell leírások (functions, operators stb.): <http://zvon.org/other/haskell/Outputglobal/index.html>

Ez pedig még a zh-n is használható: <http://www.haskell.org/hoogle/>

A megértéshez fontos használni a honlapokat is, mert anélkül hiányosságok lehetnek (például a zárójelezésről kezdetben még nem írok).

Az elejétől fogva érdemes minden feladatot kipróbálni, kielemezni és értelmezni, hiszen későbbiekben ezekre épül a többi. A feladatok megoldásai is szerepelnek itt (persze nem minden), de csak útmutatónak, nem megoldásnak..

<http://tryhaskell.org/>

<http://nyelvek.inf.elte.hu/leirasok/Haskell/>

<http://hackage.haskell.org/package/base-4.7.0.0/docs/src/>

Számok

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Syntax.xml>

Osztás

Kétféle osztás van. Az egyik **Fractional** a-val (/) tér vissza, a másik pedig **Integral** a-val (div).

(/)

Fractional a jelentése: a kicserélhető a **Rational**, **Double**, ... típusokra.

Példa

1 / 3 0.3333333333333333 :: Double

(div)

Integral a jelentése: a kicserélhető az **Int**, **Integer**, ... típusokra.

Példa

53 `div` 5

10 :: Integer

akár így is felírható: „div 53 5”

vagyis 53-ban az 5 10-szer van meg.

Maradék

53 `mod` 5

3 :: Integer

akár így is felírható: „mod 53 5”

vagyis 53 osztva 5-tel 3 maradékot ad.

Feladatok

Körülbelül hány másodperc van egy évben?

365 * 24 * 60 * 60

31536000 :: Integer

1.01 sugarú gömb térfogata?

4 * 1.01^3 * pi / 3

4.315714736781623 :: Double

23 osztja-e a 532253373-at?

mod 532253373 23 == 0

True :: Bool

Konverziók

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Conversion.xml>

Leírás

Általános esetben két különböző típussal nem lehet dolgozni. Egy `Double`-t még összehasonlítani sem lehet egy `Float`-tal. Erre vannak az ún. konverziók, amelyekkel az effajta típuskülönbségek kiküszöbölhetőek. Ezek csak azon típusokra használhatóak, amelyek az értelmezési tartományaikban szerepelnek, de az értékkészletben lévő típusúként használhatóak.

Unikód

Részletek a Listánál (`String`-nél)

fromIntegral

- Értelmezési tartomány: `Int` vagy `Integer`
- Értékkészlet: `Int`, `Integer`, `Rational`, `Float`, `Double`

realToFrac

- Értelmezési tartomány: `Int`, `Integer`, `Rational`, `Float` vagy `Double`
- Értékkészlet: `Rational`, `Float`, `Double`

Használat

`(5 :: Int) == (5 :: Integer)` => Nem lehet összehasonlítani, mert a típusuk különbözik (egyik `Int`, a másik `Integer`)

De `fromIntegral (5 :: Int) == fromIntegral (5 :: Integer) == True :: Bool`

Így már lehet műveleteket végezni két különböző számmal. Ez szintén igaz a `realToFrac`-ra is, amely több típusra használható.

Kerekítések

truncate

```
truncate :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
```

Nulla felé eső egész számra kerekít.

```
truncate 1.001 == truncate 1.999 == 1 :: Integer
```

```
truncate (-1.999) == truncate (-1.001) == -1 :: Integer
```

round

```
round :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
```

Legközelebbi egész számhoz kerekít.

```
round 0.001 == round 0.500 == 0 :: Integer
```

```
round 0.501 == round 1.499 == 1 :: Integer
```

```
round (-0.501) == round (-1.499) == -1 :: Integer
```

Megj.: 0.5 -> 0; 1.5 -> 2; 2.5 -> 2; 3.5 -> 4; 4.5 -> 4; 5.5 -> 6; 6.5 -> 6; 7.5 -> 8; 8.5 -> 8; 9.5 -> 10

ceiling

```
ceiling :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
```

Felfelé kerekít.

```
floor 1.001 == floor 1.999 == 2 :: Integer
```

```
floor (-1.001) == floor (-1.999) == (-1) :: Integer
```

floor

```
floor :: (Integral b, RealFrac a) => a -> b
```

Lefelé kerekít.

```
floor 1 == floor 1.999 == 1 :: Integer
```

```
floor (-1.001) == floor (-1.999) == (-2) :: Integer
```

Magyarázat

Mint látható, a *round* $x.5$ esetén mindig a páros számhoz kerekít. Ennek az összegzésnél van szerepe:
Vegyük a $[0.5, 1.5 .. 100.5]$ listát, amelynek az összege: $\text{sum } [0.5, 1.5 .. 100.5] == 5100.5 :: \text{Double}$
Ha felfelé kerekítenénk (*ceiling*), akkor ez 5151 lenne, lefelé kerekítés (*floor*) esetén pedig 5050.
A *round*-nál ez az összeg 5100.

Feladatok

10^9 gyökéhez legközelebb eső egész szám?

`round (sqrt 10 ^ 9)`

`31623 :: Integer`

Mi az unikód kódja az 'x' karakternek?

`fromEnum 'x'`

`120 :: Int`

Melyik az 50 unikód kódú karakter?

`(toEnum 50 :: Char)`

`'2' :: Char`

Bool

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Bools.xml>

Kisebb (<), nagyobb (>), kisebb egyenlő (<=), nagyobb egyenlő (>=), egyenlő (==), nem egyenlő (/=) és a negálás (not). Szintaktikában az $a == b$ helyes, de az $a == b == c$ már nem, csak zárójelezve, $(a == b) == c$, ahol c *True* vagy *False*.

Műveletek

(&&)

True && True == True

False && True == False

True && False == False

False && False == False

(||)

True || True == True

False || True == True

True || False == True

False || False == False

Feladatok

Kifejezés, amely pontosan akkor **True** ha a **23** nem osztja a **532253373**-at!

$\text{div } 532253373 \text{ } 23 \neq 0$

vagy

$\text{not } (\text{div } 532253373 \text{ } 23 == 0)$

Írjuk ki a rejtett zárójeleket!

$6 < 4 \text{ || } 4 \geq 5 \text{ \&\& } 12 \neq 4 * 4$

=>

$((6 < 4) \text{ || } (4 \geq 5)) \text{ \&\& } (12 \neq (4 * 4))$

Távolítsunk el minél több zárójelpárt!

$((1 < 2) \text{ \&\& } (50 > (100 - 2) \text{ `mod` } 50))$

=>

$1 < 2 \text{ \&\& } 50 > (100 - 2) \text{ `mod` } 50$

Zárójelezzük a következő kifejezést!

$2 < \text{div } 18 \text{ } 4 \text{ || mod } 15 \text{ } 5 > (-3)$

=>

$((2 < (\text{div } 18 \text{ } 4)) \text{ || } ((\text{mod } 15 \text{ } 5) > (-3)))$

Listák

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Lists.xml>

Felépítésük

A listák elemei csak ugyanolyan típusúak lehetnek, mint például `[1,2,3]`, ahol a típus az `Integer`, vagy `[True, True]`, ahol `Bool`, de az `[1,2,True]`, már helytelen. Üres lista: `[]`

A sorrend és a hossz is lényeges:

`[1,2,3] /= [3,1,2]` `[1,1] /= [1]`

Ugyanígy az egy elemű listák sem összehasonlíthatóak az elemmel:

`[13]` és `13` nem ugyanaz, de nem is összehasonlíthatóak!!

`([13] :: Integer)`, `13 :: Integer`, vagyis más a típusuk

PontPont kifejezések

PontPont kifejezéseket egyszerűség miatt szoktunk használni. Például az `[1..5]` megegyezik az `[1,2,3,4,5]` listával.

Két elemet is megadhatunk kezdetnek, ekkor ez a sorozat növekedését vagy csökkenését adja meg:

`[1,3..10]` azt jelenti, hogy 2-vel növekszik a sorozat, így `[1,3,5,7,9]` lesz.

`[1,(-2)..(-10)]` pedig ezzel lesz egyenlő `[1,-2,-5,-8]`

Végtelen listákra is ezt alkalmazzuk:

`[1..]` 1-től meg a végtelenbe egyesével, `[1,3..]` pedig kettesével..

Szöveg (String)

A szöveg karakterekből épül fel, ezért a `String` típus nem más, mint `[Char]`.

`„abc” == ['a','b','c']`

`['a'..'z']` a kisbetűk listája, vagyis `„abcdefghijklmnopqrstuvwxyz” :: [Char]`

`['A'..'Z']` a nagybetűk listája, vagyis `„ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ” :: [Char]`

`['0'..'9']` a számok listája, vagyis `„0123456789” :: [Char]`

Karakter unikód kóddá alakítás

`fromEnum '4' == ord '4' == 52 :: Int`

`digitToInt '4' == 4 :: Int` (ez csak 0-9 és A-F esetén)

Egy szám szerinti karakter

`toEnum 52 :: Char == chr 52 == '4' :: Char`

`intToDigit 4 == '4' :: Char` (ez csak 0-15 esetén)

A `toEnum` és a `fromEnum` `Prelude`-ben van benne, az `ord`, `chr`, `intToDigit` és a `digitToInt` pedig a `Data.Char`-ban.

Művelet listákon

Több fontosabb művelet (*filter*, *map*, *concat stb...*) később fognak szerepelni.

length

Visszaadja a lista hosszát véges lista esetén.

`length [4,7,8] == 3 :: Int`

`length „alma” == 4 :: Int`

`length [1..1000] == 1000 :: Int`

(!!)

A megadott helyen lévő elemet adja vissza. A listák 0-tól indexelődnek.

`['a','b','c'] !! 1 == 'b' :: Char`

`„abc” !! 0 == 'a' :: Char`

`„a” !! 1 == Error`

`[1..10] !! 9 == 10 :: Integer`

(++)

Két listát konkatenál.

`„he” ++ „llo” == „hello”`

`[1..5] ++ [6..10] == [1..10]`

`[1] ++ [] == [1]`

`[] ++ [1] == [1]`

sum és product

sum a lista összegét adja vissza, a *product* pedig a szorzatot. Ez csak **Num a** típusúakra használható.

`sum [1..10] == 55 :: Integer`

`product [1..10] == 3 628 800 :: Integer`

`sum [1.0, 1.1, 1.2] == 3.3 :: Double`

`product [1.0,1.1,1.2] == 1.32 :: Double`

Feladatok

Soroljuk fel **10-től** visszafelé **-10-ig** a számokat!

`[10,9.. -10]` `[10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10] :: [Integer]`

Adjuk meg a **113. elemét** annak a számtani sorozatnak, amelynek az első két eleme **11** és **32**!

`[11,32..] !! 112`

`2363 :: Integer`

Hányféleképpen lehet sorba rendezni **10** különböző elemet?

`product [1..10]`

`3628800 :: Integer`

Hányféleképpen választhatunk ki **70** különböző **elemből 30 elemet**?

`div (product [41..70]) (product [1..30])`

`55347740058143507128 :: Integer`

Halmazkifejezések

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Comprehensions.xml>

Felépítésük

A példa: $\{ n^2 \mid n \in \mathbb{N}, n \text{ páros} \}$

Megoldás: $[n^2 \mid n <- [1..], n \text{ `mod` } 2 == 0]$

Így kell definiálni egy listagenerátort: $[\text{visszatérési érték} \mid \text{változó}_1 <- \text{lista}_1, \dots, \text{változó}_n <- \text{lista}_n, \text{feltétel}]$

– *Visszatérési érték* lehet olyan, ahol a változónk szerepel vagy nem. Akkor adódik hozzá, ha a feltétel igaz. Itt n^2 .

– a $\text{változó} <- \text{lista}$ annyit jelent, hogy a változó a lista elemeinek értékét veszi fel sorrendben. Ha több változónk van, és valamelyik a másikra hivatkozik, akkor a másikat előrébb kell definiálni.

Itt $n <- [1..]$ azt jelenti, hogy elsőnek n az 1 lesz, aztán 2, 3, 4. stb..

– *Feltételnek* olyat szabad csak megadni, ami igazzá vagy hamissá értékelődik ki. Különben hiba.

Itt $n \text{ `mod` } 2 == 0$ azt jelenti, hogy csak a páros számokkal foglalkozik.

Rendezett párok

Rendezett párok elemei, a listával ellentétben, lehetnek különböző típusúak. Például $(1, \text{True})$ helyes felírás, ekkor a típusa $(\text{Char}, \text{Bool})$ lesz a típusa.

Ezekre is lehet írni listagenerátort, például

$[(a,b) \mid a <- "abc", b <- [1,2]]$ $[(a', 1), (a', 2), (b', 1), (b', 2), (c', 1), (c', 2)] :: [(Char, Integer)]$

A rendezett párok első elemét az *fst* függvénnyel kapjuk meg:

$\text{fst } (a', \text{True}) == a' :: Char$

második elemét pedig az *snd*-vel:

$\text{snd } (a', \text{True}) == \text{True} :: Bool$

zip – unzip

A *zip* „összezipel” két listát, azonos helyen lévőkkel mindaddig, amíg valamelyik lista nem fogy el.

$\text{zip } "abcd" [1,2]$ $[(a', 1), (b', 2)] :: [(Char, Integer)]$

Az *unzip* pedig „kicsomagol” egy már „becsomagolt” listát egy rendezett párba

$\text{unzip } [(a', 1), (b', 2)]$ $(\text{"ab"}, [1,2]) :: (Char, [Integer])$

take – drop

A *take* adott hosszúságú listát hagy meg a megadott lista elejétől.

$\text{take } 5 [1,2] == [1,2] :: [Integer]$ $\text{take } 2 \text{"abcde"} == \text{"ab"} :: Char$

A *drop* pedig adott hosszúságú listát hagy el a megadott lista elejétől.

$\text{drop } 5 [1,2] == [] :: [Integer]$ $\text{drop } 2 \text{"abcde"} == \text{"cde"} :: Char$

concat, words – unwords

A *concat* csak „listák a listában” típusúakra alkalmazható. Példák

$\text{concat } [\text{"Van"}, \text{"Egy"}, \text{"Alma"}] == \text{"VanEgyAlma"}$ $[[Char]] \rightarrow [Char]$
 $\text{concat } [[1..5], [6..10]] == [1..10]$ $[[Integer]] \rightarrow [Integer]$

A *words* egy szöveget szavakra szed szét. A szöveg szóközöket tartalmaz. Példa

$\text{words } \text{"Van Egy Alma."} == [\text{"Van"}, \text{"Egy"}, \text{"Alma."}]$ $[Char] \rightarrow [[Char]]$

Az *unwords* pedig olyasmi, mint a *concat*, de minden közé tesz egy szóközt.

$\text{unwords } [\text{"Van"}, \text{"egy"}, \text{"alma."}] == \text{"Van egy alma."}$ $[[Char]] \rightarrow [Char]$

A *word* és az *unwords* csak *Char* típusúakra használható.

Feladatok

2 hatványai növekvő sorrendben 1-től 2^{10} -ig!

```
[2^n | n<-[0..10]] [1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024] :: [Integer]
```

Első 10 négyzetszám kétszerese!

```
[2*n^2 | n<-[0..9]] [0, 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128, 162] :: [Integer]
```

Állítsunk elő olyan 10 hosszúságú listát, amely váltakozva tartalmazza a False és True értékeket!

```
[even n | n<-[1..10]] [False, True, False, True, False, True, False, True, False, True] :: [Bool]
```

Melyik legkisebb 2 hatvány nagyobb, mint 10^{20} ?

```
head [2^n | n<-[0..], 2^n > 10^20] 147573952589676412928 :: Integer
```

Melyik legkisebb n természetes számra igaz: $1024^n > 2 * 1000^n$?

```
head [n | n<-[0..], 1024^n > 2*1000^n] 30 :: Integer
```

Soroljuk fel a 60 osztóit!

```
[n | n<-[1..60], mod 60 n == 0] [1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60] :: [Integer]
```

Hány osztója van a 60-nak?

```
length [n | n<-[1..60], mod 60 n == 0] 12 :: Int
```

Prímszám-e az 123457?

```
length [n | n<-[2..(div 123457 2)], mod 123457 n == 0] == 0 True :: Bool
```

Állítsuk elő azt a listát, amely sorrendben tartalmazza az összes (óra, perc) párt!

```
[(h,m) | h<-[0..23], m<-[0..59]]
```

Állítsuk elő azt a listát, amely párként tartalmazza az összes dominót: [(0,0),(0,1),(1,1)...] !

A (1,0) ne szerepeljen, mert az ugyanazt a dominót reprezentálja, mint a (0,1). Megjegyzés: A dominók legkevesebb nulla, legtöbb kilenc pontot tartalmazhatnak.

```
[(x,y) | x<-[0..9], y<-[x..9]]
```

Keressünk olyan a, b, c logikai értékeket, melyekre teljesül a következő logikai feltétel:

```
(a || (b && c)) /= ((a || b) && c) (True || (True && False)) /= ((True || True) && False)
```

Állítsuk elő azt a listát, amely sorrendben tartalmazza az összes (hónap, nap) párt egy 365 napos évben!

```
[(m,d) | m<-[1..12], d<-[1..31], (m `elem` [4, 6, 9, 11]) <= (d <= 30), (m == 2) <= (d <= 28)]
```

Állítsuk elő az [(1,'a'),(2,'b'),...(...,'z')] listát!

```
zip [1..] ['a'..'z']
```

Állítsuk elő a következő listát: [1,2,2,3,3,3,4,4,4, ...] ! Az i szám i-szer szerepel a listában.

```
[x | x<-[1..], y<-[1..x]]
```

Állítsuk elő az 1,2,1,2,3,2,1,2,3,4,3,2,1,2,3,4,5,4,3,2,1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1,... sorozatot!

```
concat [[1..n] ++ [n-1,n-2..2] | n<-[2..]]
```

Állítsuk elő a következő végtelen szöveget: "* * * * * * * * * * ..." !

```
unwords [ '*' | m<-[1..n]] | n<-[1..]
```

Függvények definiálása

.hs fájlok (vagy .lhs)

Egy Haskell modul szerkezete:

- Fejléc (legfelső szintű modulnál nem kell): `module` modulnév `where`
- `import` deklarációk (például a `Data.Char`)
- egyéb deklarációk

GHCi-ben egy modul betöltése: „:l <fájl neve>.hs”, újratöltés pedig a „:r” paranccsal történik. Állítsuk be alapméretezett programnak a programot, ezután dupla kattintásra más megnyitja és be is tölti a fájlt. Ha duplán kattintunk a fájlunkra, akkor rögtön megnyitja a GHCi-t és be is tölti a fájlt.

A `Prelude` automatikusan betöltődik, ha pedig még `import`-álunk a fájlunkban, akkor azok is mellé.

Ha nem töltünk be semmilyen fájlt, a GHCi ugyanúgy használható, de ekkor külön `import`-álni kell azokat, amelyekre szükségünk van (`Data.List`, etc...). Az `import` deklarációk csak a modul elején lehetnek!

Egy definíciót, amelyet felül szeretnénk írni (például az `even`), azt így rejthetjük el:

`import Prelude hiding (even)`, de többet is el lehet akár `(import Prelude hiding (even,odd))`

Egysoros megjegyzés:

```
-- megjegyzés a sor végéig
```

Többsoros megjegyzés, amelyek egymásba ágyazhatóak:

```
{- megjegyzés -}
```

Deklarációk

A deklarációk sorrendje nem számít!

- típusdeklarációk
Azt mutatják meg, hogy milyen típusú paraméterekre van szüksége a függvénynek, és ezekből milyen típusú lesz eredmény. (Például: `f :: Int -> Int`)
- függvénydefiníciók (Például: `f x = x`)
- konstansdefiníciók (Például: `pi = 2 * acos 0`)
- operátor definíciók (Például: `a <= b = not (a > b)`)
- típusdefiníciók (Például: `type String = [Char]`)
- típusosztály definíciók (Például: `class Num a where`)
- típusosztály példányosítás (Például: `instance Num Int where`)

Függvénydeklarálás

Egyparáméteres függvény típus nélkül

```
f x = x + 1
```

Használata: `f 2`

Eredmény: `3`

Kétparáméteres függvény típussal

```
g :: Integer -> Integer -> Integer
```

```
g a b = a * b + 1
```

Használata: `g 2 3`

Eredmény: `7`

Mint látható (típusból is), `2 Integer`-re van szüksége, amiből egy `Integer` lesz.

Feladatok

Tesztesetek a honlapon vannak, ide csak a feladatot, típust és a deklarációt írrom le.

Generáljuk a következő listát: `[1, 2, ..., n-1, n, n-1, ..., 2, 1]`!

```
mountain :: Integer -> [Integer]
mountain n = [1..n-1] ++ [n,n-1..1]
```

Háromszög szerkeszthetősége

```
areTriangleSides :: Real a => a -> a -> a -> Bool
areTriangleSides a b c = (a+b > c) && (a+c > b) && (b+c > a)
```

Prelude.even

```
even :: Integer -> Bool
even n = mod n 2 == 0
```

Megj.: $even\ n = not\ (odd\ n)$, ha odd definiálva van

Prelude.odd

```
odd :: Integer -> Bool
odd n = mod n 2 /= 0
```

Megj.: $odd\ n = not\ (even\ n)$, ha $even$ definiálva van

Oszthatóság

```
divides :: Integer -> Integer -> Bool
divides a b = mod b a == 0
```

Szökőév-e

```
isLeapYear :: Integer -> Bool
isLeapYear n = (mod n 400 == 0) || (mod n 4 == 0 && mod n 100 /= 0)
```

Négyzetösszeg

```
sumSquaresTo :: Integer -> Integer
sumSquaresTo n = sum [n^2 | n <- [0..n]]
```

Osztók

```
divisors :: Integer -> [Integer]
divisors n = [x | x <- [1..n], mod n x == 0]
```

Valódi osztók

```
properDivisors :: Integer -> [Integer]
properDivisors n = [x | x <- [2..n-1], mod n x == 0]
```

Mintaillesztés

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Patterns.xml>

Minta lehet

- változó: x, xs, y, a, \dots
- joker: $_$
- típus specifikus minták: $\text{True}, 0, (a, b), \dots$
- Üres lista minta: $[]$
- Egyelemű lista minta: $[a]$
- Kételemű lista minta: $[a, b]$
- legalább 1 elemű lista: $(x:xs)$
- legalább 2 elemű lista: $(x:y:xs)$

Példa a jokerre

```
True  && True  = True
True  && False = False
False && True  = False
False && False = False
```

Egyszerűbben

```
True && True  = True
_    && _     = False
```

Annyit jelent, hogy ha $\text{True} \ \&\& \ \text{True}$ -t hívunk meg, akkor True , egyéb esetben, bármi is az első vagy a második, False lesz.

(:) jelentése és példa

Szemantika:

- $[]$ az üres listákra illeszkedik
- A $h:t$ minta akkor illeszkedik, ha a lista nem üres: a h minta illeszkedik a lista fejére, a t minta pedig illeszkedik a lista törzsére.

A kettőspont típusa: $(:) :: a \rightarrow [a] \rightarrow [a]$

Tehát ha $h:t$ típusa $[x]$, akkor h típusa x , t típusa pedig $[x]$. A kettőspont jobbra köt!

Példa

```
[1,2,3] == 1:2:3:[]    =>    1:2:[3]    =>    1:[2,3]    =>    [1,2,3]
(1:(2:(3:[]))) == [1,2,3]
'H' : „ello” == „Hello” :: [Char]
0 : [1,2,3] == [0,1,2,3] :: [Integer]
```

Hivatkozás listára

Például $\text{tails } (x:xs) = (x:xs) : \text{tails } xs$ esetén célszerűbb $\text{tails } l@(x:xs) = l : \text{tails } xs$ -t írni, tehát listára így hivatkozunk:

head - last

Nincs mit magyarázni, a *head* a lista első elemét adja vissza
a *last* pedig az utolsót

Mindkettő nemüres listákon működik csak.

```
head [1..5] == 1 :: Integer
last [1..5] == 5 :: Integer
```

Feladatok

Elemcsere

```
swap :: (a, b) -> (b, a)
swap (a,b) = (b,a)
```

Tükrözés az x tengelyre

```
mirrorX :: Num a => (a, a) -> (a, a)
mirrorX (a,b) = (a,-b)
```

Origó középpontú nagyítás

```
scale' :: Num a => a -> (a, a) -> (a, a)
scale' n (a,b) = (n*a,n*b)
```

Pontra tükrözés

```
mirrorP :: Num a => (a, a) -> (a, a) -> (a, a)
mirrorP (a,b) (x,y) = (2*a-x, 2*b-y)
```

Két pont távolsága

```
distance :: Floating t => (t, t) -> (t, t) -> t
distance (a,b) (x,y) = sqrt((a-x)^2+(b-y)^2)
```

Modulo 3 szorzás

```
mul3 :: Int -> Int -> Int
n `mul3` m = n*m `mod` 3
```

Sortörés-szóköz csere

```
replaceNewline :: Char -> Char
replaceNewline '\n' = ' '
replaceNewline x = x
```

Sortörés-szóköz cserék

```
replaceNewlines :: String -> String
replaceNewlines [] = []
replaceNewlines (x:xs) = replaceNewline x : replaceNewlines xs
```

Vagy `replaceNewlines l = [replaceNewline x | x <- l]`

Megj.: csak akkor működik, ha a `replaceNewLine` függvény már definiálva van.

„a” – „az” csere

```
swap_a_az :: String -> String
swap_a_az "a" = "az"
swap_a_az "az" = "a"
swap_a_az str = str
```

„a” – „az” cserék

```
swapAll_a_az :: String -> String
swapAll_a_az str = unwords [swap_a_az x | x <- words str]
```

Megj.: csak akkor működik, ha a `swap_a_az` függvény már definiálva van.

1 elemű-e a lista?

```
isSingleton :: [a] -> Bool
isSingleton [x] = True
isSingleton _ = False
```

Kezdőbetű nagybetűvé

```
toUpperFirst :: String -> String
toUpperFirst (x:xs) = toUpper x:xs
```

Megj.: a `toUpper` függvény a `Data.Char`-ban szerepel.

Összes kezdőbetű nagybetűvé

```
toUpperFirsts :: String -> String
toUpperFirsts l = unwords [toUpperFirst s | s <- words l]
```

Megj.: csak akkor működik, ha a `toUpperFirst` függvény már definiálva van.

Példa:

- 1) `toUpperFirsts "az az alma" == unwords [toUpperFirst s | s <- words "az az alma"]`
- 2) `words "az az alma" => ["az", "az", "alma"]`

- 3) `concat [toUpperFirst s | s <- ["az", "az", "alma"]] =>`
`concat [toUpperFirst "az", toUpperFirst "az", toUpperFirst "alma"]`
- 4) `concat [toUpperFirst "az", toUpperFirst "az", toUpperFirst "alma"] =`
`concat ["Az", "Az", "Alma"]`
- 5) `unwords ["Az", "Az", "Alma"] => "Az Az Alma"`

Azonos szavak egy szövegben

```
countOfAs :: String -> Int
countOfAs l = length [x | x <- words l, x == "a"]
```

Szűrés elemek közti távolság alapján

```
distantPairs :: [(Integer, Integer)] -> Int
distantPairs l = length [x | x <- l, (snd x - fst x) >= 2]
```

A lista minden 5. eleme

```
everyFifth :: [a] -> [a]
everyFifth [] = []
everyFifth l = head l : everyFifth (drop 5 l)
```

Rekurzió

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Recursion.xml>

Leírás

Nézzük az egyik egyszerű függvényt, az összegzést (*sum*). Egy rekurzív definíciója:

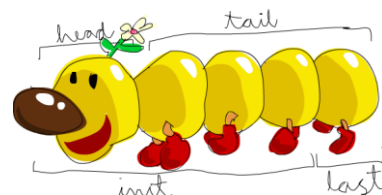
```
sum :: Num a => [a] -> a
sum [] = 0
sum (x:xs) = x + sum xs
```

$\text{sum } [1,2,3,4,5] \Rightarrow 1 + \text{sum } [2,3,4,5] \Rightarrow 1 + 2 + \text{sum } [3,4,5] \Rightarrow 1 + 2 + 3 + \text{sum } [4,5]$
 $\Rightarrow \dots \Rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \text{sum } [] \Rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 0 \Rightarrow 15 :: \text{Integer}$

Vagy példának jó az *init* is, ami az utolsó elem kivételével mindent visszaad:

```
init :: [a] {-nemüres-} -> [a]
init [x] = []
init (x:xs) = x : init xs
```

$\text{init } [1,2,3] \Rightarrow 1 : \text{init } [2,3] \Rightarrow 1 : 2 : \text{init } [3] \Rightarrow 1 : 2 : [] \Rightarrow [1,2] :: [\text{Integer}]$
(Eddigi ismeretek alapján ugye $1:2:[] \Rightarrow 1:[2] \Rightarrow [1,2]$)



A *minimum* pedig így működik:

```
minimum :: Ord a => [a] {-véges, nemüres-} -> a
minimum [x] = x
minimum (x:xs) = min x (minimum xs)
```

$\text{minimum } [3,2,1,4] \Rightarrow \text{min } 3 (\text{minimum } [2,1,4]) \Rightarrow \text{min } 3 (\text{min } 2 (\text{minimum } [1,4])) \Rightarrow$
 $\text{min } 3 (\text{min } 2 (\text{min } 1 (\text{minimum } [4]))) \Rightarrow \text{min } 3 (\text{min } 2 (\text{min } 1 (4))) \Rightarrow$
 $\text{min } 3 (\text{min } 2 (1)) \Rightarrow \text{min } 3 (1) \Rightarrow 1 :: \text{Integer}$

Feladatok

Prelude.last

```
last :: [a] {-nemüres-} -> a
last [x] = x
last (x:xs) = last xs
```

Prelude.concat

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat [] = []
concat (x:xs) = x ++ (concat xs)
```

Prelude.++

```
(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[] ++ l = l
(x:xs) ++ l = x : (xs ++ l)
```

Összefésülés

```
merge :: [a] -> [a] -> [a]
merge [] l = l
merge l [] = l
merge (x:xs) l = x : merge l xs
merge (x:xs) (y:ys) = x:y:merge xs ys
```

Prelude.zip

```
zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
zip [] _ = []
zip _ [] = []
zip (x:xs) (y:ys) = (x,y) : zip xs ys
```

Data.List.isPrefixOf

```
isPrefixOf :: Eq a => [a] -> [a] -> Bool
isPrefixOf [] _ = True
isPrefixOf _ [] = False
isPrefixOf (x:xs) (y:ys) = x==y && isPrefixOf xs ys
```

Prelude.elem

```
elem :: Eq a => a -> [a] {-véges-} -> Bool
elem _ [] = False
elem n (x:xs) = n==x || elem n xs
```

Data.List.nub

```
nub :: Eq a => [a] -> [a]
nub [] = []
nub (x:xs) = x: nub [e | e <- xs, x/=e]
```

Polinom kiértékelése

```
polinom :: Num a => [a] -> a -> a
polinom [] _ = 0
polinom (x:xs) n = x + n * polinom xs n
```

Megj.: rekurzió nélkül: $\text{polinom } l \ n = \text{sum } [(fst\ x) * n^{snd\ x} \mid x \leftarrow (zip\ l\ [0..])]$
Vagy $\text{polinom } l \ n = \text{sum } (map\ (\lambda\ (x,y) \rightarrow x * n^y) (zip\ l\ [0..]))$
(a map-ről és a névtelen függvényekről később lesz szó)

Lista feldarabolása

```
runs :: Int -> [a] -> [[a]]
runs _ [] = []
runs n l = [take n l] ++ runs n (drop n l)
```

Feldarabolás másképp

```
slice :: [Int] -> [a] -> [[a]]
slice _ [] = [[]] slice [] _ = []
slice [] _ = [] slice (n:ns) l = take n l : slice ns (drop n l)
slice (x:xs) l = runs x (take x l) ++ slice xs (drop x l)
```

Minden n-edik elem

```
every :: Int -> [a] -> [a]
every _ [] = []
every n l = head l : every n (drop n l)
```

Gyorsrendezés

```
qsort :: Ord a => [a] -> [a]
qsort [] = []
qsort (x:xs) = qsort [y | y <- xs, y <= x] ++ [x] ++ qsort [y | y <- xs, y > x]
```

Data.List.tails

```
tails :: [a] -> [[a]]
tails [] = [[]]
tails l = l : tails (tail l)
```

Megj.: az utolsó sor így is lehetne: $\text{tails } l@(x:xs) = l : \text{tails } xs$
rekurzió nélkül az egész: $\text{tails } l = [\text{drop } n\ l \mid n \leftarrow [0..\text{length } l]]$

Data.List.inits

```
inits :: [a] -> [[a]]
inits l = [take n l | n <- [0..length l]]
```


Esetszétválasztás

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Guards.xml>

Felépítésük

függvéynév **változók**

```
| feltétel_1 = kifejezés_1  
| feltétel_2 = kifejezés_2  
...  
| feltétel_n = kifejezés_n
```

függvéynév **változók =**

```
if feltétel_1 then kifejezés_1  
else if feltétel_2 then kifejezés_2  
...  
else if feltétel_n then kifejezés_n
```

Vagy

```
függvéynév változók | feltétel_1 = kifejezés_1 | feltétel_2 = kifejezés_2 . | feltétel_n = kifejezés_n  
függvéynév változók = if feltétel_1 then kifejezés_1 else if feltétel_2 then kifejezés_2 . else if feltétel_n then kifejezés_n
```

Tehát a típus, *név* és a **változók** után egy **|**-vel kezdődik, utána a **feltétel**, ezt követi az **=** és a **kifejezés**. Ezeket lehet egy sorba is írni, de általában külön sorba írjuk őket és bentebb kezdjük, mint a *függvéynév*.

A **|** felváltható az **if**, **else if** és az **else** szavakkal, az **=** pedig **then** szóval, a változók után pedig **=-t** kell tenni, ekkor **if/else if feltétel then kifejezés** és **else kifejezés**.

Megj.: Átláthatóság miatt célszerűbb a vonalas **|**, több sorban rendezett változatot használni.

A feltételek **Bool** típusúak és fentről lefelé vizsgáljuk. Amelyik elsőnek értékelődik ki **True**-ra, annak a kifejezése hajtódik végre.

Az **otherwise** szó pedig egy konstans a **Prelude**-ban, aminek az értéke **True :: Bool**. Ezt legtöbbször olyan esetekben használjuk, hogy ha biztosan lesz eredmény. Például:

```
ertek :: Int -> String  
ertek n  
  | n > 0 = "A szám pozitív"  
  | n == 0 = "A szám a 0" else  
  | otherwise = "A szám negatív"
```

```
ertek n =  
  if n > 0 then "A szám pozitív"  
  if n == 0 then "A szám a 0"  
  else "A szám negatív"
```

Ha **ertek (-1)**-et hívok meg, akkor az **n > 0** és az **n == 0** sem igaz, ezért lesz az utolsó (kizárásos alapon egy szám nagyobb, mint 0, egyenlő 0-val vagy kisebb, mint 0). Vagy egy szám páros vagy páratlan.

Feladatok

Nagybetű – kisbetű

```
upperLower :: Char -> Char  
upperLower x  
  | elem x ['a'..'z'] = toUpper x  
  | elem x ['A'..'Z'] = toLower x  
  | otherwise = x
```

Megj.: a **toLower** a **Data.Char**-ban szerepelnek.

Data.Char.digitToInt

```
digitToInt :: Char -> Int  
digitToInt x  
  | elem x ['0'..'9'] = ord x - ord '0'  
  | elem x ['A'..'F'] || elem x ['a'..'f'] = ord (toUpper x) - ord 'A' + 10  
  | otherwise = error "not a digit"
```

Megj.: az **ord** a **Data.Char**-ban szerepelnek.

Prelude.^

```
(^) :: Num a => a -> Integer -> a  
x^n  
  | n == 0 = 1  
  | mod n 2 == 1 = x * x^(n-1)  
  | otherwise = sqr(x^(div n 2))
```

Megj.: akkor működik, ha az *sqr* függvény definiálva van.

Kettes számrendszerbeli számjegyek (fordítottan)

```
toBin :: Integer -> [Int]
toBin n
  | n == 0 = []
  | n == 1 = [1]
  | n `mod` 2 == 0 = [0] ++ toBin (div n 2)
  | n `mod` 2 == 1 = [1] ++ toBin (div (n-1) 2)
```

Megj.: ezt lehet egyszerűbben is, de az nem esetszétválasztás, hanem rekurzió:

```
toBin 0 = []
toBin n = [fromIntegral (mod n 2)] ++ toBin (div n 2)
```

Megj 2.: ez fordított, ezért ha rendes átváltást szeretnénk, akkor: *toBin (div n 2) ++ [fromIntegral (mod n 2)]*

Prelude.drop

```
drop :: Int -> [a] -> [a]
drop _ [] = []
drop n l@(x:xs)
  | n <= 0 = l
  | length l <= n = []
  | otherwise = drop (n-1) xs
```

Prelude.take

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take _ [] = []
take n l@(x:xs)
  | n <= 0 = []
  | length l <= n = l
  | otherwise = x : take (n-1) xs
```

Data.List.insert

```
insert :: Ord a => a -> [a] -> [a]
insert n [] = [n]
insert n (x:xs)
  | n > x = x : insert n xs
  | n <= x = n : x : xs
```

Rendezett összefűzés

```
sortMerge :: Ord a => [a] -> [a] -> [a]
sortMerge [] l = l
sortMerge l [] = l
sortMerge l@(x:xs) k@(y:ys)
  | x <= y = x : sortMerge xs k
  | otherwise = y : sortMerge l ys
```

where

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Where.xml>

A **where** kulcsszó, amely korlátozza az utána szereplő függvények vagy konstansok láthatóságát. Úgy is mondhatni, hogy lokális definíciók lesznek, amelyek csak az adott függvénydefinícióban szerepelnek. A definiálás sorrendje viszont lényegtelen, ha pedig csak 1 ilyen lokális definíció van, azt lehet a **where**-rel egy sorban is írni (példa a feladatok között).

```
test l = (a,b)
  where
    a = take 5 l
    b = take 3 a
```

```
test l = (a,b)
  where
    b = take 3 a
    a = take 5 l
```

Mindkettőnek ez az eredménye: `test [1..10] == ([1,2,3,4,5],[1,2,3]) :: ([Integer],[Integer])`

Példának vegyük a *split* függvényt, amely egy listát kettévág. Definíciója:

```
split :: [a] -> ([a], [a])
split [] = ([], [])
split [x] = ([x], [])
split (x:y:xs) = (x:l1, y:l2)
  where (l1,l2) = split xs
```

`split [1..7] => (1 : l1, 2 : l2) where (l1, l2) = split [3..7]`

`(1 : [3,5,7], 2 : [4,6]) => ([1,3,5,7],[2,4,6])`

`(l1, l2) = split [3..7] => (3 : l1, 4 : l2) where (l1, l2) = split [5,6,7]`

`(3 : [5,7], 4 : [6]) => ([3,5,7],[4,6]), tehát l1=[3,5,7], l2=[4,6]`

`(l1,l2) = split [5,6,7] => (5 : l1, 6 : l2) where (l1, l2) = split [7]`

`(5 : [7], 6 : []) => ([5,7],[6]), tehát l1=[5,7], l2=[6]`

`(l1, l2) = split [7] => ([7], [])`

tehát l1=[7], l2=[]

Feladatok

Prelude.unzip

```
unzip :: [(a, b)] -> ([a], [b])
unzip [] = ([], [])
unzip ((a,b):as) = (a:l1, b:l2)
  where
    (l1,l2) = unzip as
```

Megj.: `unzip l = (map fst l, map snd l)`, de kétszer hivatkozik a listára, ezért időigényes lehet

Prelude.splitAt

```
splitAt :: Int -> [a] -> ([a], [a])
splitAt _ [] = ([], [])
splitAt n l@(x:xs)
  | n <= 0 = ([], l)
  | otherwise = (x:l1, l2)
  where
    (l1,l2) = splitAt (n-1) xs
```

Megj.: `splitAt n l = (take n l, drop n l)`, de kétszer hivatkozik a listára, ezért időigényes lehet

Magasabb rendű függvények bevezetés

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Higherorder.xml>

Zárójelezés és a dollárjel

A zárójelezés elsősorban a precedenciától függ, de előfordul, hogy másképp kell használnunk a zárójeleket. Például nem mindegy, hogy $(5+2)*3$ vagy $5+(2*3)$. Ha nem írunk zárójelet, akkor $5+2*3$ a precedencia miatt $5+(2*3)$ -ként fog kiértékelődni.

Az elsőbbségi és a kötési táblázat itt található:

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Bools.xml#kötési-erősség-összefoglalás>

A dollár operátor (\$) zárójelezés szempontjából gyorsabb, de jól kell használni.

```
infixr 0 $
($) :: (a -> b) -> a -> b
($) a b = (a b)
```

Zárójelpárokat lehet vele „rövidíteni”, például

```
(fst (head [(a',True),(a',False)]))
```

elejéről és a végéről elhagyható a zárójel, de az *fst* és a *head* közé pedig már kell:

```
fst (head [(a',True),(a',False)])
```

Itt viszont felváltható \$ jellel:

```
fst $ head [(a',True),(a',False)]
```

Ez esetén
Csak a 2. helyére lehet tenni
Ha az első helyére tennénk
Az így értékelődne ki, ami már hibás

```
div (product [41..70]) (product [1..30])
div (product [41..70]) $ product [1..30]
div $ product [41..70] (product [1..30])
div (product [41..70]) (product [1..30])
```

Egymásba is ágyazhatóak, például
Megegyezik ezzel
De
Már nem írható át erre
Hiszen ez ezt jelentené, és ez hibás
Ezért így kell átírni

```
length (snd (head [(a',"asd"),(a',"dsa")]))
length $ snd $ head [(a',"asd"),(a',"dsa")]
length (snd (head [(a',"asd"),(a',"dsa")])) + 1
length $ snd $ head [(a',"asd"),(a',"dsa")] + 1
length (snd (head [(a',"asd"),(a',"dsa")] + 1))
(length $ snd $ head [(a',"asd"),(a',"dsa")]) + 1
```

Megj.: A (\$) felváltása függvénykompozícióval (.) később jön elő.

Névtelen függvények

A névtelen függvények a hozzárendelési szabályoknak felelnek meg. Például az $5+1$ felírható $(+1)$ 5 alakban, ez pedig $(\lambda x \rightarrow x + 1)$ 5 formulában.

Felépítésük:

$(\lambda \text{ változók} \rightarrow \text{kifejezés})$, ahol a *változók* lehetőleg kicsi, egybetűs nevek legyenek (ez egy függvélynél a paraméternek felel meg). Előző példánál egy olyan *x* kell, amelyre a $(+1)$ működik.

$(\lambda (a,b) \rightarrow a+b)$ esetén egy rendezett párra van szükség, ahol az összeadás definiálva van.

A joker ($_$) jel is használható, és érdekesebb, ha valamelyik bemenő adatra nincs szükségünk.

Például: $(\lambda (a,_) \rightarrow a)$ esetén a rendezett pár második eleme számunkra nem lényeges.

Bármilyen típushoz lehet írni névtelen függvényt, és az eredmény típusa is bármi lehet.

Feladatok

Prelude.map

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map _ [] = []
```

```
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Vagy $\text{map } f \text{ l} = [f \ x \mid x \leftarrow l]$

Prelude.filter

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter f (x:xs)
  | f x = x : filter f xs
  | otherwise = filter f xs
```

Vagy $\text{filter } f \text{ l} = [x \mid x \leftarrow l, f \ x]$

Megjegyzés

$\text{filter } \text{felt} (\text{map } fg \text{ lista}) == [fg \ x \mid x \leftarrow \text{lista}, \text{felt} (fg \ x)]$

Számlálás

```
count :: (a -> Bool) -> [a] -> Int
count f l = length $ filter f l
```

Prelude.takeWhile

```
takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
takeWhile f [] = []
takeWhile f (x:xs)
  | f x = x : takeWhile f xs
  | otherwise = []
```

Prelude.dropWhile

```
dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
dropWhile f [] = []
dropWhile f (x:xs)
  | f x = dropWhile f xs
  | otherwise = (x:xs)
```

Prelude.span

```
span :: (a -> Bool) -> [a] {-véges-} -> ([a], [a])
span f [] = ([], [])
span f (x:xs)
  | f x = (x:l1, l2)
  | otherwise = ([], (x:xs))
  where (l1, l2) = span f xs
```

Prelude.iterate

```
iterate :: (a -> a) -> a -> [a]
iterate f n = n : iterate f (f n)
```

Prelude.all

```
all :: (a -> Bool) -> [a] {-véges-} -> Bool
all f [] = True
all f (x:xs) = f x && all f xs
```

Prelude.any

```
any :: (a -> Bool) -> [a] {-véges-} -> Bool
any f [] = False
any f (x:xs) = f x || any f xs
```

Prelude.elem

```
elem :: Eq a => a -> [a] {-véges-} -> Bool
elem n l = any (==n) l
```

Több elem szűrése

```
filters :: Eq a => [a] -> [a] -> [a]
filters _ [] = []
filters l (x:xs)
  | elem x l = filters l xs
  | otherwise = x : filters l xs
```

Vagy `filters l1 l = [x | x <- l, not $ elem x l1]`

Prelude.zipWith

```
zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
zipWith _ _ [] = []
zipWith _ [] _ = []
zipWith f (x:xs) (y:ys) = f x y : zipWith f xs ys
```

Megj.: `zip l1 l2 == zipWith (,) l1 l2`

Különbségsorozat

```
differences :: Num a => [a] -> [a]
differences [x] = []
differences (x:y:xs) = y - x : differences (y:xs)
```

Vagy `differences l = zipWith (-) (tail l) l`

Fibonacci párok

```
fibPairs :: [(Integer, Integer)]
fibPairs = iterate (\ (a,b) -> (b,a+b)) (0,1)
```

Data.List.group

```
group :: Eq a => [a] -> [[a]]
group [] = []
group l@(x:xs) = a : group b
  where (a,b) = span (==x) l
```

Ismétlődő elemeket tartalmazó lista tömörítése

```
compress :: Eq a => [a] -> [(Int,a)]
compress l = zip (map length $ group l) (map head $ group l)
```

Pascal-háromszög

```
pascalTriangle :: [[Integer]]
pascalTriangle = iterate (\l -> zipWith (+) ([0]++l) (l++[0])) [1]
```

Prelude.uncurry

```
uncurry :: (a -> b -> c) -> (a, b) -> c
uncurry fg (a,b) = fg a b
```

Kitömörítés

```
decompress :: Eq a => [(Int,a)] -> [a]
decompress l = concat [replicate (fst x) (snd x) | x <- l]
```

Súlyozott szöveg

```
weightedSum :: Num a => [(a,a)] -> a
weightedSum l = sum [(fst x) * (snd x) | x <- l]
```

Függvénykompozíció

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Composition.xml>

Definíciója

```
infixr 9 .
(.) :: (b -> c) -> (a -> b) -> (a -> c)
(f . p) x = f (p x)                vagy (.) f p x = f (p x)
```

Használat

Például a *map*-nél vagy akár a *filter*-nél:

```
map (*2) . (+1) [1..5]           filter ((==3) . length) ["a","aaa","asd"]
map (*2) $ map (+1) [1..5]        [ x | x <- ["a","aaa","asd"], ((==3).length) x ]
(map (*2) . map (+1)) [1..5]      [ x | x <- ["a","aaa","asd"], (length x) == 3 ]
[4,6,8,10,12] :: Integer          ["aaa","asd"] :: [[Char]]

((*)).(+) 4           (*) ((+) 4)       (*) (4+)           (4+)*2           10 :: Integer
```

De függvények definíciójában is előfordul

```
uniq = map head . group . sort
uniq l = (map head . group . sort) l
uniq l = (map head (group (sort l)))
uniq l = map head $ group $ sort l

firstLetters = unwords . map (take 1) . words
firstLetters l = (unwords . map (take 1) . words) l
firstLetters l = (unwords (map (take 1) (words l)))
firstLetters l = unwords $ map (take 1) $ words l
```

Feladatok

1, 11, 111, 1111, .

```
numbersMadeOfOnes :: [Integer]
numbersMadeOfOnes = iterate ((+1).(*10)) 1
```

3, 33, 333, 3333, .

```
numbersMadeOfThrees :: [Integer]
numbersMadeOfThrees = iterate ((+3).(*10)) 3
```

1, 31, 331, 3331, .

```
numbersMadeOfThreesAndOne :: [Integer]
numbersMadeOfThreesAndOne = iterate ((+21).(*10)) 1
```

Szóközök eldobása előlről

```
dropSpaces :: String -> String
dropSpaces = dropWhile (==' ')
```

Szóközök eldobása előlről és hátulról

```
trim :: String{-véges-} -> String
trim = reverse . dropSpaces . reverse . dropSpaces
```

Megj.: akkor működik, ha a *dropSpaces* függvény definiálva van.

Minimumok maximuma

```
maximumOfMinimums :: Ord a => [[a]] -> a
maximumOfMinimums = maximum . map minimum
```

Dupla map

```
mapMap :: (a -> b) -> [[a]] -> [[b]]
mapMap p = map (map p)
```

Monogram

```
monogram :: String -> String
monogram = unwords . map ((+ ".").(take 1)) . words
```

Egymás utáni ismétlődő elemek kihagyása

```
reduce :: Eq a => [a] -> [a]
reduce = map head . group
```

Egyedi elemek

```
uniq :: Ord a => [a]{-véges-} -> [a]
uniq = map head . group . sort
```

Megj.: a *group* és a *sort* a **Data.List**-ben vannak

Ismétlődő elemek

```
repeated :: Ord a => [a]{-véges-} -> [a]
repeated = map head . filter ((>1).length) . group . sort
```

Részsorozatok

```
sublists :: [a] -> [[a]]
sublists = concat . map (init . tails) . tail . inits
```

Adott hosszúságú részlisták

```
subListWithLength :: Int -> [a] -> [[a]]
subListWithLength n = filter ((==n).length) . sublists
```

Adott számnál nem hosszabb részlisták

```
subListWithMaxLength :: Int -> [a] -> [[a]]
subListWithMaxLength n = filter ((<=n) . length) . concat . map (tail . inits) . init . tails
```

Prelude.until

```
until :: (a -> Bool) -> (a -> a) -> a -> a
until f p = head . filter (f) . iterate p
```


Hajtogatások

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/Folds.xml>

Hajtogatások (fold)

Észrevehetjük, hogy a bizonyos rekurzív, listafeldolgozó függvényeink jellemző hasonlóságot mutatnak egymáshoz. Ezt a közös, sémaként kiemelhető részt ún. hajtogatások (angolul *folding*) segítségével írhatjuk le. A hajtogatás lényege, hogy egy listából egy binér függvény segítségével valamilyen eredményt „hajtogatunk”. Ekkor lépésenként összekombináljuk a lista elemeit a függvény által kiszámított eredménnyel.

Jobbról

```
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
foldr _ e [] = e
foldr f e (x:xs) = f x (foldr f e xs)
```

Levezetés

```
foldr (*) 2 [3,5,7]      =>      (*) 3 (foldr (*) 2 [5,7])      =>      (*) 3 ((*) 5 (foldr (*) 2 [7]))
(*) 3 ((*) 5 ((*) 7 (foldr (*) 2 []))) =>      (*) 3 ((*) 5 ((*) 7 2))      =>      3 * (5 * (7 * 2))
3 * (5 * 14)              =>      3 * 70                      =>      210 :: Integer
```

Balról

Fontos különbség, hogy a **foldr** képes végtelen listákkal is dolgozni, míg a **foldl** nem.

```
foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b
foldl _ e [] = e
foldl f e l = f (foldl f e (init l)) (last l)
```

Egy kiértékelési példa

```
foldr (\x y -> concat ["(",x,"+",y,"")"]) "0" (map show [1..5])      "(1+(2+(3+(4+(5+0)))))" :: [Char]
foldl (\x y -> concat ["(",x,"+",y,"")"]) "0" (map show [1..5])      "((((0+1)+2)+3)+4)+5" :: [Char]
```

Kezdoértékkel

A hajtogatásoknál nem kötelező megadni a kezdőértéket. Létezik olyan változat, ahol a kezdőérték automatikusan a lista első eleme lesz. Ekkor viszont (értelemszerűen) a lista nem lehet üres!

```
foldl1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
```

Hajtogatások részeredménnyel (scan)

A hajtogatások másik lehetséges fajtája az, amikor a keletkező részeredményeket összegyűjtjük egy listába és ezt adjuk vissza. Ez pásztázásnak (vagy angolul *scanning*) nevezzük.

Jobbról

```
scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]
scanr _ e [ ] = [e]
scanr f e l = [foldr f e l] ++ scanr f e (tail l)
```

A hajtogatás és pásztázás kapcsolatát az alábbi állítás írja le:

```
head (scanr f z xs) == foldr f z xs
```

Példa

```
scanr (+) 0 [1..5]      =>      [foldr (+) 0 [1..5] ++ scanr (+) 0 [2..5]      =>
[15] ++ [foldr (+) 0 [2..5] ++ scanr (+) 0 [3,4,5]      =>      [15] ++ [14] ++ [foldr (+) 0 [3,4,5] ++ scanr (+) 0 [4,5]      =>
[15] ++ [14] ++ [12] ++ [foldr (+) 0 [4,5] ++ scanr (+) 0 [5]      =>      [15] ++ [14] ++ [12] ++ [9] ++ [foldr (+) 0 [5] ++ scanr (+) 0 []
=>      [15] ++ [14] ++ [12] ++ [9] ++ [5] ++ [0]      =>      [15,14,12,9,5,0] :: Integer
```

Balról

```
scanl :: (a -> b -> a) -> a -> [b] -> [a]
```

Ebben az esetben a következő összefüggés érvényes:

```
last (scanl f z xs) == foldl f z xs
```

Kezdoérték nélküli változatok

```
scanl1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> [a]
scanr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> [a]
```

Feladatok

Prelude.sum

```
sum :: Num a => [a] {-véges-} -> a
sum = foldr (+) 0
```

Prelude.product

```
product :: Num a => [a] {-véges-} -> a
product = foldr (*) 1
```

Prelude.and

```
and :: [Bool] {-véges-} -> Bool
and = foldr (&&) True
```

Prelude.or

```
or :: [Bool] {-véges-} -> Bool
or = foldr (||) False
```

Prelude.concat

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat = foldr (++) []
```

Prelude.length

```
length :: [a] {-véges-} -> Int
length = foldr (\x y -> y + 1) 0
```

Prelude.reverse

```
reverse :: [a] {-véges-} -> [a]
reverse = foldl (\x y -> y : x) []
```

Prelude.maximum

```
maximum :: Ord a => [a] {-véges, nemüres-} -> a
maximum l = foldr (\ x y -> max x y) (head l) l
```

Bináris szám értéke

```
fromBin :: [Int] -> Integer
fromBin = foldr (\ (a,b) y -> y + (2^a * (fromIntegral b))) 0 . zip [0..]
```

Prelude.minimum

```
minimum :: Ord a => [a] {-véges, nemüres-} -> a
minimum = foldr1 min
```

Megj.: A maximum pedig: *maximum = foldr1 max*

Összezsorozat

```
sums :: [Integer] -> [Integer]
sums = scanl1 (+)
```

Fibonacci sorozat

```
fibs :: [Integer]
fibs = 1 : scanl (+) 0 fibs
```

Növekvő maximumok sorozata

```
increasingMaximums :: Ord a => [a] -> [a]  
increasingMaximums = nub . scanl1 max
```

Magasabbrendű függvények kombinálása

<http://pnyf.inf.elte.hu/fp/ByFunctions.xml>

Compare és Ordering

Az **Ordering** egy háromértékű adattípus

```
compare :: Ord a => a -> a -> Ordering
1 `compare` 2      LT :: Ordering      Less Than (<)
2 `compare` 2      EQ :: Ordering      Equal (==)
3 `compare` 2      GT :: Ordering      Greater than (>)
```

Az on függvény

Megj.: Ez a **Data.Function**-ban található

```
on :: (b -> b -> c) -> (a -> b) -> (a -> a -> c)
on f g x y = f (g x) (g y)      Vagy (f `on` g) x y = f (g x) (g y)
```

Példa

```
((==) `on` isDigit) '1' '2'      ((+) `on` (*2)) 1 9      (compare `on` length) "asd" "dsa"
(==) (isDigit '1') (isDigit '2')  (+) ((*2) 1) ((*2) 9)      compare (length "asd") (length "dsa")
(isDigit '1') == (isDigit '2')    (1 * 2) + (9 * 2)      EQ :: Ordering
True :: Bool                      20 :: Integer
```

Egyéb függvények

Megj.: Ezek a **Data.List**-ben találhatóak

groupBy

```
groupBy :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> [[a]]
groupBy ((==) `on` isDigit) "34 24x +48"      ["34", " ", "24", "x+", "48"] :: [[Char]]
groupBy (\x y -> (mod (x*y) 3) == 0) [1..9]      [[1], [2, 3], [4], [5, 6], [7], [8, 9]] :: [[Integer]]
```

maximumBy

```
maximumBy :: (a -> a -> Ordering) -> [a] -> a
maximumBy compare ["alm", "fa", "ablak"]      "fa" :: [Char]
maximumBy (compare `on` length) ["alm", "fa", "ablak"]      "ablak" :: [Char]
```

minimumBy

```
minimumBy :: (a -> a -> Ordering) -> [a] -> a
minimumBy (compare `on` last) ["alm", "fa", "ablak"]      "alm" :: [Char]
```

sortBy

```
sortBy :: (a -> a -> Ordering) -> [a] -> [a]
sortBy (compare `on` last) ["alm", "fa", "ablak"]      ["fa", "ablak", "alm"] :: [[Char]]
```

Feladatok

Szövegbeli számok kiszedése

```
numbersInString :: String -> [String]
numbersInString = filter (isDigit . head) . groupBy ((==) `on` isDigit)
```

Szöveg leghosszabb szava

```
longestWord :: String -> String
longestWord = maximumBy (compare `on` length) . words
```

Legtöbbször előforduló karakter

```
mostFrequentChar :: String -> Char
mostFrequentChar = head . maximumBy (compare `on` length) . group . sort
```

Origóhoz legközelebbi pont

```
closestToOrigo :: Real a => [(a, a)] -> (a, a)
closestToOrigo = minimumBy (compare `on` (\(a,b) -> a*a+b*b))
```

Hányadik elem volt a legnagyobb?

```
maxIndex :: Ord a => [a] -> Int
maxIndex = fst . maximumBy (compare `on` snd) . zip [1..]
```

Nagyság szerinti sorrend indexekkel

```
maxIndices :: Ord a => [a] -> [Int]
maxIndices = map fst . sortBy (compare `on` snd) . zip [1..]
```

Prelude.flip

```
flip :: (a -> b -> c) -> (b -> a -> c)
flip f n m = f m n
```