1. **tēma “Diskrētu notikumu sistēmu modelēšana”**

**2. uzdevums**

**Darba mērķis:** Projekta ilguma statistiskā analīze, izmantojot Montekarlo simulāciju

### Definīcijas un pamatjēdzieni

Projekts ir noteiktu laika posmu ilgstošs pasākums, kura mērķis ir radīt unikālu produktu vai pakalpojumu (adaptēts no [1]).

Projekta vadība ietver sevī projekta plānošanas, organizēšanas, aktivitāšu plānošanas un kontrolēšanas fāzes [2]. Šajā darbā mēs apskatīsim tikai projekta aktivitāšu plānošanas aspektus.

Kritiskais ceļš – kopējais projekta ilgums. *CPM* – *Critical Path Method* – kritiskā ceļa metode. Projekta vadības metode – kopējā projekta ilguma aprēķināšana, ņemot vērā atsevišķu uzdevumu ilgumu un projekta struktūras. Kritiskā ceļa metode ir galvenā metode projektu vadībā kopā ar *PERT* metodi.

*PERT* metode – plānošanas un kontroles paņēmienu programma. Tīkla plānošanas metode, pēc kuras projektam nosaka trīs izpildes laikus: optimistisko (visātrāko), pesimistisko (visilgāko) un varbūtējo (visreālāko). Plānojot katra projekta veikšanas gaitu, ir jānoskaidro, kurš laiks ir visatbilstošākais, un, pamatojoties uz to, jāorganizē darba gaita[[1]](#footnote-1).

Kritiskais ceļš – ilgākais ceļš tiklveidā modelī. Kā *CPM*, tā arī *PERT* metodēs projekti tiek uzskatīti par tīklveida struktūrām, kas sastāv no atsevišķiem notikumiem un aktivitātēm. Aktivitāte šajā uztverē ir jebkurš projekta elements, kura izpildei ir vajadzīgs laiks un kas var aizkavēt citu aktivitāšu sākumu.

Ap 20. gadsimta 60-tajiem gadiem tīklveida plānošanā tika uzsākta nenoteiktību ieviešana un analīze. Tika piedāvātas aptuvenas formulas vidējo projekta ilgumu un dispersijas novērtējumiem, tajā laikā arī sākās *PERT* attīstība. Tomēr līdz šim netika noformulēta universāla pieeja stohastisku projektu ilguma analīzei. Pēdējo 50 gadu laikā apjomīgs pētījumu skaits ir veltīts tieši *PERT* pētījumiem. Lielākā daļa pētījumu ir saistīti ar aprēķinu metodēm, vadības un realizācijas aspektiem. Projektu pētījumi, kas analizē stohastisku aktivitāšu ietekmi uz projekta ilgumu, joprojām tiek veikti reti [2].

Galvenā atšķirība starp *CPM* un *PERT* ir aktivitāšu ilguma noteikšanas pieejā. *CPM* uzskata, ka aktivitāšu ilgumi ir zināmi ar augstu precizitāti un ir pietiekoši determinēti.

*PERT* metode pieļauj nenoteiktu aktivitāšu ilgumu un analizē šīs nenoteiktības ietekmi uz projekta ilgumu kopumā. Vairāk izplatīta ir *CPM* metode.

Tīklveida plānošana– projektu vadības metožu klase, kas nodrošina plānošanu, izpildes termiņu analīzi, ļauj sasaistīt dažādu uzdevumu izpildi, izveidot tīkla grafiku un prognozēt kopējo projekta ilgumu.

Tīklveida plānošanas metodes var nosacīti klasificēt kā determinētas vai stohastiskas. Pie determinētām metodēm pieder *CPM*, pie stohastiskām – *PERT*, Montekarlo un alternatīvās metodes.

### Uzdevuma nostādne

Viens no tipveida diskrētu notikumu sistēmu (DNS) modelēšanas uzdevumiem ir aktivitāšu tīklu simulācija [3]. Pieņemsim, ka konkrēta projekta realizācijai jāizpilda vairākas aktivitātes. Katra aktivitāte prasa noteiktu izpildes laiku, t.i., aktivitātes ilgumu, kas var būt gan determinēts gan stohastisks. Dažas aktivitātes notiek secīgi, citas – paralēli.

Projektu attēlo aktivitāšu tīkla veidā, izmantojot *activity-on-arrow* (*AOA*) pieeju. *AOA* pieejā aktivitāšu attēlošanai tiek izmantotas bultiņas, savukārt mezgli attēlo darbības sākuma un beigu punktus [2]. Laika, izmaksu un resursu prasības tiek novērtētas katrai aktivitātei projekta plānošanas posmā. Šajā uzdevumā tiek analizēts projekta ilgums, t.i., tikai laika prasības.

Aktivitāšu tīklu simulācijas ļauj analizēt stohastisku projektu ilgumus, realizējot Montekarlo pieeju DNS modelēšanas vidēs, tai skaitā Simul8 vidē.

No simulācijas skata punkta nenoteiktību ietekmes pētīšana uz projekta ilgumu ir svarīgākais uzdevums, kas tiek risināts operāciju pētīšanā (*Operations Research*, *OR*).

Šajā darbā apskatīsim Montekarlo metodes realizāciju Simul8 DNS modelēšanas vidē stohastiskā projekta ilguma un ar to saistīto nenoteiktību analīzei. Projekta modelis ir gatavs eksperimentēšanai un ir pieejams ORTUSā, mapē ar 3. tēmas uzdevumiem, failā MCS\_3\_tema\_2\_uzdevums.

## Stohastiskā projekta apraksts

Apskatīsim vienkārša projekta piemēru [4].

Pieņemsim, ka projekts ir tīklveida struktūra (*N, A*), kur *N* = {1*,* 2*,* 3*,* 4*,* 5} un *A* = {(1*,* 2)*,* (2*,*5)*,* (2*,* 4)*,* (4*,* 5)*,* (1*,* 3)*,*(2*,* 3)*,* (3*,* 4)}, kas ir *PERT* tīkls. *N* ir tīkla mezgli (*nodes*), un *A* ir aktivitātes (*activities*). Projekta struktūra ir redzama 1. attēlā.



1. att. Analizējamā projekta struktūra

No katra mezgla iziet viena vai vairākas projekta vienības, kas prasa dažādas aktivitātes. Projekta mezglos projekta vienības tiek apvienotas un turpmāk tiek interpretētas kā viena vienība. Piemēram, no pirmā mezgla iziet pa vienai vienībai pa ceļiem 1-2 un 1-3. No otrā mezgla iziet 3 vienības. Gadījumā, ja mezglā ienāk vairākas vienības, notiek gaidīšana, kamēr visas nepieciešamās aktivitātes ir izpildītas. Piemēram, 3. mezglā tiek apvienotas divas projekta vienības. Aktivitātes 1-3 vidējais ilgums *ξ*13 ir mazāks par aktivitāšu 1-2 un 2-3 ilgumu summu *ξ*12+ *ξ*23. Pirms projekta izpildīšana turpināsies, notiks vienības gaidīšana no aktivitātēm 1-2 un 2-3. Projekta vienību gaidīšanas laiki mezglos ir viens no pētījuma objektiem stohastiskajā projektā.

Aktivitāšu ilgumi ir šādi: *ξ*12 ∼ *N*(6*,* 2);

*ξ*25 ∼ *N*(18*,* 2*,*236);

*ξ*24 ∼ *N*(19*,* 5*,*24);

*ξ*45 ∼ *N*(5*,* 2);

*ξ*13 ∼ *N*(5*,* 1*,*732);

*ξ*23 ∼ *N*(9*,* 3);

*ξ*34 ∼ *N*(9*,* 3).

Var redzēt, ka ceļa ilguma matemātiskās cerības viena no otras atšķiras, līdz ar to ceļu garumus viegli salīdzināt. Visi ceļi no 1. mezgla līdz 5. mezglam ir apkopoti 1. tabulas 1. un 2. kolonnā.

Ceļa ilgumus var sakārtot šādi:

*ζ*4  ≤ *ζ*1  ≤ *ζ*3 ≤ *ζ*2 (1)

Tabula 1. Projekta ceļi un to ilgumi. Aizpildiet tukšās ailēs

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ceļš | Ceļa ilgums | Varbūtības sadalījums, matemātiskā cerība, standartnovirze | Vai ceļš ir kritiskais? |
| (1,2,5) | *ζ*1 = *ξ*12 + *ξ*25 | *N*((6+18),(sqrt(2\*2+2,236\*2,236))) |  |
| (1,2,4,5) | *ζ*2 = *ξ*12 + *ξ*24 + *ξ*45 |  |  |
| (1,2,3,4,5) | *ζ*3 = *ξ*12 + *ξ*23 + *ξ*34 + *ξ*45 |  |  |
| (1,3,4,5) | *ζ*4 = *ξ*13 + *ξ*34 + *ξ*45 |  |  |

## Projekta modeļa realizācija un īpašībās

Eksperimentēšanai ir izstrādāts modelis DNS modelēšanas vidē Simul8.

Modelis realizē 100000 projektu simulāciju, kā arī uzkrāj un apkopo simulācijas rezultātus, izmantojot Simul8 funkcijas. Modeļa pamatelementi ir papildināti ar skriptiem, kas ļauj saglabāt papildu simulācijas rezultātus turpmākai analīzei.

## Uzdevumi

1. Apskatiet piedāvāto modeli, kas imitē *PERT* projekta izpildi. Pārliecinieties, ka modelis ir adekvāts projekta aprakstam no uzdevuma nostādnes.
2. Izdariet secinājumus par katra ceļa ilguma varbūtību sadalījumu likumu. Aprēķiniet katra ceļa ilguma matemātisku cerību un standartnovirzi, un ierakstiet 1. tabulas 3. kolonnā, pārliecinieties, ka nevienādība (1) ir patiesa.
3. Atrodiet kritisko ceļu un tā ilgumu, atzīmējiet to 1. tabulas 4. kolonnā. Vai ir iespējams tikai viens kritisks ceļš?
4. Attēlojiet un analizējiet projekta ilguma histogrammu no objekta “Izeja”.
5. Kāda ir varbūtība pabeigt projektu laikā *T*proj< 30? *T*proj< 31?

Zem 31s – 41% varbūtība

Zem 30s – 33% varbūtība

1. Attēlojiet un analizējiet jebkura no trim gaidīšanas objektiem gaidīšanas laika histogrammu.
2. Izdariet secinājumus par Montekarlo metodes lietojamību *PERT* projekta ilguma analīzei. Kādas ir Montekarlo metodes pielietošanas trūkumi un priekšrocības šī uzdevuma risināšanai?

Noformējiet atskaiti brīvā formā, izmantojot šī uzdevuma dokumentu kā šablonu, augšupielādējiet atskaiti ORTUS sistēmā 2 nedēļu laikā (līdz 16/04/2025).

# Literatūra

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | J. Grabis, Informācijas tehnoloģijas projektu vadība, Rīga: RTU, 2008. |
| [2] | A. R. Ravindran, Red., Operations research and management science. Handbook, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008. |
| [3] | J. Banks, J. S. Carson II, B. L. Nelson and D. M. Nicol, Discrete-Event System Simulation, 5th Edition, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010. |
| [4] | D. Monhor, “A new probabilistic approach to the path criticality in stochastic PERT,” *Central European Journal of Operations Research,* vol. 19, no. 4, pp. 615-633, 2011. |

1. <http://termini.lza.lv/term.php?term=PERT&list=PERT&lang=EN> resurss apskatīts 26/03/2025 [↑](#footnote-ref-1)