

# Gammastråling

Ole Ivar Ulven, Alexander Read, mfl.\*  
Fysisk institutt, UiO  
(Dated: 6. mars 2017)

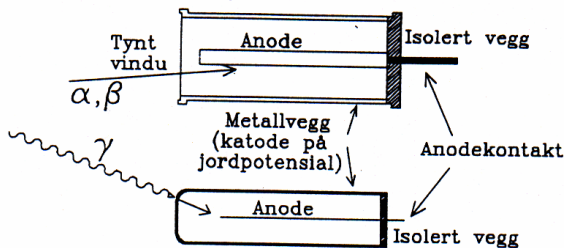
I denne øvelsen skal vi lære en del om forskjellige typer stråling, hvordan observert stråling er påvirket av statistisk spredning, og hvordan stråling blir absorbert. Vi skal også lære om virkemåte og bruk av en Geiger-Müller-teller og et enkelt spektrometer, og vi skal bruke disse til å gjøre enkle kjernespektroskopiske studier.

## I. BAKGRUNN

### A. Geiger-Müller-telleren

En GM-detektor består av et sylindrisk rør av et ledende materiale og en lineær anode langs sylinderaksen. Anoden er ført inn i røret gjennom en god isolator, og har positiv spenning i forhold til rørvæggen. Røret inneholder en gass med et trykk på  $10^4 - 10^5$  Pa ( $0,1 - 1$  atm). En ioniserende partikkel som går gjennom gassen produserer elektroner og positive ioner. Elektronene blir akselerert inn mot anoden under stadige sammenstøt med gassmolekylene. Ved anoden er det elektriske feltet så sterkt at hvert elektron utløser et skred av nye elektroner ved støtionisasjon. På den måten får man for hver enkelt ioniserende partikkel som er kommet inn i kammeret, en kortvarig ladningspuls som er stor nok til å kunne registreres med en pulsteller. Et GM-rør med tilkoblet pulsteller kalles en Geiger-Müller-teller.

I stedet for å registrere pulsene med et telleverk kan vi lade en kondensator som utlades igjen gjennom en stor motstand. Utladningsstrømmen er proporsjonal med pulsraten (tellingene pr. tidsenhet). Kondensatoren og motstanden virker derved som en differensiator. Et slikt



Figur 1: Skisse av to vanlige typer GM-rør. Det øverste har et tynt vindu, og kan brukes for alle typer stråling. Det nederste har tykke vegger, og brukes for  $\gamma$ -stråling.

\*Denne oppgaveteksten er i stor grad basert på en oppgave som har vært i bruk på instituttet siden tidlig nittital. Deler av oppgavene kan trolig spores tilbake til femtitallet, i følge muntlige kilder. Opprinnelig forfatter er ukjent.

instrument kalles et ratemeter. Instrumentet som benyttes i denne oppgaven kan opereres enten som pulsteller eller som ratemeter.

To typer GM-rør er vist skjematisk i figur 1. All stråling som lager ioner i gassen i røret vil bli registrert.  $\alpha$ - og  $\beta$ -partikler må trenge inn i GM-røret med tilstrekkelig energi til å ionisere gassmolekyler. Siden  $\alpha$ - og  $\beta$ -partikler har kort rekkevidde i materie, må GM-røret ha en tynn vegg (vindu). Samtidig må strålekilden plasseres tett inntil vinduet. Alle ladde partikler som kommer inn blir registrert. GM-røret er altså meget følsomt for partikkelstråling.

$\gamma$ -stråling derimot har lang midlere fri veilengde i gassen, og vil praktisk talt ikke lage ioner direkte. For å bli registrert må  $\gamma$ -kvantet først slå løs et elektron ved compton- eller fotostøt i rørvæggen så nær den indre veggflaten at elektronet kommer inn i røret og ioniserer gassen. De fleste  $\gamma$ -stråler går derfor gjennom røret uten å bli registrert. Sannsynligheten for at en  $\gamma$ -stråle som passerer gjennom telleren skal bli registrert (effektiviteten) er  $\sim 1\%$ .

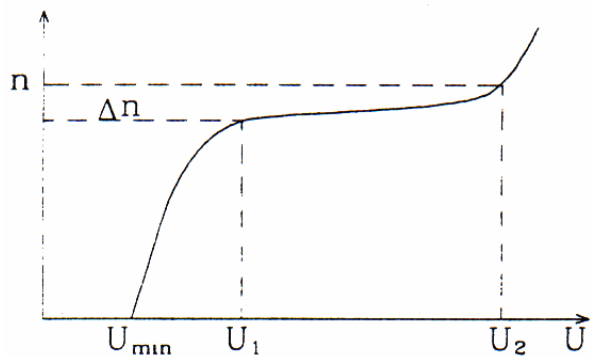
Telleraten  $n_r$  for et GM-rør er avhengig av spenningen  $U$  mellom anoden og rørvæggen. En kurve som viser hvordan  $n$  varierer med  $U$  når alle andre forhold er konstante, kalles rørets karakteristikk, og er antydnet i figur 2. For  $U < U_{min}$  er  $n = 0$ , og fra  $U_{min}$  til  $U_1$  øker  $n$  raskt. I området fra  $U_1$  til  $U_2$  er økningen i telleraten  $n$  svært liten og med god tilnærming lineær (plataet). For  $U > U_2$  øker  $n$  igjen raskt. Det er vanlig å karakterisere et GM-rør ved å oppgi nedre og øvre grenseverdier  $U_1$  og  $U_2$  for plataet og platahellingen  $P$  definert ved:

$$P = \frac{\Delta n_r}{n_r} \cdot \frac{1}{U_2 - U_1}.$$

#### 1. Statistisk spredning, Poissonfordeling

Radioaktivitet er et statistisk fenomen. Når vi måler strålingen fra en kilde med en pulsteller, f.eks. en GM-teller, finner vi at tiden mellom to pulser varierer. Måler vi antall pulser  $k$  i et konstant tidsintervall  $N$  ganger, får vi en rekke verdier som viser en viss spredning. En slik spredning er uavhengig av hva slags detektor eller teller som brukes.

Under de forholdene som gjelder for radioaktiv stråling, venter man teoretisk at de observerte verdiene



Figur 2: Typisk karakteristikk for et GM-rør.

skal nærme seg Poissonfordelingen (se Appendiks A):

$$P(k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m} = \frac{m}{1} \frac{m}{2} \dots \frac{m}{k} e^{-m}.$$

Her er  $P(k)$  sannsynligheten for å observere tallet  $k$ , og  $m$  er det gjennomsnittlige antall pulser i tiden  $\Delta t$ :

$$m = \bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N'} f_j k_j.$$

Her er  $N'$  antall forskjellige  $k$ -verdier (**inkludert 0**), og  $f_j$  er antall ganger verdien  $k_j$  er observert (frekvensen). Totalt antall observasjoner er  $N = \sum f_j$ .

For lave verdier av  $m$  blir Poissonfordelingen skjev, for store verdier av  $m$  nærmer den seg normalfordelingen. Som mål for spredningen brukes standardavviket  $s$ . Det er definert ved

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (k_i - m)^2}.$$

For Poissonfordelingen kan standardavviket  $s$  skrives

$$s = \sqrt{m}.$$

Dersom vi gjør kun én observasjon er den observerte verdi  $k$  det beste (eneste) estimat vi har for middelverdien  $m$ . Estimatet for standardavviket er da

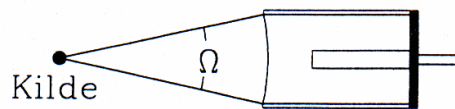
$$s = \sqrt{k}.$$

Standardavviket  $s_n$  på telleraten  $n = k/\Delta t$  blir, når vi ser bort fra usikkerheten i  $\Delta t$ ,

$$s_n = \frac{\sqrt{k}}{\Delta t}.$$

Den relative usikkerhet er den samme for  $k$  og  $n$ .

Det må måles over så lang tid at pulstelleren viser minst 100 pulser. Måler vi over så lang tid at telleren viser ca. 1000 pulser, får vi en relativ usikkerhet på  $1/\sqrt{1000}$ ,



Figur 3: Geometri for måling av GM-tellers effektivitet.

eller ca. 3%. Den relative usikkerheten i telleraten blir den samme om vi måler i mange ( $M$ ) korte tidsintervaller  $\Delta t$  som om vi foretar én måling i et tilsvarende langt tidsintervall  $T = M\Delta t$ . Det tjener altså ingen hensikt å dele måleserien opp i mange korte intervaller når man har en Poissonfordeling. Derimot kan det være en kontroll på at måleapparatet fungerer riktig å undersøke om tellingene i kortere intervaller fordeler seg etter en Poissonfordeling.

## 2. GM-tellerens effektivitet for $\gamma$ -stråler

GM-tellerens effektivitet er definert som forholdet mellom det antall  $\gamma$ -kvant som registreres og det antall  $\gamma$ -kvant som treffer telleren og kan i dette tilfellet uttrykkes ved følgende formel:

$$\epsilon = \frac{n_r - n_b}{A \frac{\Omega}{4\pi}}$$

der  $n_r$  er antall  $\gamma$ -kvant som registreres pr. sekund [1],  $n_b$  er antall registrerte tellinger pr. sekund som skyldes bakgrunnsstrålingen.  $\Omega$  er romvinkelen [2] og  $A$  er aktiviteten til kilden. For å få en enkel oversiktlig geometri brukes en GM-teller med tynt vindu. Sett fra kilden utspenner telleren en romvinkel  $\Omega$ . Siden kilden sender ut  $\gamma$ -kvant i alle retninger like sannsynlig (isotrop romlig fordeling), treffer  $A\Omega/(4\pi)$   $\gamma$ -kvant telleren pr. sekund.

## B. Absorpsjon av ioniserende stråling

### 1. Absorpsjon av $\gamma$ -stråling

Når  $\gamma$ -stråling går gjennom et sjikt av infinitesimal tykkelse  $dz$ , avtar intensiteten  $I$  med  $dI$ , som er proporsjonal med tykkelsen  $dz$  og med intensiteten  $I$ ,

$$dI = -\mu I dz.$$

Integrerer vi denne ligningen fra  $z = 0$  til  $z$ , dvs. fra  $I_0$  til  $I$ , får vi:

$$I = I_0 e^{-\mu z}.$$

Konstanten  $\mu$  kalles *svekkingskoeffisienten*.

## 2. Bakgrunnsstråling

Selv om det ikke er noen radioaktiv kilde i nærheten av telleren, vil vi observere en viss tellerate  $n_b$  (bakgrunn) som skyldes  $\gamma$ -stråling fra naturlige radioaktive nuklider i bygningsmaterialene og fra kosmisk stråling. Denne må trekkes fra den registrerte tellerate  $n_r$  for å få telleraten  $n = n_r - n_b$  som skyldes kilden alene.

## C. Gammaspektroskopi

### 1. Beskrivelse av apparatur

Et  $\gamma$ -spektrometer består av delene som er vist skjematisk på figur 4.  $\gamma$ -kvantene vekselvirker med materien i et følsomt volum som kan være en gass (som f.eks. i Geigertelleren) eller et fast stoff, enten en halvleder eller et lysutsendende stoff (scintillator).

Gammakvantene avsetter sin energi, helt eller delvis, i det følsomme volumet. I en halvleder vil energiavsetningen direkte gi en elektrisk ladningspuls, mens vi i en scintillator vil få lyskvanter. Scintillatoren, som er gjennomskiktig for lyskvantene, er montert på en lysmåler (fotokatode), som omformer lyssignalet til en elektrisk ladningspuls. Informasjonen foreligger derved som et elektrisk signal.

I neste del av spektrometeret overføres den elektriske ladningspulsen gjennom en forsterkning av fotokatodens signal i en fotomultiplikator. Deretter forsterkes og omformes ladningspulsen til en spenningspuls i en forforsterker, og sendes inn i en overføringskabel til en kombinert forsterker og pulsformer.

Det siste leddet i spektrometeret er den delen som registrerer og tar vare på informasjonen i pulsene. I vårt spektrometer er dette en PC med et spesielt tilkoblingskort for pulshøydeanalyse.

Scintillatoren kan være en krystall, et plaststoff, eller en væske. For å øke lysutbyttet er det ofte tilsatt små mengder av et annet stoff, kalt aktivator. I denne oppgaven bruker vi en thalliumaktivert natriumjodidkrystall, NaI(Tl). Krystallen er innkapslet slik at den ikke forstyrres av lys fra omgivelsene. På én side er den i god optisk kontakt med fotokatoden, mens innkapslingen på de andre sidene gir god refleksjon av lyskvantene.

Fotomultiplikatoren består av ca. 10 dynoder og til slutt en anode, alt montert i et vakuumrør. Katoden holdes på høy negativ spenning (1–2 kV) og dynodene er koplet slik at spenningen avtar i jevne trinn mellom dem. En egen spenningskilde gir negativ høyspenning til fotokatoden. Høyspenningen bestemmer spenningen mellom dynodene og dermed også fotomultiplikatorrørets forsterkning. Scintillatoren, fotokatoden og fotomultiplikatoren er montert sammen i én enhet.

Når lyskvantene fra scintillatoren treffer fotokatoden, river de løs elektroner som blir akselerert i spenningsfallet mot den første dynoden. Hvert elektron slår løs ca. 4 nye elektroner, og dette gjentar seg ved hver dynode. I et rør

med 10 dynoder oppnås derfor en total forsterkning på  $4^{10}$ , eller ca.  $10^6$ , slik at et lysglimt som frigjør noen få elektroner fra fotokatoden gir en målbar ladningspuls på anoden (se figur 4).

Antall fotoner i lysglimet er proporsjonalt med avsatt energi i det følsomme volumet. Og siden pulshøyden er proporsjonal med antall fotoner i lysglimet, er pulshøyden derfor et mål for avsatt energi (dette gjelder f.eks. ikke for en Geigerteller). Antall pulser pr. tidsenhet gir oss videre informasjon om strålingsintensiteten. I tillegg er pulsene meget godt definert i tid, slik at scintillasjonstellere er meget godt egnet til f.eks. tidsmålinger.

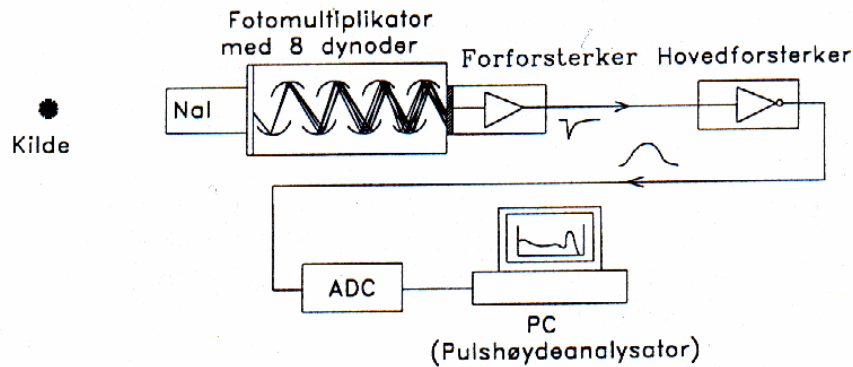
Forforsterkeren som er tilkoplest anoden, forsterker (og former) pulsen slik at den kan drives gjennom en relativt lang kabel fram til hoved-forsterkeren, som både forsterker og former (filtrerer) pulsen, slik at pulshøyden (amplituden) kan måles mest mulig nøyaktig (pulsene er antydnet på figur 4). Denne todeling av forsterkningsdelen er vanlig av praktiske årsaker; når vi skal foreta måling av sterke kilder må gjerne strålekilde og detektor være skjermet og langt borte fra det øvrige måleutstyret og den som foretar målingene (dette er ikke situasjonen i denne øvelsen.)

Den siste delen av spektrometeret er en pulshøydeanalysator, som tar vare på informasjonen som kommer i form av spenningspulser. Analysatoren er her en PC utstyrt med en spesiallaget tilkoblingskrets ("interface"). Mellom siste forsterkertrinn og PC'en er det en ADC (Analog to Digital Converter, eller analog til tallomformer) som gjør spenningspulsenes amplitude om til et tall etter hvert som de kommer (dvs. i "sann tid"). Legg merke til at alle omforminger, fra avsatt energi i det følsomme volumet og til det tilsvarende tallet fra ADC'en, er lineære. Tallet er derfor proporsjonalt med avsatt energi i tellerens følsomme volum.

### 2. Databehandlingen

Den videre behandling av tallene fra ADC'en er avhengig av dataprogrammet i PC'en. Den vanligste prosedyren er å lage et pulshøydespektrum etter hvert som tallene blir "produsert". Figur 5 viser pulshøydespektret som fremkommer når NaI-telleren bestråles med fra en  $^{137}\text{Cs}$ -kilde. Programmet lager spektret ved å addere 1 til innholdet i et vektorelement  $A(I)$  når tallet (pulshøyden)  $I$  foreligger, eller i programnotasjon:  $A(I) := A(I) + 1$ . Vi kaller hvert element i vektoren  $A$  for en kanal, og hver kanal representerer et lite energiintervall  $\Delta E$ .  $\Delta E$  kalles pulshøydespektrets dispersjon og angis i MeV/kanal eller keV/kanal. I prinsippet kan vi regne oss fram til dispersjonen, men i praksis finner vi den ved å foreta en energikalibrering av hele spektrometeret ved hjelp av kjente energier. Ved energikalibrering finner vi konstantene  $\Delta E$  og  $E_0$  i uttrykket:

$$E = \Delta E \cdot I + E_0. \quad (1)$$



Figur 4: Spektrometer med NaI(Tl) scintillator. I oppgaven er forsterkerne og ADC bygget sammen i én enhet sammen med høyspenningskilden til fotomultiplikatoren

Her er  $E$  energien i kanal  $I$ , og  $\Delta E$  er dispersjonen.  $E_0$  er “nullpunktsenergien” som må tas med fordi vi ofte får en nullpunktsforskyvning gjennom alle ledd i forsterkere etc. Vi regner for øvrig kanal  $I$  fra 0.

Dersom spektrometeret hadde vært fullkomment, ville spektret i figur 5 bare hatt én skarp topp tilsvarende den totale  $\gamma$ -energien. For  $\gamma$ -spektrometre er dette aldri tilfelle, spektrometeret har en sammensatt responsfunksjon. Figur 5 viser derfor også responsfunksjonen for 662 keV-stråling. Responsfunksjonen er avhengig av krystallens størrelse og omgivelser, spesielt eventuell blyskjerming. Videre er den energiavhengig. Men alle responsfunksjoner har generelle trekk som skyldes de forskjellige prosesser som skjer i krystallen når  $\gamma$ -kvanter absorberes helt eller delvis.

$\gamma$ -kvantene vekselvirker med materien ved å overføre energi til elektroner. Dette skjer på tre forskjellige måter; comptonspredning, fotoabsorpsjon og pardannelse, som alle bidrar til den generelle formen på spektret. Alle tre prosesser gir hurtige elektroner (eller et positron) som resultat. Elektronene mister deretter energi ved å eksitere molekyler i krystallen, som igjen gir lysglimt. Hver primærprosess gir opphav til karakteristiske trekk i responsfunksjonen. Pardannelse skjer for  $\gamma$ -energi over to elektronmasser (1022 keV), og er uten vesentlig betydning for de energier som vi skal studere i denne oppgaven. Bidraget fra de forskjellige delresponsene er skissert i figur 6. Siden all informasjonsoverføring i spektret er gjenstand for statistisk spredning, vil et observert spektrum spre de skarpe kantene i figur 6 ut over flere kanaler.

I  $\gamma$ -spektroskopian brukes fullenergitoppens halvverdbredde (“Full Width at Half Maximum”) som mål for spektrometerets oppløsningsevne. Den angis gjerne i prosent av  $\gamma$ -energien.

Comptonspredning er et elastisk støt mellom  $\gamma$ -kvanter og et elektron, og dersom det spredte  $\gamma$ -kvanter unnslipper krystallen igjen, gir det opphav til den kontinuerlige

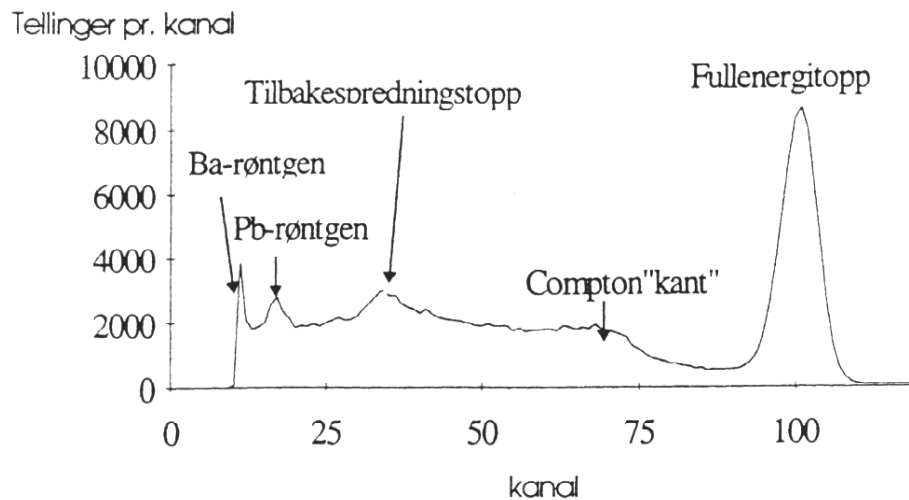
fordelingen på figur 6. Dette er den mest sannsynlige prosess i den relativt lille krystallen som brukes i oppgaven. Noen spredte kvant kan inngå i en ny “primærprosess” igjen, slik at et  $\gamma$ -kvants “historie” i krystallen ofte er ganske sammensatt.

Ved fotoabsorpsjon avgir  $\gamma$ -kvanter all sin energi til et atomært elektron. Dette gir opphav til en topp i spektret tilsvarende  $\gamma$ -kvanterets totale energi. Toppen kalles fullenergitoppen, eller fototoppen. Denne toppens tyngdepunkt (også kalt centroide) tilsvarer derfor  $\gamma$ -kvanterets energi. Vi bruker  $\gamma$ -kilder med kjent energi for å energikalibrere spektret (vi kan også intensitetskalibrere ved hjelp av kilder med kjent styrke).

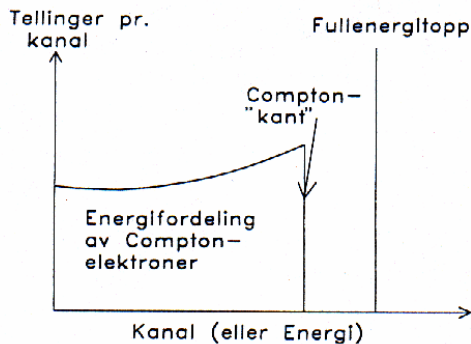
I tillegg til bidragene fra de tre primærprosessene er det også deler av responsfunksjonens struktur som skyldes krystallens omgivelser. Det viktigste er en relativt bred lavenergetisk topp som kalles tilbakespredningstopp. Den skyldes  $\gamma$ -kvanter som har passert krystallen uten å vekselvirke, hvoretter det har skjedd en comptonspredning i materialet bak krystallen, der noen av de  $\gamma$ -kvanterene som er spredt bakover ( $180^\circ$ ) reabsorberes i krystallen. I tillegg ser vi røntgenstråling fra bly. Denne røntgenstrålingen skyldes at  $\gamma$ -kvanter fra kilden slår løs indre elektroner i blyatomene. Den aller laveste røntgentoppen kommer fra  $^{137}\text{Ba}$ , som er sluttkjernen etter  $\beta$ -desintegrasjon av  $^{137}\text{Cs}$ . Merk for øvrig at denne toppen er blitt sterkt “kuttet” elektronisk i spektret på figur 5.

Fullenergitoppens areal brukes som et mål på strålingens intensitet. I mer nøyaktige og omfattende intensitetsmålinger med NaI-tellere brukes hele responsfunksjonen. Dette krever omfattende programvare. I strålingsfysikk, f.eks. for å måle radioaktivitet, gjøres det som regel en enkel “fullenergitoppanalyse”.

Når vi måler på  $\gamma$ -stråling med flere energier vil de respektive responsfunksjonene adderes sammen i spektret. Dette er den normale situasjonen. En fullenergitopp vil



Figur 5:  $\gamma$ -spektrum for 662 keV monoenergetisk stråling. Spektret blir derved også spektrometerets responsfunksjon for 662 keV gamma. Toppen merket Ba-røntgen kommer fra kilden. På denne figuren er den "kuttet" elektronisk på lavenergisiden.



Figur 6: Energispektrum i en tenkt teller uten statistisk spredning.

derfor alltid ligge overlappet en spektrumbakgrunn. Skal vi finne intensiteten (dvs. antall tellinger) i toppen må vi derfor subtrahere bidraget fra spektrumbakgrunnen. I analyseprogrammet antas bakgrunnen under toppen å være lineær (legg for øvrig merke til at ordet bakgrunn ofte brukes om to ting, både om bakgrunnsstråling, dvs. stråling fra andre kilder enn den vi studerer, og om spektrumdelen som ikke er toppstruktur).

### 3. Et par praktiske råd

Programmet "Windas" er installert på Desktop til en Windows-PC. Slå først på GDM-ADC/AMPLIFIER og start PC-programmet. Bakerst i denne teksten finner du et Appendix B med en kort bruksanvisning for de viktigste kommandoene.

## II. LABORATORIEOPPGAVE

Oppgaven består av tre hoveddeler, hvor de to første omhandler bruk av forskjellige GM-tellere, og siste del bruk av et gammaspektrometer koblet til en PC. Det er bare rigget opp ett spektrometer, så hvis to grupper holder på med denne oppgaven samme dag, må dere bli enige om hvilken gruppe som bruker gammaspektrometret først. Det er ingenting i veien for å gjøre oppgaven om spektrometeret før oppgavene om GM-tellere.

### A. GM-telleren

I denne oppgaven skal dere benytte en sylindrisk GM-detektor opphengt i et stativ, koblet til en pulsteller. **NB! Ikke berør vinduet i enden av GM-detektoren!**

1. Undersøkelse av statistisk spredning, Poissonfordeling, usikkerhet
1. Innstill en spenning  $U$  på ca. 400 V[3] mellom sentraltråden og rørveggen til GM-røret. Sett en radioaktiv kilde i en slik avstand fra GM-røret at antall tellinger i tiden 10 sek. blir ca. 40, dvs.  $m = 4$  Bq (prøv deg frem). Mål så antall pulser  $k$  i tidsperioden  $\Delta t = 1$  s. Gjenta denne målingen så mange ganger at du får en oversikt over fordelingen, dvs. omlag 100 målinger. Målinger som gir  $k = 0$  tellinger skal ikke droppes. Lag en tabell som viser hyppighet versus  $k$ . Tegn et histogram av resultatene med  $k$  som abscisse ( $x$ -akse).
2. Beregn  $m$  og  $s$ . Sammenlign  $s$  med  $\sqrt{m}$ .

3. Tegn den teoretiske fordelingen inn i samme diagram som den observerte og sammenlign fordelingene. Den teoretiske Poissonfordelingen beregnes på enkleste måte slik:

$$y_0 = Ne^{-m}, y_1 = \frac{m}{1}y_0, y_2 = \frac{m}{2}y_1, \dots, y_k = \frac{m}{k}y_{k-1}.$$

## 2. Bestem GM-tellerens effektivitet for $\gamma$ -stråler

Plasserer en  $^{137}\text{Cs}$ -kilde med aktivitet  $A$  (oppgis av veileder) omlag 15–20 cm foran GM-telleren som vist på figur 3. Fest kilden med en ledig klemme på samme stativ som GM-detektoren er festet på. Bestem GM-tellerens effektivitet. Måletid bør være minimum 60 s.

## B. Absorpsjon av ioniserende stråling

I denne oppgaven skal dere bruke en blykapslet GM-detektor montert på en treplate sammen med pulstelletoren. Vi bruker et antall like blyplater som absorbatoren.

1. Sett alle blyplatene foran GM-røret (600 V) og mål bakgrunnstrålingen i 10 min. Da bakgrunnen betyr relativt mest ved de største blytykkelsene i pkt. 2, måler vi her bakgrunnen  $n_b$  med alle blyplater på plass. Denne verdien brukes som bakgrunn ved alle blytykkelser.
2. En  $^{137}\text{Cs}$ -kilde stilles foran GM-røret med lokket åpent i en slik avstand at det blir plass til alle blyplatene. Avstanden må ikke forandres under forsøket. Telleraten bestemmes uten bly og med 1,2,...,5 blyplater mellom kilde og rør. Mål talletiden for at antall tellingen blir 1000.
3. Telleraten  $n$  ( $n_r$  korrigert for bakgrunnsstråling) plottes med  $\ln n$  langs den vertikale akse og med blytykkelsen som abscisse ( $x$ -akse). Usikkerheten i telleraten avsettes i diagrammet. Foreta en grafisk utjevning til en rett linje. Finn svekkingskoeffisienten  $\mu$  fra linjens stigningstall.
4. Hvor tykt må blylaget rundt kilden være for at 90% av gammakvantene skal bli absorbert? Hvor tykt må det være for at 99% skal bli absorbert?

## C. Gammaspektroskopi

I denne oppgaven skal dere bruke et gammaspektrometer koblet opp mot en PC.

### 1. Energikalibrering

Siden relasjonen mellom energi og kanal er lineær, bruker vi to kilder, en med lav og en med høy energi. Kildene

er  $^{137}\text{Cs}$  og  $^{22}\text{Na}$ , og desintegrasjonsskjemaene er vist i figur 7. Merk at  $^{22}\text{Na}$ -spektret har to topper; du skal bruke den med høyest energi. Den lavenergetiske (men intense) linjen skyldes annihilasjon av  $\beta^+$ , som gir to  $\gamma$ -kvanter på 511 keV. Toppen på 1275 keV er betydelig mindre intens, så du må kjøre spektroskopet fram til du ser denne toppen klart. Du vil da muligens se en mindre topp enda høyere i energi (1460 keV) fra desintegrasjon av  $^{40}\text{K}$  som forekommer naturlig i omgivelsene. Sett de to punktene du finner for 662 keV (fra  $^{137}\text{Cs}$ ) og 1275 keV (fra  $^{22}\text{Na}$ ) inn i likning (1). Hva er dispersjonen og nullpunktsenergien? Hvordan stemmer 511 keV-toppen fra  $^{22}\text{Na}$  med denne kalibreringen?

### 2. $\gamma$ -overganger i $^{60}\text{Ni}$ etter $\beta$ -desintegrasjon av $^{60}\text{Co}$

Nivåskjemaet for  $^{60}\text{Ni}$ , med  $\gamma$ -overganger etter desintegrasjon av  $^{60}\text{Co}$ , er vist i figur 8. Mål  $\gamma$ -spektret fra en  $^{60}\text{Co}$ -kilde. Hvilke  $\gamma$ -energier venter du å finne ut fra figur 8? Finn de tilsvarende toppene i spektret, og angi de målte energiene.

## III. PRELABOPPGAVER

### Kort informasjon

Disse oppgavene må løses før dere skal på laben. Dere vil trenge noen datasett for å gjøre beregningene i oppgavene under. Disse ligger finner dere på samme sted som dere fant denne oppgaveteksten.

Du trenger følgende filer til disse oppgavene:

- 'poisson.mat'
- 'spektrum.mat'

### Oppgavene

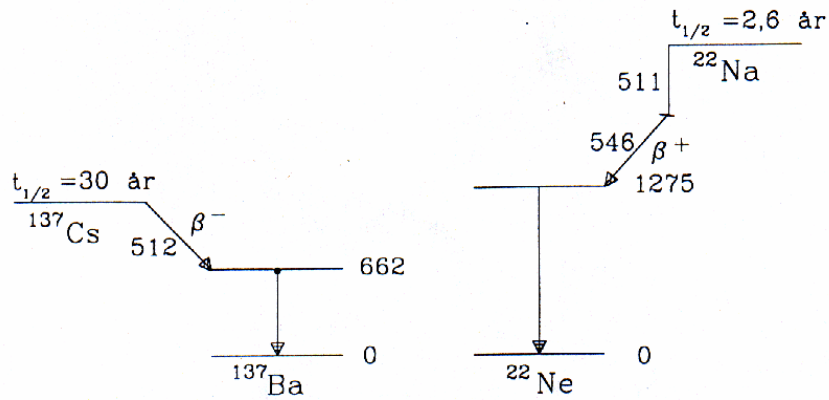
1. Du måler stråling fra en radioaktiv kilde med en GM-teller. Du vil finne gjennomsnittlig tellerate med en usikkerhet (standardavvik) på mindre enn 1%. Hvor mange tellinger  $k$  bør du minimum registrere, for å nå målet ditt om en usikkerhet mindre enn 1%?

#### 2 poeng

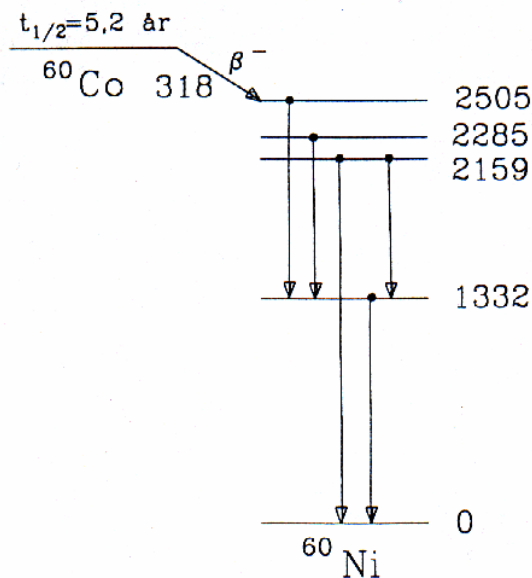
- A.  $k > 1000$
- B.  $k > 5000$
- C.  $k > 10000$
- D.  $k > 50000$
- E.  $k > 100000$

2. I mappen for øvelsen finner du en matlab-fil 'poisson.mat'. Denne inneholder et datasett, bruk det til å beregne middelværdien  $m$  og standardavviket  $s$ . Hvilke verdier finner du?

#### 2 poeng



Figur 7: Desintegrasjonsskjema for  $^{137}\text{Cs}$  og  $^{22}\text{Na}$ . Energinivåene er avsatt relativt til grunntilstanden, med  $\gamma$ -overganger som vertikale piler.  $\beta$ -overganger er tegnet som piler nedover mot henholdsvis høyre for  $\beta^-$  og mot venstre for  $\beta^+$ . Alle energier er i keV.  $\beta$ -energien er maksimal energi, og for  $\beta^+$  er også elektronmassen (511 keV) angitt.



Figur 8:  $\beta$ -desintegrasjon av  $^{60}\text{Co}$ , med nivåskjema for datterkjernen  $^{60}\text{Ni}$ . Alle energier i keV, for øvrig samme konvensjon som for figur 7.

- A.  $m = 27.9$ ,  $s = 3.6$
- B.  $m = 29.3$ ,  $s = 4.3$
- C.  $m = 30.5$ ,  $s = 5.3$
- D.  $m = 33.8$ ,  $s = 5.8$
- E.  $m = 30.5$ ,  $s = 4.9$

### 2 poeng

- A. 0.54%
- B. 0.76%
- C. 0.84%
- D. 1.23%
- E. 1.42%

3. En GM-teller har et sirkulært vindu med radius  $r = 2$  cm. Denne er montert  $d = 20$  cm fra en radioaktiv kilde med aktivitet  $A = 1.00 \cdot 10^6$  Bq ( $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$ ). Bakgrunnsstrålingen måles til  $n_b = 2 \text{ s}^{-1}$ , og det totale antallet  $\gamma$ -kvanter som registreres per sekund er  $n_r = 23$ . Hva blir GM-tellerens effektivitet?

4. I et laboratorieforsøk tester du hvor mye strålingsintensiteten avtar når du setter plater av et stoff mellom den radioaktive kilden og GM-røret. Du gjør følgende målinger av telleraten  $n$ , korrigert for bakgrunnsstråling:



skjerming [mm]	$n$ [ $s^{-1}$ ]
0	13.7
4	12.4
8	11.0
12	9.7
16	8.9
20	7.9
24	7.1

Bruk verdiene i tabellen til å anslå materialets svekkingskoeffisient ( $\mu$ ). (Les gjerne gjennom neste spørsmål før du løser dette)

**3 poeng**

- A.  $\mu = 25.4 \text{ m}^{-1}$
- B.  $\mu = 33.6 \text{ m}^{-1}$
- C.  $\mu = 794.1 \text{ cm}^{-1}$
- D.  $\mu = 1.6 \text{ mm}^{-1}$
- E.  $\mu = 27.5 \text{ m}^{-1}$

5. Beregn også den statistiske usikkerheten  $\Delta\mu$  til svekkingskoeffisienten. *Hint:* Se ligningene på side 39 i Squires.

**2 poeng**

- A.  $\Delta\mu = 0.1 \text{ m}^{-1}$
- B.  $\Delta\mu = 0.2 \text{ m}^{-1}$
- C.  $\Delta\mu = 0.3 \text{ m}^{-1}$
- D.  $\Delta\mu = 0.4 \text{ m}^{-1}$
- E.  $\Delta\mu = 0.5 \text{ m}^{-1}$

6. Hvor tykt lag må du ha av materialet i forrige spørsmål for at 95% av strålingen skal bli absorbert?

**2 poeng**

- A. 10 mm
- B. 50 mm
- C. 110 mm
- D. 310 mm
- E. 420 mm

7. Hva blir usikkerheten i beregningen av tykkelsen i oppgaven over?

**2 poeng**

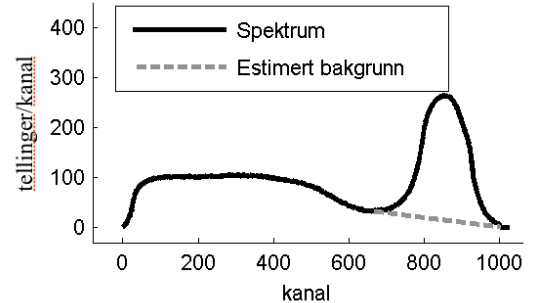
- A. 2 mm
- B. 0.5 mm
- C. 10 mm
- D. 20 mm
- E. 25 mm
- F. 5 mm

8. Du skal kalibrere gammaspektrometeret ved hjelp av to radioaktive kilder:  $^{137}\text{Cs}$  og  $^{22}\text{Na}$ . Desintegrasjonsskjema for disse to isotopene finner du i figur 7. Anta at fullenergitoppene har centroider ved kanalene  $I_{^{137}\text{Cs}} = 410$  og  $I_{^{22}\text{Na}} = 773$  for de to isotopene. Regn ut dispersjonen  $\Delta E$  og nullpunktsenergien  $E_0$

til gammaspektrometeret. *Hint:* Bruk verdiene fra  $\gamma$ -overgangene i figur 7.

**2 poeng**

- A.  $\Delta E = 1.53 \text{ keV/kanal}$ ,  $E_0 = -37 \text{ keV}$
- B.  $\Delta E = 1.53 \text{ keV/kanal}$ ,  $E_0 = -30 \text{ keV}$
- C.  $\Delta E = 1.69 \text{ keV/kanal}$ ,  $E_0 = -37 \text{ keV}$
- D.  $\Delta E = 1.69 \text{ keV/kanal}$ ,  $E_0 = -30 \text{ keV}$



Figur 9: Lineær estimering av bakgrunn

9. Anta at du har kalibrert et gammaspektrometer med 1024 kanaler, og funnet  $\Delta E = 2.00 \text{ keV/kanal}$ ,  $E_0 = -35 \text{ keV}$  (bruk altså ikke verdiene du regnet ut over). Last nå inn 'spektrum.mat' i Matlab, og plott vektoren som ligger der. Vi tenker oss at dette er måldata fra gammaspektrometeret. Til høyre ser vi noe som forestiller en fullenergitopp. Beregn fullenergitoppens halvverdibredde (FWHM, Full Width Half Maximum), og dermed spektrometerets oppløsningsevne. *Hint:* Du må huske å trekke fra bakgrunnsstrålingen. Gjør en enkel tilnærming ved å anta at bakgrunns-spekteret er lineært fra starten til slutten av fullenergitoppen. Du må selv vurdere hva som er start og slutt på fullenergitoppen. Se figur 9 for en skisse av dette. I Matlab kan  $I = \text{find}(y > c, 1, \text{'first'}/\text{'last'})$  være nyttig for å finne FWHM.

**3 poeng**

- A.  $\text{FWHM} \approx 250 \text{ keV}$
- B.  $\text{FWHM} \approx 270 \text{ keV}$
- C.  $\text{FWHM} \approx 290 \text{ keV}$
- D.  $\text{FWHM} \approx 330 \text{ keV}$



**Tillegg A: Poissonfordeling**

Vi har en kilde med  $N$  radioaktive kjerner. Sannsynligheten for emisjon av  $k$  partikler (f.eks.  $\gamma$ -kvanter) fra kilden i løpet av tiden  $t$  er gitt ved

$$P(k) = \binom{N}{k} p^k q^{N-k}$$

der

$$q = e^{-t/\tau} \text{ og } p = 1 - q.$$

Tiden  $\tau$  er karakteristisk for den radioaktive kjernen. Halveringstiden er  $t_{1/2} = \tau \ln 2$ . Vi regner med at  $t \ll \tau$ , slik at vi kan sette

$$1 - e^{-t/\tau} \approx \frac{t}{\tau}.$$

Vi antar videre at  $k \ll N$ , slik at

$$\binom{N}{k} \approx \frac{N^k}{k!}.$$

Med disse tilnærmelser får vi

$$P(k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m},$$

der den dimensjonsløse størrelsen  $m$  er definert ved

$$m \equiv \frac{Nt}{\tau}.$$

Vi benytter den momentgenererende funksjonen

$$\begin{aligned} Q(\lambda) &= \sum_k (1-\lambda)^k P(k) \\ &= \sum_k (1-\lambda)^k \frac{m^k}{k!} e^{-m} \\ &= e^{-m} \sum_k \frac{[(1-\lambda)m]^k}{k!} \\ &= e^{-m} e^{(1-\lambda)m} \\ &= e^{-m\lambda}. \end{aligned}$$

Ved derivasjon får vi

$$\begin{aligned} Q'(\lambda) &= -me^{-m\lambda} \\ &= -\sum_k k(1-\lambda)^{k-1} P(k) \\ Q''(\lambda) &= m^2 e^{-m\lambda} \\ &= \sum_k k(k-1)(1-\lambda)^{k-2} P(k). \end{aligned}$$

Innsetting av  $\lambda = 0$  gir

$$\begin{aligned} \sum_k P(k) &= 1 \\ \sum_k kP(k) &= m \\ \sum_k k(k-1)P(k) &= m^2 \end{aligned}$$

Herav følger

$$\begin{aligned} \langle k \rangle &= m \\ \langle k(k-1) \rangle &= m^2 \end{aligned}$$

og

$$\sigma^2 \equiv \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = m^2 + m - m^2 = m.$$

## Tillegg B: Spektrumanalyse-programmet

PC-programmet “Windas” som samler inn data og gjør enkel spektrumanalyse, styres av en rekke kommandoer. Programmet er satt opp med 1024 kanaler (fra 0 til 1023), hvilket er mer enn tilstrekkelig lengde for  $\gamma$ -spektroskopi med NaI-scintillator. Programmet er menystyrt, og det finnes hurtig-ikoner rett under menyen for de mest vanlig operasjonene.

Måledata kommer inn til programmet via avbrudd (interrupt), slik at andre operasjoner kan utføres samtidig. De mest aktuelle operasjonene er:

- Start og stopp av måling
- Fremvise en utvalgt del av spektret (“zoom”)
- Forandre  $x$ - og  $y$ -aksenes skala
- Energikalibrering
- Beregne centroide og integral (sum) av topper
- Korrigere for bakgrunnstråling
- Overføre spektrum til og fra fil på harddisken

De mest aktuelle kommandoene er:

### 1. Datainnsamling

Åpne et nytt spektrum:	File - New
Start datainnsamling (til det fremvist spektrum):	Acquire - Start
Stopp datainnsamling:	Acquire - Stop
Utfør datainnsamling i $m$ sekunder:	Acquire - Preset Time (svar med $m$ )

### 2. Diverse spektrumhåndtering (gjelder fremvist spektrum)

Skriv spektrum til fil med filnavn $xx$ :	File - Save (svar med $xx$ )
Hent spektrum fra fil $xx$ :	File - Open... (svar med $xx$ )
Adder filspektrum $xx$ til fremvist spektrum:	File - Add (svar med $xx$ )
Subtraher filspektrum $xx$ (f.eks. bakgrunn):	File - Subtract (svar med $xx$ )

### 3. Toppanalyse

Når du skal analysere en topp i fremvist spektrum gjør du følgende: Zoom inn et område med toppen omtrent i midten, og med ca. det samme antall kanaler som toppens “bredde” på hver side (på figur 5 vil det bli omtrent kanal 80 og 130). Tenk deg så at spektrumbakgrunnen ekstrapoleres med en rett linje under toppen. Plasser mus-pekeren i det punktet du mener linjen skal starte, og plasser lav markør der (klikk). Gjør tilsvarende i punktet der du mener linjen stopper (med klikk på høyre musknapp). Når du plasserer pekeren på spektrumbakgrunnen kan det være fornuftig å velge en skala der bakgrunnen kommer over midten på skjermen, se kommandoene “Sett  $y$ -skala” under pkt. 4. De aktuelle kommandoene er da:

Plasser lav markør i pekerens posisjon:	Venstre musknapp
Plasser høy markør i pekerens posisjon:	Høyre musknapp
Beregn centroide:	Calculate - Centroid
Beregn netto areal:	Calculate - Sum
Sett inn et kalibreringspunkt:	Calibrate - Energy
Hent kalibrering fra filspektrum $xx$ :	Calibrate - From file (svar med $xx$ )

Energikalibreringen vil bruke den siste centroiden som ble beregnet. To punkter trenges for å kalibrere et spektrum (programmet minnes om dette). Kommandoen “kleber” kalibreringen til det fremviste spektret. Ved å overføre spektret til fil når det er kalibrert, følger kalibreringskonstantene med. Du kan så hente kalibreringen ned til andre fremviste spektre.

#### 4. Noen fremvisningskommandoer (“View”)

Fremvis spektrum $xx$ :	Window (velg $xx$ )
“Zoom” spektrum mellom markørene:	View - Expand
Fremvis hele spekteret (“De-zoom”):	View - Whole Spectrum
Sett $y$ -skala til $n$ tellinger:	View - Fixed Y-scale (svar med $n$ )
Sett $y$ -skala til automatisk (default):	View - Automatic Y-scale
Log-skala på $y$ -aksen:	View - Logarithmic
Lineær skala på $y$ -aksen:	View - Logarithmic (en gang til)
Fremvis energienheter på $x$ -aksen:	View - Energy Scale
Fremvis kanaler på $x$ -aksen:	View - Energy Scale (en gang til)

## Tillegg C: Eldre enheter

Størrelse	SI-enhet	Gammel enhet
Dose, $D$	gray, Gy = J/kg	1 rad = $10^{-2}$ Gy røntgen*, R 1 R tilsvarer ca. $0,9 \cdot 10^{-2}$ Gy
Doseekvivalent, $H$	sievert, Sv	1 rem = $10^{-2}$ Sv

Tabell I: Grunnleggende enheter for dose. (\*)Røntgen (R) er en enhet for frigjort ladning, kalt eksposisjon. Den benyttes bare for elektromagnetisk stråling, ikke for  $\alpha$ - og  $\beta$ -stråling. Eksposisjonen er 1 R når strålingen frigjør en ladningsmengde av positive eller negative ioner på  $2,58 \cdot 10^{-4}$  C/kg i tørr luft. I praksis kan man regne 1 R omtrent lik 1 rad eller 10 mGy.

SI-enhetene i strålingsfysikken har vært vedtatt for internasjonalt bruk siden 1975, men eldre enheter blir fremdeles ofte benyttet både på måleinstrumenter og i litteratur. Det er derfor nødvendig å ha noe kjennskap til enhetene som er vist i tabell I.

En eldre enhet for aktivitet, curie, eller kort Ci, blir fremdeles ofte benyttet. En curie var opprinnelig definert som aktiviteten i ett gram radium. Nå gjelder definisjonen:  $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = 37 \text{ GBq}$ .

- 
- [1] Aktiviteter til radioaktive kilder og tellerater for stråling er ofte gitt i Becquerel (Bq) der  $1 \text{ Bq} = 1$  telling/sekund.  
 [2] Romvinkelen måles i steradianer, og er gitt som forholdet mellom kulelegemets areal og kvadratet av radius. Romvinkelen for hele kuleflaten sett fra kulas sentrum er derved

$$4\pi R^2/R^2 = 4\pi. \text{ Sammenlign med definisjonen av vinkel i planet, som måles i radianer.}$$

- [3] Pasco-rørene, de sorte, fungerer optimalt med 400 V, mens de som er skjermet (de gråe, fungerer best med 600 V.