五.回溯法

1. 0-1背包问题

S: (3,8)

(20,30)

(5,12)

(10,21)

(5,10)

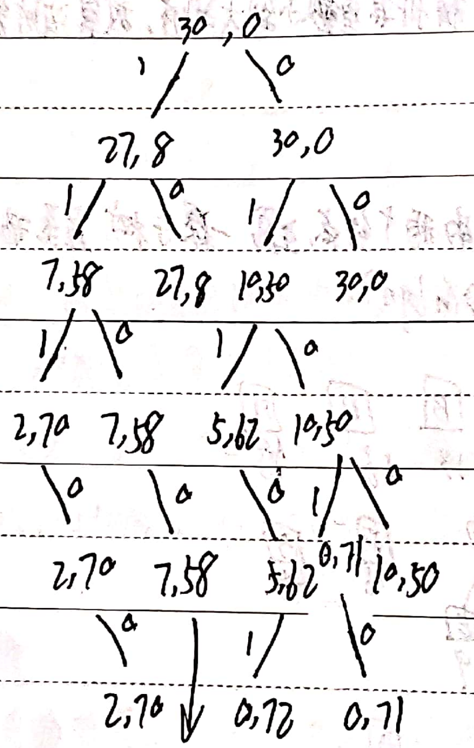
W=30

Bound(int i)

Backtrack(int i)

可行性约束函数 $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le C$

限界函数 $cp+r \le bestp$



58+10<70,不再继续向下

2.装载问题

题目 W=5, 20, 15, 25, 10, $C_1=30$ $C_2=45$

先装第一艘船，尽量多装，将剩余集装箱装上第二艘轮船

装载问题是特殊的0-1背包问题, $\max \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le C_1$$

$$x_i \in \{0,1\},\ 1 \le i \le n$$

- 递归回溯
- 迭代回溯
- 子集树
- 排列树

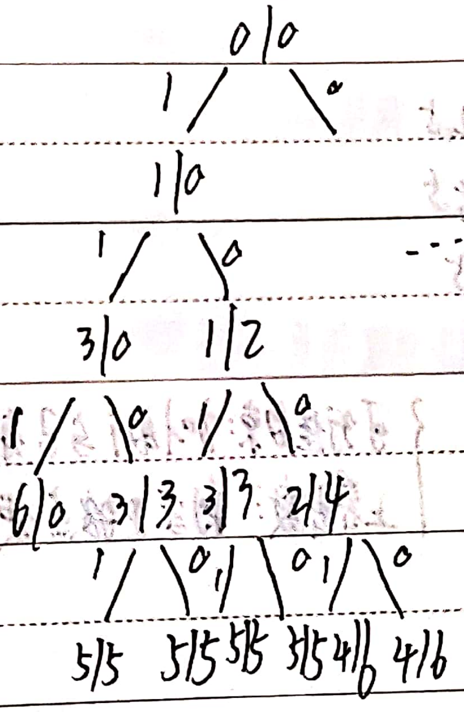
3. 符号三角形问题

$n=4$

n元组 $[1:n]$ 表示符号△的第一行

可行性约束函数：+/-号个数均不超过 $\frac{n(n+1)}{4}$

无解：$\frac{n(n+1)}{2}$ 为奇数.



++-+
++--
+-++
+-+-

--+-
--++
-+--
-+-+

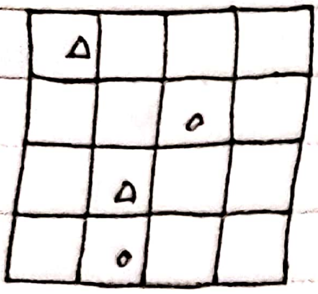
4. n后问题　完全n叉树

输入:n　输出: x[1:n]　x[i]表示i行x[i]列

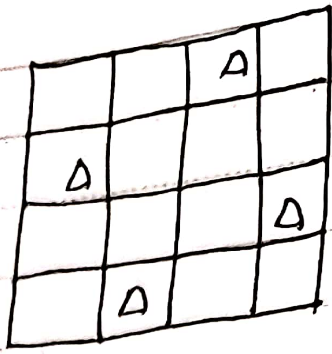
约束条件: 2个皇后不能放在同一直线上(行,列,斜线)

Date: / /

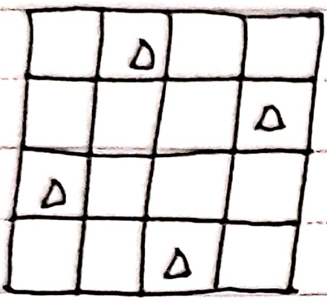
n=4



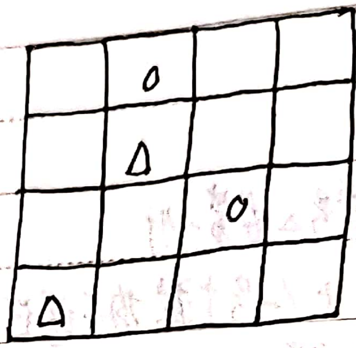
$x_1=1$
$x_2=3/4$
$x_3=\times/2$
$x_4=\times/\times$



$x_1=2$
$x_2=4$
$x_3=1$
$x_4=3$

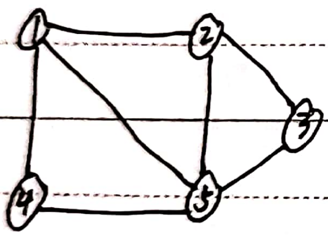


$x_1=3$
$x_2=1$
$x_3=4$
$x_4=2$

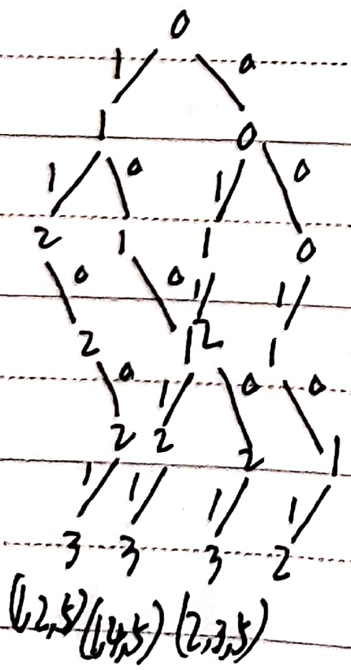


$x_1=4$
$x_2=2/1$
$x_3=\times/3$
$x_4=\times/\times$

5. 最大团问题 (子集树) $O(n2^n)$



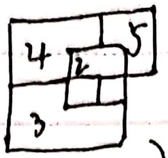
1, 2, 5
1, 4, 5
2, 3, 5



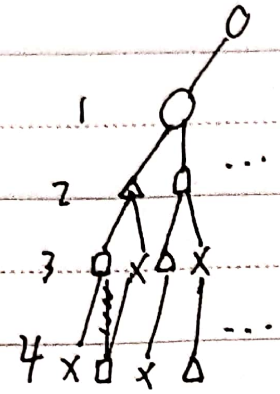
可行性约束: 加入的i与已有集合点相连
上界函数: 剩余足够点使期望更大.

6. 图的m着色问题 完全m叉树

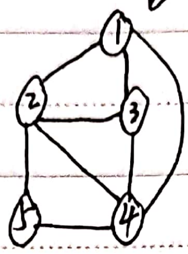
m=4 m=5时，对于图G



○ △ □ ×

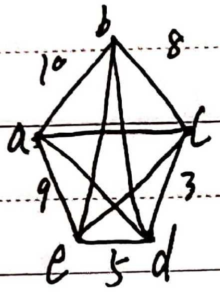


$O(n^n)$



7. 旅行售货员问题 排列树

j=n时，判断 x[n-1]→x[n]→x[1]，找到即存在回路.



→ $O(n!)$

限界函数：当前路径长度

六、分支限界法

1. 0-1背包问题

输入：物品个数n，物品重量w_i，物品价值v_i

输出：$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ $x_i \in \{0,1\}$

约束：$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le C$ $\sum_{i=1}^{n} v_i x_i$ 最大

练习：n=3 W={16,15,15} V={45,25,25} C=30

队列式分支限界：{}→{A}→{B,C}→{C,D,E}→{C,E}→{C,J,K}

→{C}→{F,G}→{G,L,M}→{G,M}→{G}→{N,O}→{O}→{}