

二. 递归与分治策略

o 递归: 直接或间接调用自身
递归由复杂度计算

① 递归树展开 - 递归

② 代入法

③ 主定理法

$$\text{eg. } n! = \begin{cases} 1, & n=0 \\ n \times (n-1)!, & n > 0 \end{cases}$$

$$T(n) = C$$

$$T(n) = T(n-1) + C$$

$$= T(n-2) + 2C$$

$$= \dots$$

$$= T(0) + nC$$

$$= (n+1)C$$

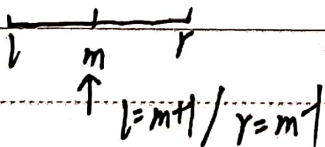
$$= O(n)$$

o 分治: 规模为 $n \rightarrow k$

分而可解、分而可合、分而相同、分而独立

1. 二分搜索 (分治?)

在数组 arr 中, 寻找 $target$
否则返回 -1



2. 大整数乘法 (分治?)

输入 $X, Y \rightarrow X, Y$

$$X = AB \quad Y = CD$$

$$XY = (A \times 2^{\frac{n}{2}} + B)(C \times 2^{\frac{n}{2}} + D)$$

$$= AC \times 2^n + (AD + BC) \times 2^{\frac{n}{2}} + BD$$

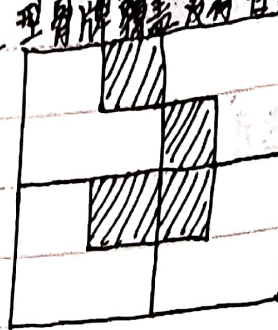
$$= AC \times 2^n + (A-B)(D-C) + (A+C)(B+D) \times 2^{\frac{n}{2}} + BD$$

Date: / /

3. 给定棋盘 \rightarrow 覆盖方法
 $2^k \times 2^k$

- ① 有一个特殊方格
- ② 使用 L 型骨牌

将 L 型骨牌覆盖没有特殊方格的方格处



4. 排序 (复杂度, 稳定性与影响因素?)

输入数组 \rightarrow 已排序数组 (从小到大)

归并: $2\ 5\ 1\ 4\ 3\ 6$
 \swarrow
 $2\ 5\ 1\ 4\ 3\ 6$
 \swarrow
 $1\ 2\ 4\ 5$
 \swarrow
 $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$

快排: $2\ 5\ 1\ 4\ 3\ 6$
 \swarrow
 $1\ 5\ 2\ 4\ 3\ 6$
 \swarrow
 $1\ 3\ 2\ 4\ 5\ 6$
 \swarrow
 $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$

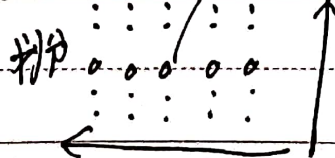
5. 线性时间选择 (如何保持线性?)

给定线性序集中 n 个整数

找出这 n 个元素中第 k 小的元素 一次

$P_1 \dots j \dots i \dots r$
 \swarrow
 $\leftarrow k_1 \rightarrow$
 $\leftarrow k_2 = k - j \rightarrow$

找中位数的中位数



6. 循环赛日程表 (任意 n 队员?) $n = 2^k$ 运动员人数 \rightarrow 循环赛日程表① 每人与其他 $n-1$ 人各赛一次

② 每人每天一次

③ 一共 $n-1$ 天

1	2	3	4	5	6	7	8
2	1	4	3	6	5	8	7
3	4	1	2	7	8	5	6
4	3	2	1	8	7	6	5
5	6	7	8	1	2	3	4
6	5	8	7	2	1	4	3
7	8	5	6	3	4	1	2
8	7	6	5	4	3	2	1

7. 最近点对

 n 个点集合 $P \rightarrow$ 最近的点