

一. 0-1 背包问题

队列式 vs 优先队列式

1. 限界函数 (是否取=)

up = bestp 可以取等号, 因为右子树可能包含最优解。两者相同。

2. 约束函数

判断能否满足背包容量约束: $cw + w_i \leq C$

两者相同

3. 结束条件

队列式: 队列为空

优先队列: 一直搜索到搜到最优解或者子节点都为空为止

4. 运行次数

优先队列每次都选择最大优先级的节点作为扩展结点, 而且当扩展的结点为叶节点时就结束,

所以优先队列运行次数要少一些。

5. 最优解的更新

进入左子树时, 若 $cp + pl[i] > bestp$, 更新 bestp 为 $cp + pl[i]$

6. 最优解的个数

队列式: 可能存在多个最后相同的最优解, 因为能够到达的叶节点都会被对比更新

优先队列式: 才会有一个最优解, 由于最后只会到达一个叶节点, 到达叶节点即返回 best 值。

二. 装载问题

回溯法 vs 分支限界法

回溯法

分支限界法

限界函数:

$$cw + w[i] \leq cap$$

$$cw + w[i] \leq cap$$

约束函数:

$$cw + rw > bestw$$

$$cw + rw > bestw$$

结束条件:

整子集树遍历完

队列: 队列为空

运行次数:

接近 2^n

优先队列: 遍历到叶节点

队列: 接近 2^n 优先队列 $< 2^n$

最优解的更新: 每次遍历到叶子结点时进行更新. 每遍历一个结点更新一次

最优解的个数: 若限界函数取 $cw + rw > bestw$,
则有多于最优解;

与回溯法相同

若限界函数取 $cw + rw > bestw$,
则有一个最优解

其他: 回溯法思想: DFS + 剪枝

BFS + 剪枝

队列式 VS 优先队列式

队列式

优先队列式

限界函数: $cw + rw < bestw$

$cw + rw < bestw$

约束函数: $cw + w[i] < C$

$cw + w[i] < C$

结束条件: 队列为空

扩展结点为叶结点或队列为空

运行次数: 2^n

\leq 队列式的运行次数

最优解的更新: 每遍历一个结点就会更新一次

与队列式相同

最优解的个数: 若限界函数取 $cw + rw < bestw$,
则有多于最优解;

与队列式相同

若限界函数取 $cw + rw \leq bestw$,

则有一个最优解

其他: 按照入队顺序进行出队操作

按照优先级进行出队操作

三. 单源最短路径问题

回溯法 VS 分支限界法

约束函数: 能马上一路径由末端节点相连

同

结束条件: 节点全部被标记

同

运行次数

回溯法 大于 优先队列的分支限界

最优解的更新:

每到达一个节点 就会执行更新

最优解的个数:

回溯法 大于等于 优先队列的分支限界

Date: / /

其他: 复杂度: 回溯法与队列式相比, 通常大于优先队列式

队列式 VS 优先队列式

结束条件:

节点的队列为空

节点全部被标记

运行次数:

队列式大于等于优先队列

最优解由更新:

每到达一个节点就会执行更新

同

最优解的个数:

队列式大于等于优先队列式

其他: 复杂度:

优先队列式通常优于队列式

四. TSP问题

回溯法 VS 分支限界法

回溯法

分支限界法

限界函数:

当前费用小于当前最优费用

同

约束函数:

两个点之间是否有边相连

同

结束条件:

走完所有可行解后

当叶节点成为扩展节点时

运行次数:

$n!$

n

最优解由更新:

若当前可行解费用小于当前最优费用则更新

同

最优解的个数:

可能有多解

一个

队列式 VS 优先队列式

队列式

优先队列式

限界函数:

当前费用小于当前最优费用

同

约束函数:

两个点之间是否有边相连

同

结束条件:

队列为空

当叶节点成为扩展节点时或队列为空

运行次数:

$n!$

n

最优解由更新:

若当前可行解费用小于当前最优费用则更新

同

最优解的个数:

可能有多解

一个

Date: / /

总结: 回溯法和分支限界法都是在问题的解空间树上搜索问题解的算法。回溯法主要利用深度优先搜索策略, 通常目标是找到问题的所有可行解; 分支限界法主要利用广度优先搜索策略, 通常目标是尽快找到一个满足问题约束条件的解。