2021人工智能导论
习题讲解

1. 逻辑表达式

考虑下列的一阶逻辑表达式：

1. $\forall$ x [equal(x,x)]
2. $\forall$ y,z [equal(y,z) $\Rightarrow$ equal(z,y)]
3. $\forall$ w,s,t [equal(w,s) $\wedge$ equal(s,t) $\Rightarrow$ equal(w,t)]
4. equal(b,a)
5. equal(b,c)

其中x, y, z, w, s, t是变量，a, b, c是常数。

a) 讲1, 2, 3式子转换为CNF形式；

b) 从上述知识库(KB)中使用归结算法证明结论 equal(c, a)。

考虑下列的一阶逻辑表达式：

1. $\forall x\ [equal(x,x)]$
2. $\forall y,z\ [equal(y,z) \Rightarrow equal(z,y)]$
3. $\forall w,s,t\ [equal(w,s) \wedge equal(s,t) \Rightarrow equal(w,t)]$
4. $equal(b,a)$
5. $equal(b,c)$

其中x, y, z, w, s, t是变量，a, b, c是常数。

转换为CNF形式：

1. equal(x,x)
2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y)
3. ¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)

归结算法证明结论 equal(c, a)；

1. equal(x, x)
2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y)
3. ¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)
4. equal(b, a)
5. equal (b, c)
6. 结论equal(c, a)

归结算法证明结论 equal(c, a)；

1. equal(x, x)
2. ¬equal(y, z) ∨ equal(z, y)
3. ¬equal(w, s) ∨ ¬equal(s, t) ∨ equal(w, t)
4. equal(b, a)
5. equal (b, c)
6. 结论equal(c, a) 取反 **~ equal(c, a)**

结论取反一般归结最后一步使用

选择包含常项的子句集，并找出可能配对的子句

1. equal(x, x)
2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y)
3. ¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)
4. equal(b, a)
5. equal (b, c)
6. **~ equal(c, a)**

首先考虑包含常项的子句

4. equal(b, a) 其与子句2 中2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y) 的¬equal(y, z)可能互补 ¬equal(y, z) ∨ equal(z, y)和 equal(b, a) 进行置换y/b z/a 后消去后得到新子句:

7. equal(z, y)-> equal(a, b)

1. equal(x, x)
2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y)
3. ¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)
4. equal(b, a)

5. equal (b, c)
6. **~ equal(c, a)**
7. equal(a, b) （子句4与2归结）
8. ~equal(b, t)∨equal(a, t) （子句7与3归结）

首先考虑包含常项的子句

4. equal(b, a) 其与子句2 中2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y) 的¬equal(y, z)可能互补 ¬equal(y, z) ∨ equal(z, y)和 equal(b, a) 进行置换y/b z/a 后消去后得到新子句:

7. equal(z, y)-> equal(a, b)

其次，子句7 仅可能与子句3 消去 新的子句与余下的子句进行配对

7. equal(a, b)和 子句3¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)配对，进行置换w/a和s/b 得到新的子句:

8. ¬equal(s, t)∨equal(w, t) -> ¬equal(b, t)∨equal(a, t)

1. equal(x, x)
2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y)
3. ¬equal(w, s)∨ ¬equal(s, t)∨equal(w, t)
4. equal(b, a)

5. equal (b, c)
6. **~ equal(c, a)**
7. equal(a, b)　（子句4与2归结）
8. ~equal(b, t)∨equal(a, t)　（子句7与3归结）
9. equal(a, c)　（子句8与5归结）
10. equal(c, a)　（子句9与2归结）

消去法最后得到NULL子句则说明结论成立（反证法

随后，子句8与子句5配对

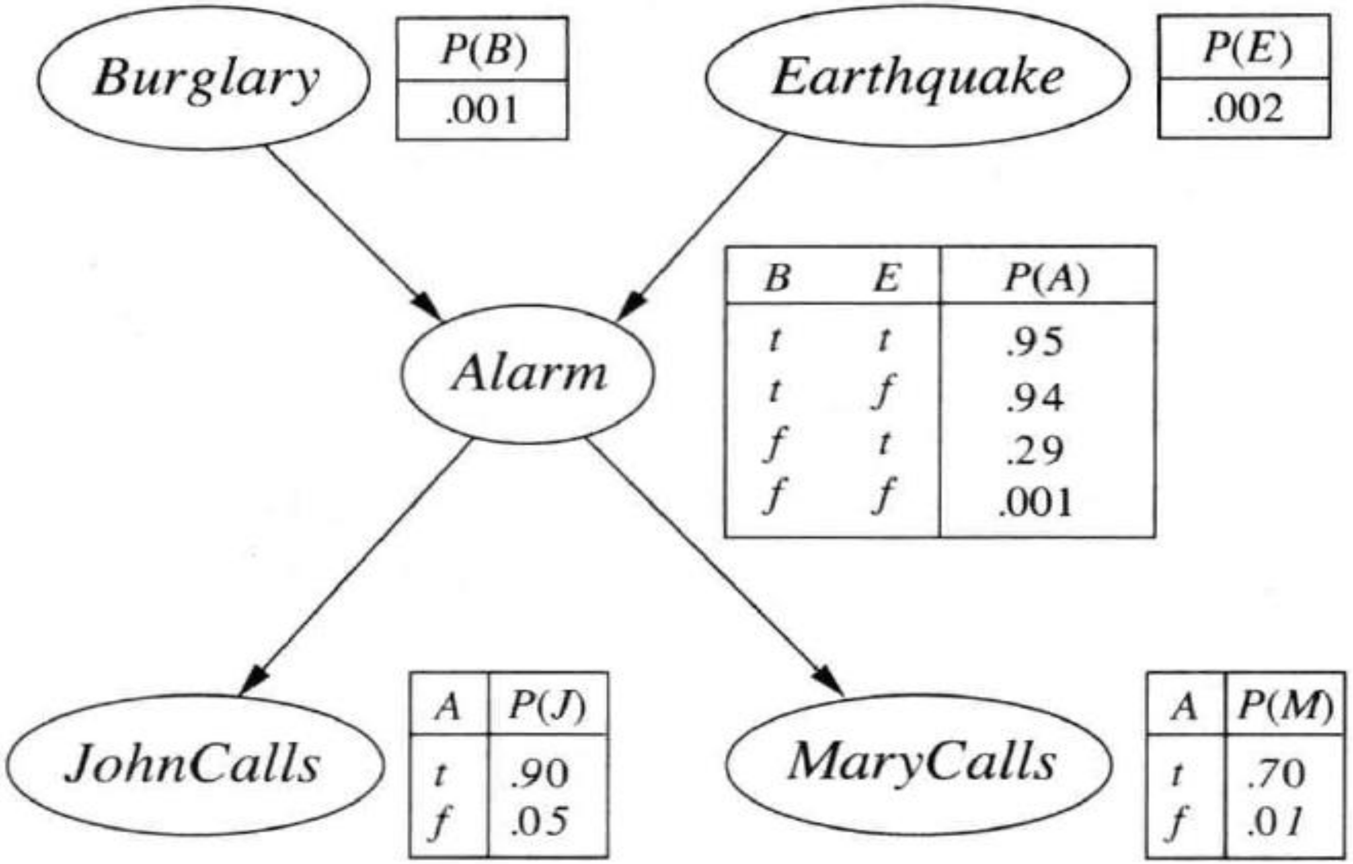
~equal(b, t)∨equal(a, t) 和equal (b, c) 进行置换 t/c 得到新的子句：

9. equal(a, t) -> equal(a, c)

再则，子句9 与子句 2. ¬equal(y, z) ∨equal(z, y) 配对并进行置换后得到子句10. equal(c, a)

最后，子句10和子句6消去后得到NULL

3. 贝叶斯网络



P(B)
.001

P(E)
.002

B	E	P(A)
t	t	.95
t	f	.94
f	t	.29
f	f	.001

A	P(J)
t	.90
f	.05

A	P(M)
t	.70
f	.01

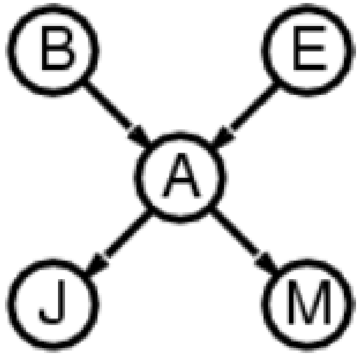
报警问题条件概率表CPT

贝叶斯网络的语义

- 完全联合分布等于局部条件分布的乘积：

$$P(x_1,\ldots,x_n)=\prod_{i=1}^{n}\theta(x_i \mid parents(x_i))$$

计算$P(\mathrm{j,m,a,\sim b,\sim e})$？



P(a|¬b, ¬e)

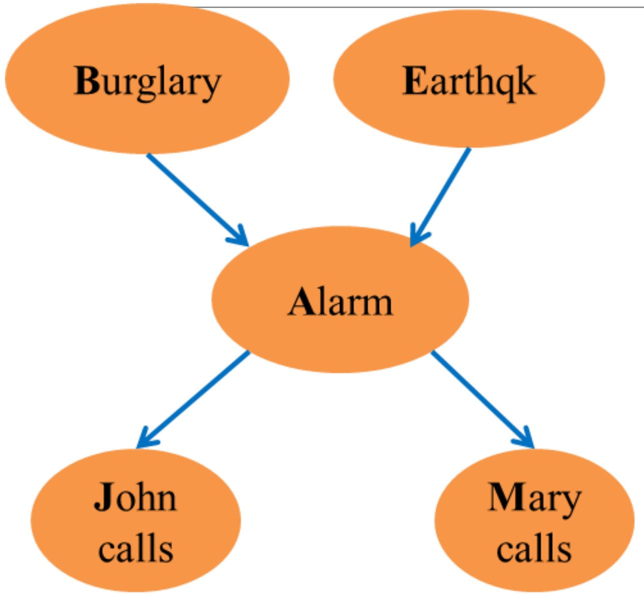
P(j|a)

P(m|a)

e.g., $\mathbf{P}(j \wedge m \wedge a \wedge \neg b \wedge \neg e)$

$= \mathbf{P}(j \mid a)\, \mathbf{P}(m \mid a)\, \mathbf{P}(a \mid \neg b, \neg e)\, \mathbf{P}(\neg b)\, \mathbf{P}(\neg e)$

枚举精确推理



$$P(b|j,m) = \alpha P(b,j,m) = \alpha \sum_{E} \sum_{A} P(b,j,m,\mathrm{E},\mathrm{A})$$

$$P(b|j,m) = \alpha \sum_{E} \sum_{A} P(b,\mathrm{E},\mathrm{A},j,m)$$

1. 计算联合概率，

找个每个元素的父亲（条件）

$$P(b|j,m) = \alpha \sum_{E} \sum_{A} P(b)\mathrm{P}(E)\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{b},e)P(j|A)P(m|A)$$

2. 求和公式展开 A=a or ~a

$$P(b|j,m) = \alpha P(b) \sum_{E} \mathrm{P}(E)\mathrm{P}(a|\mathrm{b},e)P(j|a)P(m|a) + \mathrm{P}(E)\mathrm{P}(\sim\mathrm{a}|\mathrm{b},e)P(j|\sim\mathrm{a})P(m|\sim\mathrm{a})$$

枚举精确推理

需考虑隐藏变量E和A所有的取值！

$$P(b|j,m) = \alpha \sum_{\mathrm{E}} \sum_{\mathrm{A}} P(b)\mathrm{P}(E)\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{b},E)P(j|A)P(m|A)$$

2. 求和公式展开 A=a or ~a

A=a A=~a

$$P(b|j,m) = \alpha P(b) \sum_{\mathrm{E}} \boxed{\mathrm{P}(E)P(a|\mathrm{b},E)(j|a)P(m|a)} + \boxed{\mathrm{P}(E)\mathrm{P}(\sim\mathrm{a}|\mathrm{b},E)P(j|\sim\mathrm{a})P(m|\sim\mathrm{a})}$$

3. 求和公式展开 E=e or ~e

$$P(b|j,m) = \alpha P(b)(\boxed{(\mathrm{P}(e)\mathrm{P}(a|\mathrm{b},e)P(j|a)P(m|a) + \mathrm{P}(e)\mathrm{P}(\sim\mathrm{a}|\mathrm{b},e)P(j|\sim\mathrm{a})P(m|\sim\mathrm{a})})$$ E=e

$$+(\mathrm{P}\boxed{(\sim e)(a|\mathrm{b},\sim e)P(j|a)P(m|a) + \mathrm{P}(\sim e)\mathrm{P}(\sim\mathrm{a}|\mathrm{b},\sim e)P(j|\sim\mathrm{a})P(m|\sim\mathrm{a}))})$$ E=~e

枚举精确推理

计算j=true, m=true的情况下P(b=true)和P(b=false)的概率

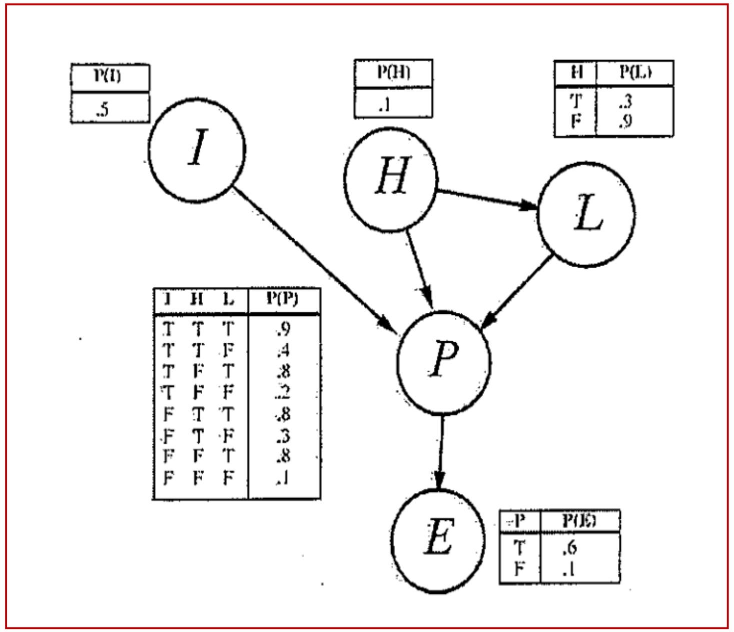
$$P(b \mid j, m) = 0.00059224\alpha \qquad P(\neg b \mid j, m) = 0.0014919\alpha$$

归一化得到：

$$\boxed{P(B \mid j, m) \approx \langle 0.284, 0.716 \rangle}$$

贝叶斯网络 作业1：

参考下图中的贝叶斯网络（见图二），其中布尔变量I=聪明(intelligence) H=诚实(Honest) P=受欢迎的(Popular) L=大量的竞选资金 E=竞选成功

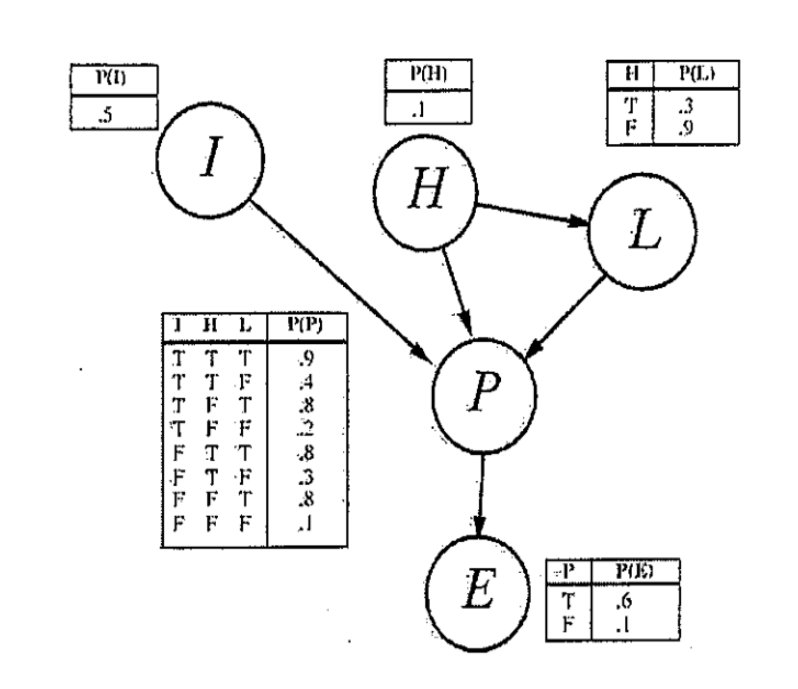


(a) 根据该网络结构，是否可以得到P(I, L, H)=P(I)P(L)P(H),如果不是，请给出正确的表达式；

(b) 根据该网络结构计算P(i, h, ¬l, p, ¬e)的值；

(c) 假设已知某个人是诚实的，没有大量的竞选资金但是竞选成功了，那么他是聪明的概率是多少？

贝叶斯网络



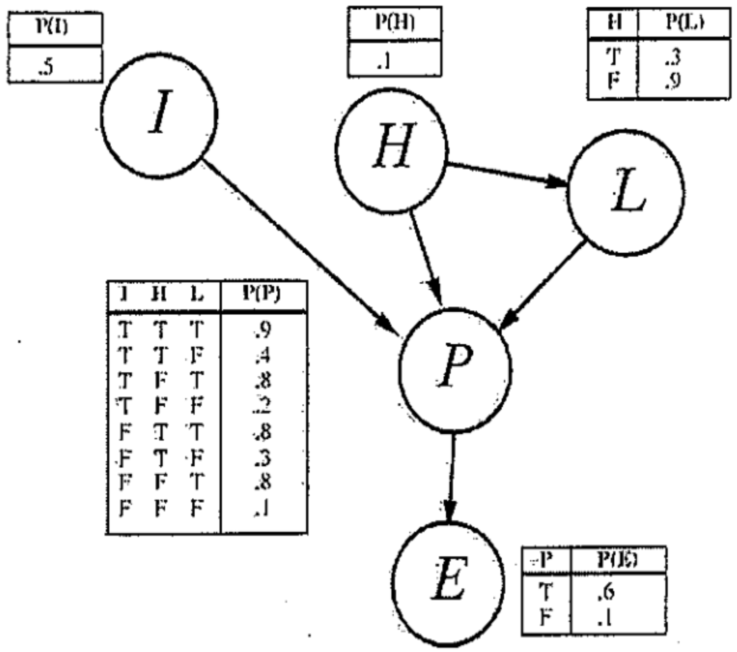
(a) 根据该网络结构，是否可以得到P(I, L, H)=P(I)P(L)P(H), 如果不是，请给出正确的表达式；

答案： P(I, L, H)=P(I)*P(L|H)*P(H)

（找出每个变量对应的父亲节点）

(b) 根据该网络结构计算P(i, h, ~l, p, ~e)的值；

注意：P(~l|h)=1-P(l|h)



针对每个元素，找出其直接父亲

1. 元素i和h无父亲节点，直接给出先验概率 P(i)*P(h)*

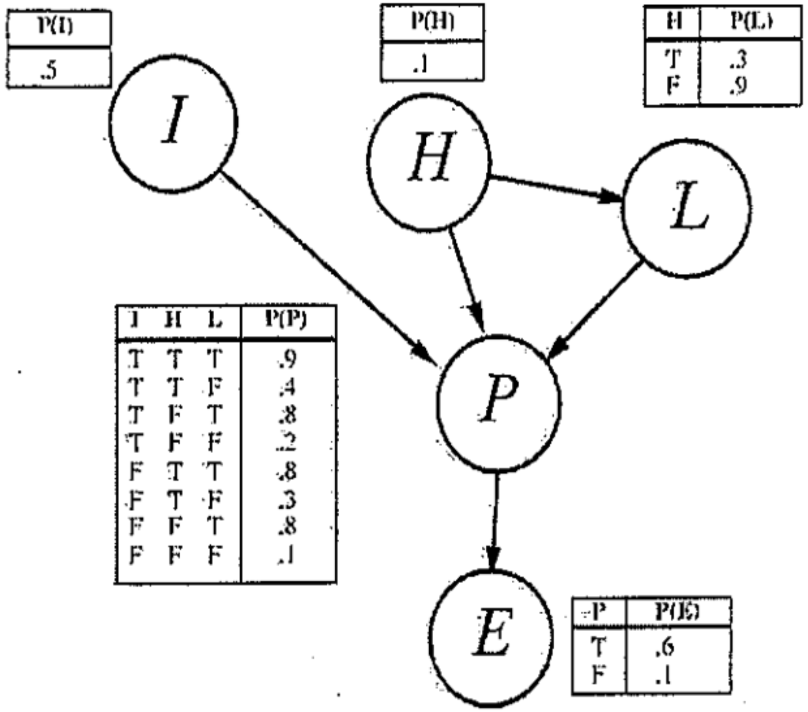
2. 元素~l相关的父亲节点为H（取值h），则i对应的局部条件概率为P(~l|h)(对应的条件概率表中没有，进行转换1- P(l|h))

3. 元素p，其父亲节点为I， H， L（对应的取值分别为i，h和~l），则对应的局部概率为P(p | i, h, ~l)

4. 元素~e，其父亲节点为P（取值为p），则对应的局部概率为 P(~e | p) =1- P(e | p)

P(i, h, ~l, p, ~e) = P(i) * P(h) * (1-P(l|h))* P(p|i, h, ~l) * (1-P(e|p))

参考下图中的贝叶斯网络（见图二），其中布尔变量I=聪明(intelligence) H=诚实(Honest) P=受欢迎的(Popular) L=大量的竞选资金 E=竞选成功



(c) 假设已知某个人是诚实的h，没有大量的竞选资金~l但是竞选成功了e，那么他是聪明的概率i是多少？

求P(i|h, ~l, e)

$$P(i|h,\sim l,e)=\frac{P(i,h,\sim l,e)}{P(h,\sim l,e)}$$

1. P(A, B)=P(A)*P(B|A)

贝叶斯公式

P(B|A)=P(A, B)/P(A)

引入隐藏变量

$$P(i|h,\sim l,e)=\frac{\sum_P P(i,h,\sim l,e,P)}{\sum_P\sum_I P(I,h,\sim l,e,P)}$$

2. 引入隐藏变量，为获得$P(i,h,\sim l,e)$，因e的父亲节点为P，所以将P引入作为隐藏变量（同时考虑p和~p）

$P(i,h,\sim l,e)$

$=\sum_P P(i,h,\sim l,e,P)$

$=P(i,h,\sim l,e,p)+P(i,h,\sim l,e,\sim p)$

$P(i, h, \sim l, e)$

$= \sum_P P(i, h, \sim l, e, P)$

$= P(i, h, \sim l, e, p) + P(i, h, \sim l, e, \sim p)$

$$P(i|h, \sim l, e) = \frac{\sum_P P(i,h,\sim l,e,P)}{\sum_P \sum_I P(I,h,\sim l,e,P)}$$

$\sum_P \sum_I P(I, h, \sim l, e, P)$

隐藏变量P和I分别取值p，~p和i，~i

$= P(\mathrm{i}, h, \sim l, e, \mathrm{p}) + P(\mathrm{i}, h, \sim l, e, \sim\mathrm{p}) + P(\sim\mathrm{i}, h, \sim l, e, \mathrm{p}) + P(\sim\mathrm{i}, h, \sim l, e, \sim\mathrm{p})$

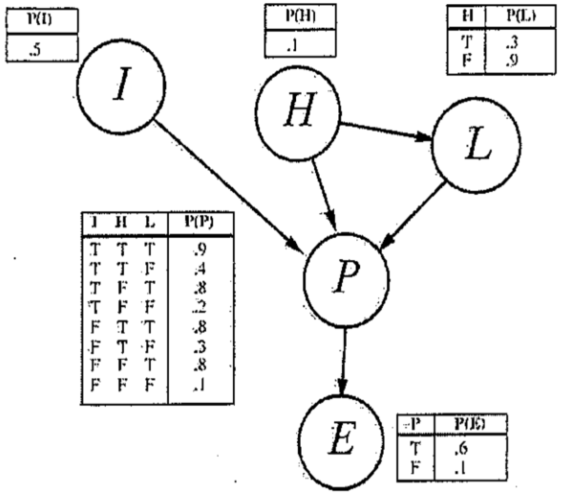
$P(\mathrm{i}, h, l, e, \mathrm{p}) = \mathrm{P(i)} * \mathrm{P(h)} * \mathrm{P(l|h)} * \mathrm{P(e|p)} * \mathrm{P(p|i, h, l)}$

~l替换为l

$P(\mathrm{i}, h, \sim l, e, \mathrm{p}) = \mathrm{P(i)} * \mathrm{P(h)} * \mathrm{P(\sim l|h)} * \mathrm{P(e|p)} * \mathrm{P(p|i, h, \sim l)}$

类似可得$P(\mathrm{i}, h, \sim l, e, \sim\mathrm{p}) = \mathrm{P(i)} * \mathrm{P(h)} * \mathrm{P(\sim l|h)} * \mathrm{P(e|\sim p)} * \mathrm{P(\sim p|i, h, \sim l)}$

$P(\sim\mathrm{i}, h, \sim l, e, \mathrm{p}) = \mathrm{P(\sim i)} * \mathrm{P(h)} * \mathrm{P(\sim l|h)} * \mathrm{P(e|p)} * \mathrm{P(p|\sim i, h, \sim l)}$



求P(~p|i, h, ~l)

转换为1-P(p|i, h, ~l)

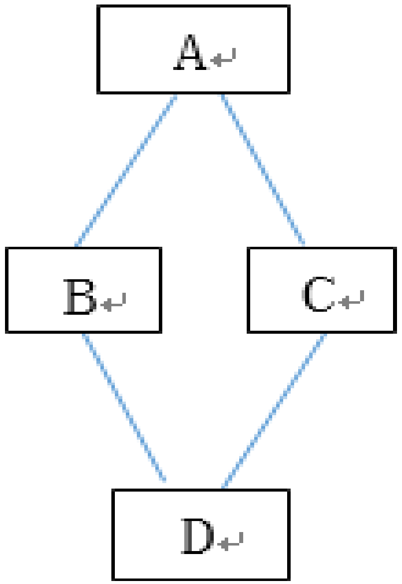
根据P节点对应的CPT(条件概率表)

可知i为T，h为T，l为F时P(p|i, h, ~l)=0.4

贝叶斯网络 作业2：

根据图所给出的贝叶斯网络，其中：P(a)=0.5，P(b| a)=1， P(b|¬a)=0.5， P(c| a)=1， P(c|¬ a)=0.5，P(d|b, c)=1，P(d|b, ¬c)=0.5，P(d|¬b, c)=0.5，P(d|¬b, ¬c)=0。

试计算下列概率P(a|d)。



P(a|d)=αP(a, d)

因为元素d直接父亲B和C，所以将B和C作为**隐藏变量**

（同时考虑b、-b， c和-c）

为此P(a|d)=αP(a, d)=$\alpha\sum_B\sum_C$P(a, B, C, d)

$=\alpha\sum_B(P(a, B, c, d) + P(a, B, \sim c, d))$

$=\alpha((P(a, b, c, d) + P(a, b, \sim c, d)) + (P(a, \sim b, c, d) + P(a, \sim b, \sim c, d)))$

得到 $P(a|d)=0.5\alpha$ 和 $P(\sim a|d)=0.25\alpha$

方法一：

归一化得到最终结果如下：

$$P(a|d)=\frac{0.5\alpha}{0.5\alpha+0.25\alpha}=0.67$$

$$P(\sim a|d)=\frac{0.25\alpha}{0.5\alpha+0.25\alpha}=0.34$$

或 **$P(\sim a|d)=1-P(a|d)$**=0.34

方法二：

因 $P(a|d)+P(\sim a|d)=1$

可得 $0.5\alpha+0.25\alpha=1$ 继而求出

$\alpha=1.34$

第三次作业题 2

某学校，所有的男生都穿裤子，而女生当中，一半穿裤子，一半穿裙子。男女比例70%的可能性是4:6，有20%可能性是1:1，有10%可能性是6:4，问一个穿裤子的人是男生的概率有多大？

答案： 根据题目描述，具体可分为以下三种情况：

1. 假设情况h1，其发生概率P(h1) = 7/10，此时男女比例4:6 (一半穿裙子，一半穿裤子)，则

   P(pants):P(skirt) =(4+3):3

$$P_1(boy|pants)=\frac{P(pants|boy)P(boy)}{P(pants)}=\frac{1\times\frac{4}{10}}{\frac{7}{10}}=\frac{4}{7}$$

假设情况h2,其发生概率P(h2) = 2/10，此时男女比例1:1，则 P(pants):P(skirt) = 3:1

$$P_2(boy|pants) = \frac{P(pants|boy)P(boy)}{P(pants)} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

3. 假设情况h3,其发生概率P(h3) = 1/10，此时男女比例6:4，则 P(pants):P(skirt) = 8:2

$$P_3(boy|pants) = \frac{P(pants|boy)P(boy)}{P(pants)} = \frac{1 \times \frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} = \frac{3}{4}$$

1. 由极大后验概率（MAP）可得：

$$
\begin{aligned}
\mathrm{h}_{MAP} &= \arg\max_{h\in H} P(D|h)\cdot P(h) \\
&= \arg\max\left\{P_1\cdot P(h1), P_2\cdot P(h2), P_3\cdot P(h3)\right\} \\
&= \arg\max\left\{\frac{4}{7}\times\frac{7}{10}, \frac{2}{3}\times\frac{2}{10}, \frac{3}{4}\times\frac{1}{10}\right\} \\
&= \arg\max\left\{\frac{4}{10}, \frac{4}{30}, \frac{3}{40}\right\} \\
&= 0.4
\end{aligned}
$$

2. 用求和方式可得

$$P(h_1) * P(D|h_1)+P(h_2) * P(D|h_2)+P(h_3) * P(D|h_3)$$

$$=\frac{4}{7}*\frac{7}{10}+\frac{2}{3}*\frac{2}{10}+\frac{3}{4}*\frac{1}{10}$$

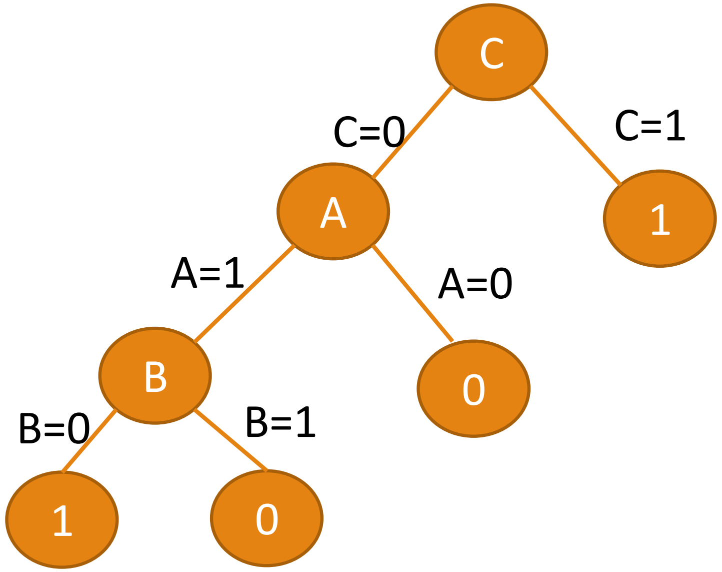
$$= 0.675$$

5. 决策树

设样本集合如下表格，其中A、B、C是F的属性，请根据信息增益标准（ID3算法），画出F的决策树。其中

$log_2\left(\frac{2}{3}\right) = -0.5842$，$log_2\left(\frac{1}{3}\right) = -1.5850$，$log_2\left(\frac{3}{4}\right) = -0.41504$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0



决策树

目标：通过对样本数据迭代分裂，产生确定数据类别的规则！

基于**信息增益**构建决策树

1、信息熵

信息熵具有可加性，即多个期望信息，计算公式如下：

$$Infor(X) = -\sum_{i=1}^{m} p(x_i) \times log_2 p(x_i)$$

备注：某属性X有m个不同的值$x_1, x_2, \ldots, x_m$, 其中$p(x_i)$表示属性X等于x_i的样本在所有数据样本中所占的比例

信息增益

G(D|X)=Infor(D)-Infor(D|X)　其中D为类别属性，X表示其它属性

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

1. Infor(F)=-p(F=0)log p(F=0)

   -p(F=1)log p(F=1)

   $=-\frac{3}{7}\log\frac{3}{7}-\frac{4}{7}\log\frac{4}{7}$

信息增益

	A	B	C	F
1	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	0
	0	1	1	1
2	1	0	0	1
	1	0	1	1
	1	1	0	0

Infor(F|A）仅考虑F和A两列（属性）

2. 如何计算Infor(F|A）？

依据A属性值0和1，

把数据分为两个部分，

分别计算局部信息熵，

并求和。

计算局部信息熵

$$Infor(D|A) = \sum_{j=1}^{n} \frac{|D_j|}{|D|} \times Info(D_j)$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Infor(F|A）

$$=\frac{4}{7}（）+\frac{3}{7}（）$$

$$=\frac{4}{7}（-\frac{2}{4}\log\frac{2}{4}-\frac{2}{4}\log\frac{2}{4}）$$

$$+\frac{3}{7}（-\frac{1}{3}\log\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\log\frac{2}{3}）$$

计算局部信息熵

$$Infor(D|A) = \sum_{j=1}^{n} \frac{|D_j|}{|D|} \times Info(D_j)$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Infor(F|B）

$$=\frac{4}{7}\text{（）} + \frac{3}{7}\text{（）}$$

B=0 数据的局部熵

$$= \frac{4}{7}\boxed{\left(-\frac{1}{4}\log\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\log\frac{3}{4}\right)}$$

$$+ \frac{3}{7}\boxed{\left(-\frac{2}{3}\log\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\log\frac{1}{3}\right)}$$

B=1 数据的局部熵

计算局部信息熵

$$Infor(D|A) = \sum_{j=1}^{n} \frac{|D_j|}{|D|} \times Info(D_j)$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Infor(F|C）

$$=\frac{4}{7}(\ )\quad+\frac{3}{7}(\ )$$

C=0 数据的局部熵

$$=\frac{4}{7}\boxed{\left(-\frac{3}{4}\log\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\log\frac{1}{4}\right)}$$

$$+\frac{3}{7}\boxed{\left(-\frac{3}{3}\log\frac{3}{3}\right)}$$

C=1 数据的局部熵

计算信息增益：

$$G(F|A)=Infor(F)-Infor(F|A)$$

$$G(F|B)=Infor(F)-Infor(F|B)$$

$$G(F|C)=Infor(F)-Infor(F|C)$$

C属性对应信息增益最大，则依据C讲样本数据进行划分！

C属性对应信息增益最大，则依据C讲样本数据进行划分！

原样本数据集D

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

C=0

A	B	C	F
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	0	0

子数据集$D_{\{c=0\}}$

类别不统一，需要继续划分

C=1

A	B	C	F
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1

子数据集$D_{\{c=1\}}$

C=1时，类别F可确定为1，无需再划分！

针对子数据集$D_{\{c=0\}}$计算信息熵，选择余下的属性A或B进一步划分

A	B	C	F
0	**0**	0	0
0	**1**	0	0
1	**0**	0	1
1	**1**	0	0

1. Infor(F)=-p(F=0)log p(F=0)

-p(F=1)log p(F=1)

$=-\frac{3}{4}\log\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\log\frac{1}{4}$

2. Infor(F|A）

$=\frac{2}{4}(\ )+\frac{2}{4}(\ )$

$=\frac{2}{4}\left(-\frac{2}{2}\log\frac{2}{2}\right)+\frac{2}{4}\left(-\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right)$

最后A和B的信息增益相同，则任选一个作为进一步划分依据

A	B	C	F
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	0	0

A=0

A	B	C	F
0	0	0	0
0	1	0	0

最后只余下B属性，无需计算信息增益，直接依据其进行划分

A=1

A	B	C	F
1	0	0	1
1	1	0	0

数据集类别不一致，需进一步划分！

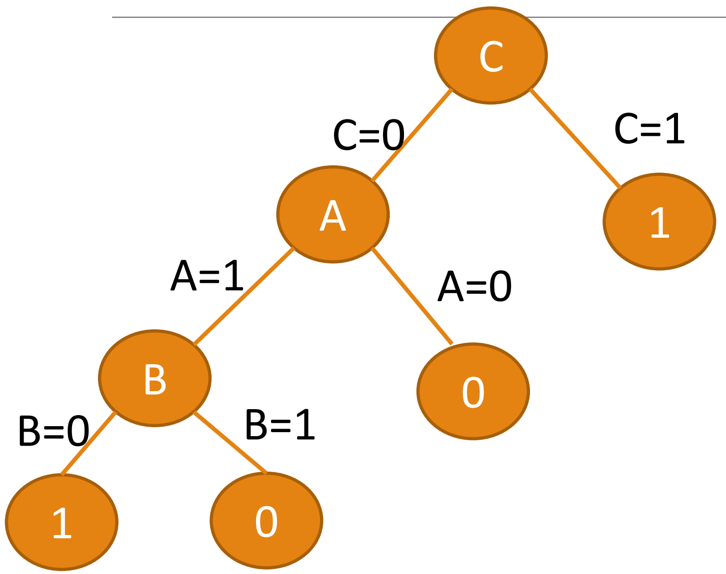
B=0

A	B	C	F
1	0	0	1

B=1

A	B	C	F
1	1	0	0

输出一些列可进行决策支持的规则



最终决策树

1. IF Then 规则

IF （C=0） and （A=1） and （B=1） Then F=+

IF （C=1） Then F=+

2. CNF 表达式

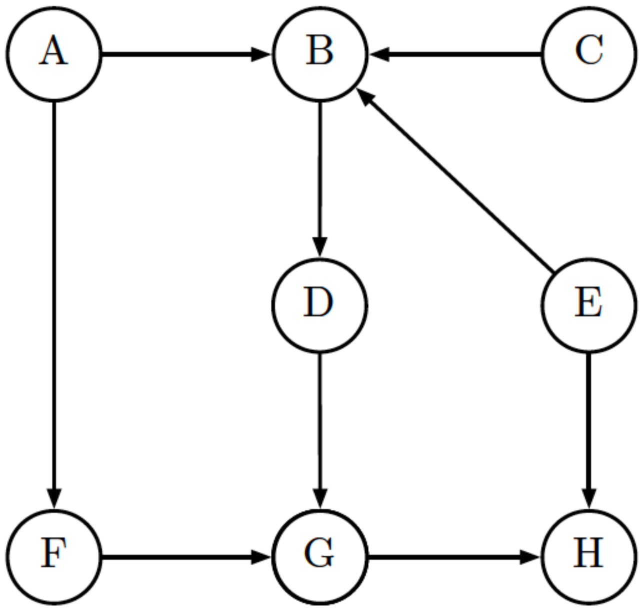
F=‘+’ 对应的表达式为：

(（C=0） ∧ （A=1） ∧ （B=1）)∨ (C=1）

不满足以上表达式，则F=‘-’

2020期末考试卷

1. 考虑下图所示贝叶斯网络，判断以下表达是否正确



a. $A \perp\!\!\!\perp B$

b. $A \perp\!\!\!\perp D \mid \{B, H\}$

c. $G \perp\!\!\!\perp E \mid B$

d. $F \perp\!\!\!\perp C \mid D$

e. $C \perp\!\!\!\perp H \mid G$

2. 臭鸡蛋（E）或灾难后动物的尸体（M）都会发出一种奇怪的臭味（S），灾难也可能导致海水沸腾（B）。

① 请给出该表述的贝叶斯网络图；

② 假定该表述的各条件概率表由下表所示，请计算出以下概率。

$P(E)$	
$+e$	0.4
$-e$	0.6

$P(S\|E,M)$			
$+e$	$+m$	$+s$	1.0
$+e$	$+m$	$-s$	0.0
$+e$	$-m$	$+s$	0.8
$+e$	$-m$	$-s$	0.2
$-e$	$+m$	$+s$	0.3
$-e$	$+m$	$-s$	0.7
$-e$	$-m$	$+s$	0.1
$-e$	$-m$	$-s$	0.9

$P(M)$	
$+m$	0.1
$-m$	0.9

$P(B\|M)$		
$+m$	$+b$	1.0
$+m$	$-b$	0.0
$-m$	$+b$	0.1
$-m$	$-b$	0.9

① 联合概率 P(-e, -s, -m, -b)

② 海水沸腾的概率P(+b)

③ 在海水沸腾的条件下，动物尸体出现的概率 P(+m|+b)

④ 在奇怪的臭味，海水沸腾与臭鸡蛋出现的条件下，动物尸体出现的概率P(+m|+s, +b, +e)

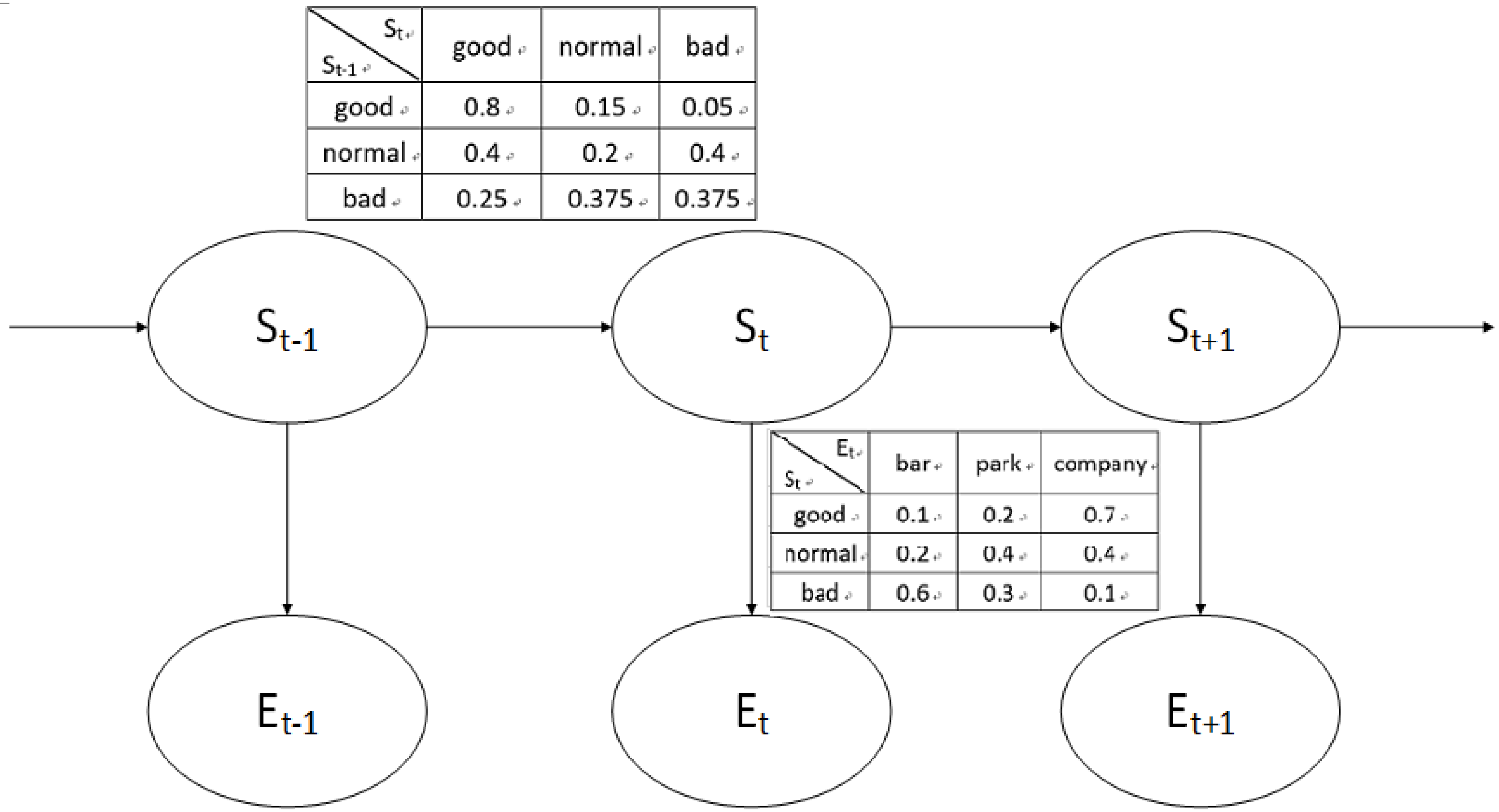
3. 汤姆是一个公司职员，今天你在酒吧见到了他，他的心情很好。经过观察，汤姆50%的时候开心（good），20%的时候郁闷（bad），30%的时候一般（normal）。我们还知道在他开心的时候来酒吧（bar）的概率是10%，去公园（park）的概率是20%，去公司（company）的概率是70%。在他郁闷的时候来酒吧的概率是60%，去公园的概率是30%，去公司的概率是10%。在他心情一般的时候来酒吧的概率是20%，去公园的概率是40%，去公司的概率是40%。他心情经常变化，开心的时候，有15%的可能第二天会变得郁闷，5%的可能第二天会变得一般。郁闷的时候，有25%的可能第二天会变得开心，37.5%的可能第二天会变得一般。心情一般的时候，有40%的可能第二天会变得开心，40%的可能第二天会变得郁闷。

① 根据以上的描述画出HMM模型(画出3个时间节点即可)，并标出相应的传感器概率和转移概率；

② 假定我们在3天里看到了他的序列：酒吧->酒吧->公园，这个观察序列发生的概率是多少？

③ 对于b中对应的最有可能的隐藏状态是什么？

用S表示汤姆的状态(good, bad, normal)，用E来表示汤姆的位置(bar, park, company)，其HMM模型如下图所示



S_{t-1} \ S_t	good	normal	bad
good	0.8	0.15	0.05
normal	0.4	0.2	0.4
bad	0.25	0.375	0.375

S_t \ E_t	bar	park	company
good	0.1	0.2	0.7
normal	0.2	0.4	0.4
bad	0.6	0.3	0.1

b): (8 分)

t=1:bar

P(1-good)=1*0.1=0.1

t=2:bar

P(2-good)= (P(1-good)*0.8)*0.1=0.008

P(2-normal)= (P(1-good)*0.15)*0.2=0.003

P(2-bad)= (P(1-good)*0.05)*0.6=0.003

t=3:park

P(3-good)= (P(2-good)*0.8+P(2-normal)*0.4+P(2-bad)*0.25)*0.2=0.00775

P(3-normal)= (P(2-good)*0.15+P(2-normal)*0.2+P(2-bad)*0.375)*0.4=0.00117

P(3-bad)= (P(2-good)*0.25+P(2-normal)*0.4+P(2-bad)*0.375)*0.3=0.00129

所以，该序列发生的概率为：P(1-bar,2-bar,3-park)= P(3-good)+ P(3-normal)+ P(3-bad)=0.01021

c): (3 分)

t=2 时，MAX(P(2-bar))= P(2-good)

t=3 时，MAX(P(3-park))= P(3-good)

所以，最有可能的隐藏状态为{1day:good,2day:good,3day:good}