文章编号: 1001-0920(2018)11-2094-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2017.0767

# 无线接入网中一类联合调度算法的鲁棒稳定性分析

罗桐1、朱进1<sup>†</sup>、杨林<sup>2</sup>、谢宛青<sup>3</sup>、奚宏生<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学 自动化系,合肥 230026; 2. 香港中文大学 信息工程系,香港 999077; 3. 中国科学技术大学 信息科学技术学院,合肥 230026)

摘 要:针对无线通讯中的随机时延抖动和外界干扰等会引发数据包传输的不稳定问题,研究不稳定传输下无线接入网中一类联合调度算法的鲁棒稳定性.首先,通过将基站中的队列尺寸定义为系统状态,并将不稳定传输建模为分布函数未知的随机扰动,利用具有一个弹性壁的 Markov 随机游走模型描述系统状态的变化;其次,根据在联合调度算法下系统状态的期望逗留时间等信息,得到该 Markov 模型的状态转移概率矩阵;再次,给出模型中状态正常返的充分条件,即队列尺寸的鲁棒稳定性判据,并对该判据进行验证;最后,通过数值仿真结果表明了所提方法的有效性.

关键词:无线接入网;不稳定传输;联合调度算法;Markov随机游走模型;正常返;鲁棒稳定性

中图分类号: TP273 文献标志码: A

# Robust stability analysis of a kind of joint scheduling algorithms in wireless access network

LUO Tong<sup>1</sup>, ZHU Jin<sup>1†</sup>, YANG Lin<sup>2</sup>, XIE Wan-qing<sup>3</sup>, XI Hong-sheng<sup>1</sup>

(1. Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China; 2. Department of Information Engineering, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China; 3. School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** In order to deal with the unstable transmission caused by the wireless communication, random delay jitters and external interference, this paper investigates the robust stability analysis of a kind of joint scheduling algorithms with the existence of unstable transmission. Firstly, we define the queue length of base station as system state and the unstable transmission is modelled by the random disturbance with unknown distribution function. Then, we use a Markov random walk model with a elastic barrier to describe the change of system state. Within this framework, by analyzing the expected stopping time of the system state with the joint scheduling algorithm, we obtain the state transition probability matrix of the proposed Markov model. Meanwhile, we deduce the sufficient condition that the Markov model can be positive recurrent, i.e., the queue length maintains robust stable in presence of unstable transmission. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the developed theoretical results.

**Keywords:** wireless access network; unstable transmission; joint scheduling algorithm; Markov random walk model; positive recurrence; robust stability

#### 0 引 言

在无线接入网中,为了保证用户和基站间有效、高质量的数据传输,需要对基站中不同用户的数据包进行合理调度.无线接入网中的调度算法可以分为流量最优策略和公平最优策略.在流量最优策略下,如果所有数据包到达基站的速率位于信道容量区域内,则队列尺寸可最终趋于稳定.例如文献[1]中提出的基于队列尺寸加权的调度算法,其基本思想是在

包到达速率处于容量区域内的约束下,实时寻找最优的调度方案使队列尺寸加权的码率和达到最大. 文献[2]提出一种基于等待时间的调度算法,并证明了该算法对网络中的持续流和动态流具有很好的鲁棒性. 然而,无线网络信道存在时变性,在这类流量最优策略下,一旦数据包到达速率在容量区域以外,系统将变得不稳定. 因此,这类算法只适用于非弹性流量,即发送端无法根据网络拥塞情况调整发送速率,进而

收稿日期: 2017-06-16; 修回日期: 2017-10-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374073, 61503356, 61233003);安徽省自然科学基金项目(1608085QF153).

责任编委: 田玉平.

**作者简介:** 罗桐(1993-), 男, 博士生, 从事无线网络资源分配的研究; 朱进(1978-), 男, 副教授, 从事随机系统滤波与控制等研究.

†通讯作者. E-mail: jinzhu@ustc.edu.cn

会引起数据丢失等问题[3].

与流量最优策略不同,公平最优策略无需考虑容 量区域,对弹性流量具有更好的鲁棒性. 其主流思想 是保证各数据流所占网络资源比例公平[4],通过对不 同的流强制部署流量控制,使各个流之间获得相对公 平的网络资源. 例如文献[5]中针对正交频分多址网 络研究的调度算法,定义优先级函数为可达码率与当 前平均码率的比值,令优先级函数最大的用户优先分 配资源,可以保证比例公平. 文献[3]提出一种结合拥 塞控制的联合调度算法,在流模型[6]的基础上,将队 列尺寸作为网络的拥塞指标,源端接收拥塞信息调节 发送速率,而基站在可达码率内选择一组码率使队列 尺寸加权的码率和最大. 相较于其他算法,该算法可 以保证更高的传输效率并能有效减小时延. 然而,在 真实网络环境下,数据包在传输过程中不可避免地受 到随机时延抖动的影响,此外无线信道易受外界环境 干扰,这些因素导致了无线接入网中数据包的不稳定 传输[7]. 不稳定传输会引发源端的发送速率与到达基 站的速率之间出现不匹配的情况,进而导致实际的队 列尺寸与理论值存在偏差[8-9]. 鉴于基站中的联合调 度算法是根据队列尺寸信息调节发送和接收速率,因 此需要分析不稳定传输会对现有联合调度算法的稳 定性及传输效率造成何种影响,而这一问题目前仍缺 乏相应的研究成果.

本文研究不稳定传输下无线接入网中联合调度 算法的鲁棒稳定性问题.首先,定义队列尺寸为系统 状态并将网络中的不稳定传输建模为分布函数未知 的随机扰动<sup>[9]</sup>.考虑到队列尺寸的非负性,利用具有 一个弹性壁的Markov随机游走模型描述系统状态的 变化.根据基站中数据包的流入流出速率,得到系统 状态的期望逗留时间等信息,进而得到该Markov模 型的状态转移概率矩阵.然后,根据状态转移概率矩 阵求取各状态的稳态分布,从而得到系统正常返的充 分条件.最后,验证系统在分布函数未知的随机扰动 下仍能保持稳定,即在不稳定传输下基站队列尺寸的 变化具有鲁棒稳定性.仿真结果表明了本文分析结 果的正确性.

#### 1 问题描述

考虑有n条数据流的蜂窝网络,第i条数据流在t时刻的队列尺寸表示为 $x_i[t], i = \{1, 2, \cdots, n\}$ ,发送端 $s_i$ 以速度 $a_i[t]$ 向基站中发送数据包,接收端 $r_i$ 以速度 $\mu_i[t]$ 从基站中接收数据.不失一般性,忽略丢包对发送速率的影响及各数据流之间的相互干扰.

本文以文献[3]中基于队列尺寸的联合拥塞控制-调度策略为基础,无线信道处于平均状态<sup>[10]</sup>,发送端根据观测到的队列尺寸调整发送速率避免拥塞,接

收端在可达码率集合中选择一组码率使队列尺寸的 加权的码率和达到最小. 发送速率和接收速率分别 表示为

$$E[a_i[t]|x_i[t]] = \frac{\alpha_i K}{x_i[t] + \gamma_i},\tag{1}$$

$$\boldsymbol{\mu}^*[t] \in \arg\max_{\mu \in C} \sum_{i=1}^n x_i[t] \mu_i. \tag{2}$$

其中:  $\gamma_i$ ,  $\alpha_i$ , K 为正常数; C 为在平均信道状态下的可达码率空间,  $\mu[t] := (\mu_1[t], \cdots, \mu_n[t])' \in C$  为时刻 t 基站的码率向量.

在流模型下分析基站中间路由器连续时间队列 尺寸变化规律,得到在联合调度算法(1)和(2)作用下 第*i*条队列的队列尺寸随时间的变化<sup>[3]</sup>,即

$$\dot{x_i}(t) = \left(\frac{\alpha_i K}{x_i(t) + \gamma_i} - \mu_i(t)\right)_{x_i}^+.$$
 (3)

其中: 当z > 0时,  $(y)_z^+$ 等于y; 当 $z \le 0$ 时,  $(y)_z^+$ 等于  $\max(y,0)$ .

注意到式(3)是没有考虑不稳定传输的理想情况,然而由于数据包不稳定传输的存在,实际上数据包到达基站的速度不等于源端的发送速率,该影响最终作用于队列尺寸,导致实际队列尺寸与理想队列尺寸存在波动偏差,即不稳定传输势必会使队列尺寸的观测耦合噪声 $^{[0]}$ .因此,本文将不稳定传输对队列尺寸的影响建模为分布函数未知的随机扰动 $e_i(t)$ ,从而将式(3)重写为

$$\dot{x}(t) = \left(\frac{\alpha_i K}{x_i(t) + e_i(t) + \gamma_i} - \mu_i(t)\right)_{x_i}^+.$$
 (4)

定义队列尺寸 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))$ 为系统状态. 现实中关心的是调度算法是否会使路由器发生拥塞,要求路由器中的队列尺寸不会超出其容量限制,即研究这n条数据流组成的系统在不稳定传输 $e_i(t)$ 的影响下系统状态的有界稳定性. 其中,随机扰动 $e_i(t)$ 满足 $|e_i(t)| < \Lambda, \Lambda$ 为常数. 由观察状态方程(4)可知,这是一个复杂的非线性方程,拟通过传统的Lyapunov方法研究其稳定性是困难的. 因此,需要采用其他有效的分析工具研究系统(4)在联合调度算法(1)和(2)下的稳定性.

根据数据包在基站的到达速率和离开速率,并忽略各流中数据包不稳定传输的相互影响,不失一般性,本文作出如下假设.

**假设1** 对基站中任意数据流*i*,假设数据到达和离开服从非齐次的泊松过程.

假设2 各队列尺寸的观测噪声 $e_i$ 是相互独立的.

基于上述假设,考虑到泊松过程的独立增量性,系统(4)中状态的变化服从Markov过程.本文提出利用Markov模型对系统状态变化进行建模,通过分析

Markov 模型中状态的常返性得到队列尺寸x(t)的有界稳定性.

## 2 不稳定传输下系统稳定性分析

首先考虑建立Markov模型中的状态转移概率矩阵. 为了后续证明简化起见,将 $x_i(t)$ , $a_i(t)$ , $\mu_i(t)$ 简写为 $x_i$ , $a_i$ , $\mu_i$ .

定理1 系统在某个状态 x 的期望逗留时间为

$$\tau(x, \boldsymbol{\mu}) = \mathrm{E}\Big[\sum_{i=1}^{n} (a_i + \mu_i)\Big]^{-1}.$$
 (5)

证明 利用数学归纳法.对于n条队列,令 $N_{i1}(t),N_{i2}(t)$ 分别表示截止到t时刻第i条队列到达、离开的总数据量;令 $T_m(m=1,2,\cdots)$ 表示这n条队列第m-1次与第m次尺寸发生变化的时间间隔;令

$$U = \left[\sum_{i=1}^{n} (a_i + \mu_i)\right]^{-1}, 則有$$

$$p(T_1 > t) =$$

$$p(N_{11}(t) = 0, N_{12}(t) = 0, N_{21}(t) = 0,$$

$$N_{22}(t) = 0, \cdots, N_{n1}(t) = 0, N_{n2}(t) = 0) =$$

$$\prod_{i=1}^{n} e^{-a_i t} \prod_{i=1}^{n} e^{-\mu_j t} = e^{-\left(\sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{j=1}^{n} \mu_j\right)t}.$$

所以, $T_1$  服从均值为U的指数分布. 另外

$$p(T_2 > t | T_1 = r_1) =$$

$$p(N_{11}(t + r_1) - N_{11}(r_1) = 0,$$

$$N_{12}(t + r_1) - N_{12}(r_1) = 0, \cdots,$$

$$N_{n1}(t + r_1) - N_{n1}(r_1) = 0,$$

$$N_{n2}(t + r_1) - N_{n2}(r_1) = 0) =$$

$$\prod_{i=1}^{n} e^{-a_i t} \prod_{i=1}^{n} e^{-\mu_j t} = e^{-\left(\sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{j=1}^{n} \mu_j\right)t}.$$

所以,  $T_2$  也服从均值为U 的指数分布, 且 $T_2$  与 $T_1$  相互独立. 对于一般的n > 1 和t, 有 $r_1, \dots, r_{n-1} \ge 0$ ; 同理有

$$p(T_n > t | T_i = r_i, 1 \leqslant i \leqslant n - 1) = \frac{-\left(\sum_{i=1}^n a_i + \sum_{j=1}^n \mu_j\right)t}{e}$$

所以, $T_n$  服从均值为U的指数分布. 因此,系统在某个状态x的期望逗留时间为

$$\tau(x, \boldsymbol{\mu}|A) = E\left[\sum_{i=1}^{n} (a_i + \mu_i)\right]^{-1}.$$

由定理1得到了系统在某个状态的期望逗留时间,进一步可得到状态转移概率矩阵.由于各队列尺寸变化相互独立,下面不妨先研究单一队列系统.

**引理1** 令 $p_{l_1,l_2}$ 表示队列i从当前状态 $l_1$ 经过一

个期望逗留时间转移到状态 $l_2$ 的概率,则经过时间间隔 $\tau(x, \mu)$ (简写成 $\tau$ )后可以近似得到下列式子:

第i条队列有数据包到达概率 $(l_2 > l_1)$ 

$$p_{l_1,l_2}^a \approx \mathrm{E}[a_i \tau];$$
 (6)

第i条队列有数据包离开概率( $l_2 < l_1$ )

$$p_{l_1,l_2}^d \approx \mathbf{E}[\mu_i \tau]. \tag{7}$$

证明 若令第i条队列经过一个时间间隔 $\tau$ 后有数据包到达概率为 $p_{1,1,2}^a$ ,则

$$p_{l_1,l_2}^a = 1 - p(N_{i1}(s+\tau) - N_{i1}(s) = 0) =$$
  
 $E(1 - e^{-a_i\tau}) \approx E(a_i\tau).$ 

即有式(6)成立,其中约等号由等价无穷小原则得到.

同理,若令第i条队列经过一个时间间隔 $\tau$ 后有数据包离开概率 $p^d_{l_1,l_2}$ ,则

$$p_{l_1,l_2}^d = 1 - p(N_{i2}(s+\tau) - N_{i2}(s) = 0) =$$

$$E(1 - e^{-\mu_i \tau}) \approx E(\mu_i \tau).$$

根据队列尺寸的非负性,第i条队列的状态空间是自然数集合N,系统的状态变化可以用具有一个弹性壁的Markov随机游走模型描述,其一步转移概率矩阵表示为

$$P = \begin{bmatrix} r_0 & q_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ p_1 & r_1 & q_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & p_2 & r_2 & q_2 & 0 & \cdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}.$$
(8)

其中:  $0 < r_0, q_0 < 1, r_0 + q_0 = 1, p_s + r_s + q_s = 1, s = 1, 2, \cdots$ . 下面分析该 Markov 随机游走模型的正常返特性,进而验证系统的鲁棒稳定性.

定理2 当且仅当
$$\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{q_i \rho_i} < +\infty$$
时, Markov 随

机游走模型是正常返的, 其中 $\rho_i = \frac{p_1 p_2 \cdots p_i}{a_1 a_2 \cdots a_i}$ .

**证明** 考虑方程 $\pi = \pi P, \pi = (\pi_0, \pi_1, \cdots), \mathbb{P}$ 

 $\pi_0 = r_0 \pi_0 + p_1 \pi_1,$ 

$$\pi_i = q_{i-1}\pi_{i-1} + r_i\pi_i + p_{i+1}\pi_{i+1}, \ i = 1, 2, \cdots$$
 (9)

首先使用数学归纳法假设式(9)的解为

$$\pi_i = \frac{q_0}{q_i} \frac{1}{\rho_i} \pi_0, \ \rho_i = \frac{p_1 p_2 \cdots p_i}{q_1 q_2 \cdots q_i}, \ i = 1, 2, \cdots.$$

根据递归方程,可以得到

$$\pi_1 = \frac{1 - r_0}{p_1} \pi_0 = \frac{q_0}{p_1} \pi_0,$$

$$\pi_2 = \frac{1}{p_2} \left( \frac{q_0}{p_1} \pi_0 - q_0 \pi_0 \right) = \frac{q_0 q_1}{p_1 p_2} \pi_0,$$

$$\pi_3 = \frac{1}{p_3} \left( \frac{q_0 q_1}{p_1 p_2} \pi_0 - q_1 \frac{q_0}{p_1} \pi_0 \right) = \frac{q_0 q_1 q_2}{p_1 p_2 p_3} \pi_0.$$

因此,  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  均满足 $\pi_i = \frac{q_0}{q_i} \frac{1}{\rho_i} \pi_0$ . 假设当 $k \geqslant 2$ 时,

$$\pi_k = \frac{q_0q_1\cdots q_{k-1}}{p_1p_2\cdots p_k}\pi_0, \ \pi_{k+1} = \frac{q_0q_1\cdots q_k}{p_1p_2\cdots p_{k+1}}\pi_0,$$

$$p_{k+2}\pi_{k+2} = \pi_{k+1} - q_k\pi_k = \frac{q_0q_1\cdots q_{k+1}}{p_1p_2\cdots p_{k+1}}\pi_0,$$

得到 $\pi_{k+2} = \frac{q_0q_1\cdots q_{k+1}}{p_1p_2\cdots p_{k+2}}\pi_0$ ,也满足 $\pi_i = \frac{q_0}{q_i}\frac{1}{\rho_i}\pi_0$ ,因此归纳法假设成立. 其次,注意到

$$1 = \pi_0 + \sum_{i=1}^{+\infty} \pi_i = \pi_0 \left( 1 + q_0 \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{q_i \rho_i} \right), \quad (10)$$

因此当且仅当 $\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{q_i \rho_i} < +\infty$ 时,可以得到

$$\pi_0 = 1 / \left( 1 + q_0 \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{q_i \rho_i} \right).$$

进而方程有唯一非零解 $\pi = (\pi_0, \pi_1, \cdots)$ ,即该 Markov链是正常返的.  $\square$ 

**定理3** 对于任一队列i,其状态(队列尺寸长度) 为s,该状态受到不稳定传输 $e_i^{(s)}$ 的影响. 若 $|e_i^{(s)}| < \min(\Lambda, x_i^{(s)} + \gamma_i)$ ,则联合调度算法(1)和(2)能使基站中的队列尺寸保持鲁棒稳定性,且 $e_i^{(s)}$ 取值越大,网络传输效率越低.

**证明** 当 $|e_i^{(s)}| < \min(\Lambda, x_i^{(s)} + \gamma_i)$ 时,有 $e_i^{(s)} > -x_i^{(s)} - \gamma_i$ ,使得 $\alpha_i K/(x_i^{(s)}(t) + e_i^{(s)}(t) + \gamma_i) > 0$ ,满足发送速率的非负性.根据式(4),随机扰动 $e_i^{(s)}$ 的取值变大,会造成流入速率减小,从而导致网络的吞吐量变小,传输效率降低.

接下来分析队列尺寸的鲁棒稳定性,由式(6)和(7),令任一队列i经过一个时间间隔后,有数据包到达概率为 $p_a=\mathrm{E}[a_i\tau]$ ,有数据包离开概率为 $p_d=\mathrm{E}[\mu_i\tau]$ ,队列尺寸保持不变概率 $p_c$ . 该队列的队列尺寸增加的概率为

$$q = \sum_{m=0}^{+\infty} (p_c^m p_a) = \frac{p_a}{1 - p_c};$$

该队列的队列尺寸减小的概率为

$$p = \sum_{m=0}^{+\infty} (p_c^m p_d) = \frac{p_d}{1 - p_c}.$$

特别地,当前状态为 $x_i(t) = s$ 时,用 $q_s$ 表示下个时间间隔状态增加的概率,考虑随机扰动 $e_i(t)$ (简写为 $e_i^{(s)}$ )的影响,有

$$q_s = \frac{\mathrm{E}[a_i \tau_s]}{\mathrm{E}[a_i \tau_s] + \mathrm{E}[\mu_i^{(s)} \tau_s]}.$$
 (11)

由定理2,上述 Markov 链正常返的充要条件为  $1/p_1+F<+\infty$ ,其中 $F=\sum_{j=2}^{+\infty}\frac{q_1q_2\cdots q_{j-1}}{p_1p_2\cdots p_j}$ . 由式(11),对于任一队列i,在状态j下可以得到

$$q_j =$$

$$\frac{1}{1 + E[\mu_i^{(j)}]} \frac{j + e_i^{(j)} + \gamma_i}{\alpha_i K} = \frac{N}{j + e_i^{(j)} + M}, \quad (12)$$

$$p_j = 1 - q_j = 1 - \frac{N}{j + e_i^{(j)} + M},$$
(13)

其中N和M都是正常数. 将式(12)和(13)代入F,有

$$\sum_{j=2}^{+\infty} \frac{\frac{N}{1 + e_i^{(1)} + M} \cdots \frac{N}{j - 1 + e_i^{(j-1)} + M}}{\left(1 - \frac{N}{1 + e_i^{(1)} + M}\right) \cdots \left(1 - \frac{N}{j + e_i^{(j)} + M}\right)} = \sum_{j=2}^{+\infty} \frac{N^{j-1}(j + e_i^{(j)} + M)}{\prod_{k=1}^{j} \left(k + e_i^{(k)} + M - N\right)}.$$

对于级数F,令

$$a_j = \frac{N^{j-1}(j + e_i^{(j)} + M)}{\prod_{k=1}^{j} (k + e_i^{(k)} + M - N)}$$

考虑到随机扰动的有界性,可以得到

$$\lim_{j \to \infty} \frac{a_{j+1}}{a_j} = \lim_{j \to \infty} \frac{N^j (j+1+e_i^{(j+1)}+M)}{\prod_{k=1}^{j+1} (k+e_i^{(k)}+M-N)} / \prod_{k=1}^{N^{j-1} (j+e_i^{(j)}+M)} = \prod_{k=1}^{j} (k+e_i^{(k)}+M-N)$$

$$\lim_{j \to \infty} \frac{N(j+1+e_i^{(j+1)}+M)}{(j+1+e_i^{(j+1)}+M-N)(j+e_i^{(j)}+M)} = 0.$$

所以,级数F收敛,即满足 $\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{q_i \rho_i} < +\infty$ ,从而队列i的尺寸是稳定的. 由于基站中的数据流数量n有限,在无线接入网中不稳定传输e(t)的影响下,n条数据流组成的系统能保持有界稳定状态.  $\square$ 

考虑网络中的不稳定传输,通过将队列尺寸的变化用 Markov 随机游走模型描述,定理3验证了该 Markov 随机游走模型的正常返特性,得到在不稳定传输下联合调度算法的鲁棒稳定性,且随机扰动取值 越大,网络的传输效率越低.对比已有相关工作中常用的 Foster-Lyapunov 证明方法[11],本文的方法普适性更好也更为简单.

# 3 仿真分析

本节对基站中数据流进行仿真,验证在不稳定 传输下各队列尺寸的鲁棒稳定性. 假设基站中同时 存在10条数据流,流之间相互独立,在每个时间段

基站只能服务某一条流. 根据联合调度策略,在每 个时间段基站只能以速率 $\mu_i^*$ 服务第 $i^*$ 条流,且满足  $arg max(\mu_i x_i)$ . 对于第i条数据流,令码率 向量 $(\mu_1, \dots, \mu_{10})$ 服从均值为0.4 + 0.1i的泊松分布, 每个发送端发送速率也服从泊松分布,其均值由式 中不同的数据流对应着不同的队列,所有队列初始长 度为0. 上述参数的选择与文献[3]相同,其区别在于 本文增加了不稳定传输,并研究其对队列尺寸稳定性 的影响. 仿真中假定系统受到队列尺寸和扰动幅值 比等于10的随机噪声干扰,图1和图2分别为系统在 高斯噪声和均匀噪声的干扰下队列尺寸的变化情况, 并给出了与理想情况(即无不稳定传输)下队列尺寸 变化情况的对比. 其中,横坐标表示仿真时间,纵坐标 表示各队列尺寸的大小, x1和 x2分别是在不稳定传 输下,最终队列尺寸最大的数据流和其他任意一条数 据流的队列尺寸变化曲线(实线表示),  $x_1'$  和  $x_2'$  分别 是理想情况下该两条队列尺寸的变化曲线(虚线表 示). 由图1、图2可看出:在理想情况下,随着时间的 推移, x'1和x'2会先增加后趋于平稳;而在随机扰动的 影响下, $x_1$ 和 $x_2$ 分别在曲线 $x_1$ 和 $x_2$ 的邻域内波动且 同样趋于平稳.

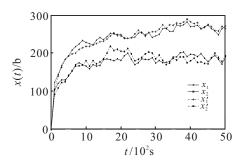


图 1 高斯噪声下队列尺寸变化

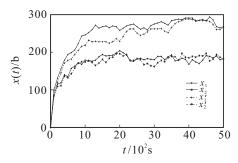


图 2 均匀噪声下队列尺寸变化

仿真结果表明,联合调度算法在理想情况下能使各队列尺寸保持稳定,且若网络中存在不稳定传输,则各队列尺寸会与理想值存在一定偏差,但最终也会趋于稳定.即在不稳定传输下,若随机扰动满足 $|e_i^{(s)}| < \min(\Lambda, x_i^{(s)} + \gamma_i)$ ,则基站中的队列尺寸具有鲁棒稳定性,与定理3中的结论一致.

### 4 结 论

本文针对无线网络中存在的不稳定传输问题,提出了利用Markov随机游走模型研究联合调度算法下基站中队列尺寸的鲁棒稳定性. 首先将队列尺寸定义为系统的状态,网络中的不稳定传输建模为分布函数未知的随机扰动,使用Markov随机游走模型描述系统状态变化;验证状态的正常返特性,得到在不稳定传输下队列尺寸的鲁棒稳定性,且随着不稳定传输的加剧,传输效率随之降低. 最后的数值仿真结果表明了所提出分析方法的有效性.

#### 参考文献(References)

- [1] Tassiulas L, Ephremides A. Stability properties of constrained queueing systems and scheduling policies for maximum throughput in multihop radio networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(12): 1936-1948.
- [2] Li Bin, Eryilmaz A, Srikant R. On the universality of age-based scheduling in wireless networks[C]. IEEE Int Conf on Computer Communications(INFOCOM). Hong Kong: IEEE, 2015: 1302-1310.
- [3] Eryilmaz A, Srikant R. Fair resource allocation in wireless networks using queue-length-based scheduling and congestion control[C]. Proc IEEE 24th Annual Joint Conf on the IEEE Computer and Communications Societies. Miami: IEEE, 2005, 3: 1794-1803.
- [4] Frank Kelly. Charging and rate control for elastic traffic[J]. European Trans on Telecommunications, 1997, 8(1): 33-37.
- [5] Wengerter C, Ohlhorst J, Elbwart A G E von. Fairness and throughput analysis for generalized proportional fair frequency scheduling in OFDMA[C]. 2005 IEEE 61st Vehicular Technology Conf. Stockholm: IEEE, 2005, 3: 1903-1907.
- [6] Misra V, Gong W, Towsley D. Fluid-based analysis of a network of AQM routers supporting TCP flows with an application to RED[C]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review. Stockholm: ACM, 2000, 30(4): 151-160.
- [7] Kim M S, Kim T, Shin Y J, et al. A wavelet-based approach to detect shared congestion[J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 2008, 16(4): 763-776.
- [8] Zhao W, Huang X, Shi K, et al. TSBCC: Time series-based congestion control algorithm for wireless network[J]. J of Networks, 2013, 8(5): 1058-1064.
- [9] Yang L, Zhu J, Xie W, et al. Time series analysis for congestion detection in TCP/AQM networks[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(3): 331-334.
- [10] Liu J, Eryilmaz A, Shroff N B, et al. Heavy-ball: A new approach to tame delay and convergence in wireless network optimization[C]. IEEE Int Conf on Computer Communications. San Francisco: IEEE, 2016: 1-9.
- [11] Ghaderi J, Ji T, Srikant R. Flow-level stability of wireless networks: Separation of congestion control and scheduling[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(8): 2052-2067.

(责任编辑: 孙艺红)