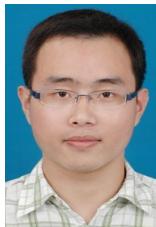


复杂面光源下实时绘制研究

过洁, 潘金贵

(南京大学 计算机软件新技术国家重点实验室, 南京 210093)



摘要: 对目前流行的面光源实时绘制算法进行综述。首先对面光源从相对距离、形状、光强分布和动态性四个方面进行分类, 分析各类面光源的特点和处理方式。然后主要介绍三类面光源处理方法: 解析方法、基于空间采样方法和预计算辐射传递方法, 分析各类算法的主要思想、所针对的场景以及优缺点。最后阐述该领域的未来研究方向。

关键词: 实时绘制; 面光源; 采样; 预计算辐射传递

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2012) 01

Research on Real-time Rendering under Complex Area Lighting

GUO Jie, PAN Jin-gui

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: The real-time rendering methods under complex area lighting were surveyed. First of all, the area light resources were classified based on four aspects: distance, shape, intensity distribution and dynamism, and their characteristics and ways of treatment were analyzed. Then, *three types of real-time rendering methods were introduced, namely analytical method, sampling based method and precomputed radiance transfer method. Their basic ideas, application environments, advantages and disadvantages were studied.* Finally, the main course of future research in this domain was tried to point out.

Key words: real-time rendering; area light sources; sampling; precomputed radiance transfer

引言

当前, 在交互式计算机图形应用中, 复杂面光源由于其比传统光源提供更高的真实感而越来越普遍^[1]。其主要应用于光照明设计、虚拟现实系统、电子游戏以及其他高真实感需求的图形应用。但是当前大量的图形应用仍然使用传统的人造光源, 例如点光源和方向光源, 这主要是因为处理复杂面光源需要消耗大量的计算资源, 所以一般很难做到实时绘制。在使用复杂面光源时, 要考虑高真实感和性能之间的权衡。传统的处理复杂面光源的方法主要基于离线渲染, 一般无法在交互式场合得到应用。近年来, 关于复杂面光源的实时绘制成为一个研究热点, 尤其是复杂面光源下的全局光照算法, 由于其产生的高质量, 高真

实图像而备受关注。

现实世界中的面光源通常是复杂无统一规则的, 一般无法使用解析的方式表达。其复杂性主要体现在光源的形状、大小、强度分布和变化等方面。本文将对复杂面光源进行深入的分析和研究。首先将对计算机图形学中涉及到的面光源从四个方面分类, 并分析各自的特点, 然后介绍三类针对复杂面光源的全局光照算法, 指出各类方法适用的环境和各自的优缺点。

1 面光源的分类

对面光源的分类主要是为了系统的分析各类面光源, 针对不同的面光源, 可以使用不同的方法处理。当三维虚拟场景中存在面光源时, 可以通过对面光源的类别的判断, 自适应的采用合适的方法处理。我们对面光源的分类将从相对距离、形状、光强分布和动态性四个方面进行。

相对距离 这里的相对距离是指面光源中心到场景中的渲染点的距离。根据相对距离, 可以将面光源分为远距离面光源和局部面光源, 局部面光源又可以细分为中距离

收稿日期: 2011-08-12 修回日期: 2011-09-23
基金项目: 江苏省自然科学基金 (BK2010373); 计算机软件新技术国家重点实验室海外开放课题 (KFKT2009A13); 计算机软件新技术国家重点实验室自主课题 (ZZKT2011B11)
作者简介: 过洁(1986-), 男, 江苏无锡人, 博士生, 研究方向为实时绘制, 交互式全局光照; 潘金贵(1952-), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 研究方向为虚拟环境。

面光源^[2]和近距离面光源。远距离面光源可以简化为一点光源。而针对局部面光源的处理比较复杂, 通常比较耗时。

形状 针对形状的分类没有一个明确的标准, 目前只能笼统的将其分为简单形状和复杂形状两类。简单形状是指可以用简单解析式表达的面光源, 主要指平面多边形面光源或者球面光源。复杂形状包括无规则边界的有界平面或者复杂的三维平面。本文讨论重点讨论多边形面光源。

光强分布 强度分布指面光源表面光照强度的分布情况。根据强度分布, 可以把面光源分为均匀面光源和非均匀面光源两类。均匀面光源即具有单一强度分布的面光源, 其面光源内部各点的强度值相同。非均匀面光源亦称纹理面光源, 指面光源各点处的强度值非均匀分布, 例如发光的显示屏。

动态性 根据动态性, 可以将面光源分为静态面光源和动态面光源两类。静态面光源指光源强度不随时间变化的面光源, 反之为动态面光源。一类复杂的光源称为动态纹理光源, 例如虚拟环境中的实时播放视频的屏幕, 它可以有效地增加场景的生动感和沉浸感。

2 面光源的表达及其光照计算

在讨论面光源的光照计算之前, 首先给出计算机图形学中面光源的表达方式, 面光源的表达方式和光照计算是直接相关的。假设场景由一组多边形网格组成, 场景中的面光源为一类具有光强分布的特殊面片, 本文讨论的主要为平面多边形面光源。

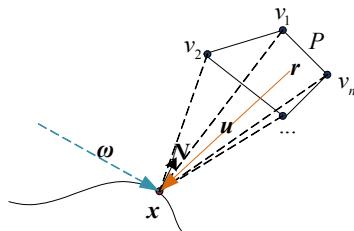


图 1 面光源表达

假设 P 为场景空间 \mathbb{R}^3 的一个平面多边形, 如图 1 所示, 其顶点为 v_1 、 v_2 、...、 v_n 面光源表面 r ($r \in \mathbb{R}^3$) 点处 u 方向在 t 时刻的辐射亮度定义为 $L(r, u, t)$ 。如果是静态光源, 则可以简化为 $L(r, u)$ 。如果是各向同性光源, 可以进一步简化为 $L(r)$ 。简单、均匀光强的静态多面体光源可以使用解析式表示, 而复杂的多面体光源通常使用时空域的离散采样表示, 在图形学中通常使用纹理表达。

该面光源下绘制场景的每一帧的直接光照满足绘制方程:

$$\begin{aligned} L_0(x, \omega) &= L_e(x, \omega) + L_t(x, \omega) \\ &= L_e(x, \omega) + \int_P \rho(x, u, \omega) L(r, u) G(x, r) V(x, r) dA \quad (1) \end{aligned}$$

其中 $L_e(x, \omega)$ 为发光项, $L_t(x, \omega)$ 为直接光照项。 $\rho(x, u, \omega)$ 为表示场景材质的 BRDF。 $G(x, r)$ 、 $V(x, r)$ 分别代表光源采样点 r 和渲染点 x 的几何关系和可见性关系。该积分通常可以采用 Monte Carlo 方法或者解析方法处理。

完整的全局光照算法包括直接光照和间接光照。间接光照即光源的光照被场景中其他表面反射而产生的附加光照。根据对绘制方程的 Neumann 展开^[3], 场景的全局光照为:

$$L(x, \omega) = L_0(x, \omega) + L_i(x, \omega) + \dots + L_n(x, \omega) + \dots \quad (2)$$

复杂面光源下的间接光照和其他间接光照一致, 需要计算一个半球形空间的积分。该过程非常耗时, 常见的实时处理方法有预计计算^[3,4]方法和伪计算方法。预计计算通过将一部分光照计算转移到预计阶段执行并存储, 运行时的绘制效率就能得到大幅提升。伪计算是考虑到间接光照的效果对整体光强影响不显著, 并且主要是低频的信号, 所以可以用某些简单的方法模拟物理真实感的光照, 例如使用环境遮挡 (Ambient occlusion) 技术^[5]模拟阴影, 使用 Obscurances 方法^[6]模拟颜色辉映 (Color bleeding) 等。

除了上述面光源的时空域表示法, 针对面光源还可以使用频率域表示法。频率域表示法将面光源 L 分解到一组基函数上, 即。

$$L = \sum_{j=0}^{N-1} L_j \Psi_j \quad (3)$$

由于本文只讨论局部面光源, 所以一般使用的基函数为具有局部特性的小波基^[7]。该方法事实上提供了一种面光源的压缩存储方法, 这样在误差允许范围内使用较少的系数就能表达复杂的面光源。

3 复杂面光源下的实时全局光照算法

3.1 多边形面光源下直接光照的解析法

如果面光源为光强均匀分布的多边形光源, 则可以使用解析法直接计算 (1) 式。首先定义光场 $\Phi(x)$ ^[8], 其为空间中一点在给定方向上的辐射度

$$\Phi(x) = \int_{S^2} L(x, \omega) \omega d\sigma(\omega) \quad (4)$$

其中 S^2 为 \mathbb{R}^3 空间的一个单位球面, $\sigma(\omega)$ 为球面上的一个笛卡尔测度。

假设多边形光源 P 具有恒定的发光亮度 $M[\text{watts}/\text{m}^2]$, 则理想漫反射条件下, 渲染点 x 的光场可以由下式给出^[8, 1]:

$$\Phi(x) = \frac{M}{2\pi} \sum_{i=1}^n \Theta_i(x) \Gamma_i(x) \quad (5)$$

其中 Θ_i 是面光源顶点 v_i 和 v_{i+1} 之间的边在 x 点张开的角度, Γ_i 为边法向, 如图 2 所示:

$$\Theta_i(x) = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{v}_i - \mathbf{x} \cdot \mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{x}}{\|\mathbf{v}_i - \mathbf{x}\| \|\mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{x}\|}\right) \quad (6)$$

$$\Gamma_i(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{x}) \times (\mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{x})}{\|(\mathbf{v}_i - \mathbf{x}) \times (\mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{x})\|} \quad (7)$$

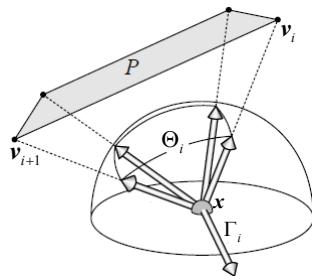


图2 多边形面光源的解析算法[8]

(5)式只计算了不带遮挡的多边形面光源下理想漫反射表面的光照情况,如果对某个渲染点面光源被部分遮挡,则可以通过辐照度 Jacobian 来计算^[8];如果要考虑非漫反射表面,则可以通过辐照度张量模拟计算^[9],该部分限于篇幅,不再赘述。使用解析方法可以得到最精确的光照结果,而且运行速度比较快,但是其只能处理均匀光强分布的多边形面光源,并且只能得到直接光照结果。

3.2 基于空间采样方法

如果要处理无法用解析方式处理的复杂面光源,如纹理面光源,一种直接的方法就是对面光源 $L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ 进行采样,然后转化为多点光源下的光照问题,或者转化为其他简单的渲染问题。面光源的空间采样问题根据采样元素的不同可以进一步细分为光源采样和光路径采样两类。

3.2.1 光源采样

光源采样即对 $L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ 中 \mathbf{r} 的采样及离散化表示,将面光源采样为一组点光源,纹理光源在计算机中本身存储为一个离散的图像纹理,每个纹素可以看做一个点光源。如果是各向同性的静态光源,则每个点光源都具有常量辐射亮度。假设 S 为面光源 P 上的所有点光源,则可以将式(1)化为:

$$L_0(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) = L_e(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) + \sum_{i=1}^{|S|} L(\mathbf{r}_i) \rho(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) V(\mathbf{x}, \mathbf{r}_i) (N \cdot \frac{-\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|}) \quad (8)$$

直接计算(8)式通常是不现实的(一幅 256×256 的纹理图片包含 65536 个纹素),需要通过采样方式降低点光源数目。采样点的选取直接影响渲染的结果和速率。逼真的渲染结果要求采样点的分布趋向于积分式((1)式)本身的分布,达到这一要求就要使用蒙特卡罗采样(也称重要性采样)^[10]。蒙特卡罗采样通过随机抽样得到的随机数序列进行数值计算,适用于确定性数值方法无法计算的复杂场景光照^[11]。(8)式的无偏的蒙特卡罗方法可以表达为:

$$L_0(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) \approx L_e(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{L(\mathbf{r}_k) \rho(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) V(\mathbf{x}, \mathbf{r}_k) (N \cdot \frac{-\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|})}{p(\mathbf{r}_k)} \quad (9)$$

其中 N 为蒙特卡罗采样点的数目, p 是一个概率密度函数(PDF),表示采样点的分布情况,直接影响渲染的结果。

光源采样方法影响性能的重要因素就是采样点的数目,一般渲染的时间复杂度和采样点的数目成线性关系,如何在不降低渲染效果的情况下减少采样点的数目是提升性能的关键。Agarwal 等提出一种环境光照下的结构化重要性采样方法^[12],该方法对环境图分级分层,并利用 Hochbaum-Shmoys 算法迭代地增加新采样点。结构化重要性采样方法比普通的重要性采样方法使用的采样点少近两个数量级,运行速度更快,同时保证最终的渲染结果。为了减少采样时间,Ostromoukhov 等提出一种基于彭罗斯铺砖(Penrose tiling)的快速重要性采样方法^[13]。彭罗斯铺砖是一种非周期自相似的铺砖形式,利用彭罗斯铺砖的分级细分可以快速产生足够的采样点。Debevec 提出的中值切割的环境光采样方法通过构建整个环境图的光强 kd 树产生采样点光源^[14]。该方法同样可以减少采样时间。

另外,可以通过多光源聚类方法提升性能,即将相似光源合并到一个聚集中,并用一个代表光源表示,如此用少量代表光源表示所有采样点光源,如光源切层算法(Light cut)^[15]、矩阵行列采样算法(Matrix row-column sampling)^[16]以及张量聚类^[17]等。通过光源聚类,可以在保证渲染质量的前提下,将渲染的时间复杂度降到与采样点次线性相关。

其上讨论的采样方法只基于面光源的发光强度分布自适应地采样,没有考虑渲染点的材质情况,即 $p(\mathbf{r}_i) \sim L(\mathbf{r}_i)$ 。但事实上,渲染点的材质不同,面光源上采样点的重要性也不同,例如对于镜面反射,需要采样镜面瓣(Specular lobe)内的光源。Burke 等提出的环境光直接光照下双向重要性采样方法解决了这个问题^[18]。该方法直接对代表材质的 BRDF 和环境光照强度的乘积后的函数采样,即对 $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) L(\mathbf{r}, \mathbf{u}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ 采样,使 $p(\mathbf{r}_i) \sim \rho(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) L(\mathbf{r}_i, \mathbf{u}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}_i)$,使其能够有效的处理镜面材质的光照。该方法通常使用多遍采样技术,所以采样时间相对较长。使用小波和三重积小波积分可以加速双向重要性采样的速度^[19],但是需要一定的预算并存储 BRDF 数据。Clarberg 等提出的基于四叉树的采样方法可以直接计算 BRDF 的表达^[20],并提出了一种快速计算小波函数积的方法,依次加快采样过程。原始的双向重要性采样方法主要针对环境光照,Rui 等将该方法扩展到局部光源和间接光照领域^[21]。首先将局部光源转化为大量的点光源,接着通过强度切层(Illumination cut)^[22]构建光照的分段常值近似,并得到基于光强分布的重要性采样点,然后利用基于 BRDF 的重要性采样更新切层,从而得到双向重要性采样点。

光源采样方法为了准确的模拟局部面光源,通常需要几百到几千个采样点光源,以保证最终的渲染效果具有较

小的偏差。如此大量的采样点下, 通常渲染一帧的时间至少在秒级, 无论是光源聚类算法还是双向重要性采样方法都很难达到实时绘制。考虑到局部光照通常包含低频信号和高光部分 (highlight), 针对低频信号可以用某些快速的计算方法模拟, 例如最简单的将整个低频信号部分看成一个具有平均光强的均匀面光源; 而针对面光源上的高光, 只需要少量的采样点光源就可以表达 (通常几十个), 如此可以达到实时要求。

3.2.2 光路径采样

另一类空间采样方式称为光路径采样, 其不直接对光源本身采样, 而是对由光源产生的光路径进行采样。光路径采样方法非常适合生成间接光照或者其他全局光照, 以及有媒介情况下的光照。

立即辐射度(Instance radiosity, IR)^[23]可以看做一种光路径采样方法。IR 从原始光源中基于拟随机游走采样一组光路径, 把每条光路径与场景的交点看做一个新的虚拟点光源(VPL), 并利用这些 VPL 产生间接光照效果。由于产生的 VPL 很多, 所以原始的 IR 方法无法支持交互式渲染。合理的选择和重用渲染的每一帧的 VPL 可以有效的提高渲染速率^[24]。反射阴影图(Reflective shadow maps, RSM)^[25]是基于阴影图扩展的 IR 方法, 其将 VPL 数据采样并保存在一个扩展的阴影图中, 使其在不考虑间接光源的可见性的情况下达到了交互式绘制速率。该方法只计算了一次间接光照, 但是这已经足够^[26]。RSM 在计算每个渲染点的最终渲染效果时, 使用的是一个收集过程, 即对每个渲染点收集附近的 VPL 所贡献的辐射值。为了提高渲染速率, 一类基于 splatting^[27-28]的方法被提出, 该类方法对每个 VPL 计算其影响的最终渲染区域, 并投影到屏幕空间, 同时可以利用多分辨率技术来自适应的划分每个 VPL 所影响的屏幕区域。这类方法本质上是一个发射的过程, 这样能保证每个 VPL 都只计算一次。如果考虑间接光源的可见性, 则可以利用多幅低分辨率的阴影图来模拟^[29]。

其上介绍的光路径采样方法主要用来生成间接光照, 但是间接光照的处理方式和复杂面光源的处理方式类同。如果考虑面光源的直接光照, 则只要把 VPL 的生成集合从光源路径改成面光源本身^[30-32], 这种方式可以交互式处理动态非均匀面光源下的绘制。如果还要考虑面光源的间接光照, 则同样要考虑由面光源出发的直接光照在和场景相交后产生的间接 VPL。

3.3 预计算辐射传递方法

预计算辐射传递 (Precomputed Radiance Transfer, PRT)^[33-34]方法及其一系列变种是一类有效的实时绘制方法, 其同样适用于复杂面光源光照计算。PRT 的主要思想是将(1)式中固定不变项预先计算并存储, 从而大幅减少运

行时计算开销。对静态场景, (1)式中的 ρ 、 G , 以及 V 都是固定不变项, 所以可以将 $T(u)=\rho(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \omega)G(\mathbf{x}, \mathbf{r})V(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ (T 称为辐射传递函数) 利用光线跟踪或者其他全局光照计算方式预算, 并将计算结果保存下来, 在运行时, 结合 L 得到最终的渲染结果。为了有效的表达和计算光照信息, 通常将 T 和 L 投影到一组基函数空间, 从而得到一组简化的光照系数。低频环境光照下, 通常使用球谐函数 (Spherical Harmonics, SH)。预算时, 得到每个顶点的辐射传递系数 T_l^m ; 运行时, 将球面上的光照 L 投影到 SH 空间, 存储为少量的 SH 系数 L_l^m (通常 9-25 个)^[35]。

$$T(u) = \sum_{l,m} T_l^m Y_l^m(u), \quad L(u) = \sum_{l,m} L_l^m Y_l^m(u) \quad (10)$$

其中 $Y_l^m(u)$ 为球谐基函数。根据球谐函数的性质, 可以将(1)式简化为球谐空间的一组点积, 即

$$L_t(u) = \sum_{l,m} T_l^m L_l^m Y_l^m(u) \quad (11)$$

这样就把复杂的球面积分简化为点积运行, 从而可以达到实时渲染。同时该方法也支持动态光源, 针对动态光源, 只需要在运行时实时生成光照系数 L_l^m 即可。球谐函数适用于球面分布的低频环境光源, 如果要处理局部面光源, 或者全频光源, 可以采用具有局部支持性的小波基函数^[7,36]。

Kristensen 等人^[37]提出一种针对局部面光源的 PRT 改进方法。预算过程中, 他们对局部面光源采样并保存为一种非结构化的光源云 (Light clouds), 每个云可以分为多个区域, 每个区域有一个代表光源, 以及对这个区域中光源的描述。这种光源云可以紧凑的表达整个局部面光源, 同时采用 CPC^A^[38]进一步对光源云进行压缩, 从而简化存储和计算开销。该方法支持动态的局部面光源。

周昆等人提出的阴影场方法^[39]同样支持复杂局部面光源的实时光照计算。该方法对场景中的每个物体在其周围采样点处进行可见性采样从而得到遮挡场 (Object Occlusion Field, OOF)。同时对光源进行辐射亮度采样从而得到辐射亮度场 (Source Radiance Field, SRF)。绘制的时候首先对 OOF 和 SRF 排序, 然后从近到远利用球谐函数或小波函数的乘积来计算遮挡效果, 最后利用三重积得到最终渲染结果。该方法无法在全频光照下进行实时绘制。

预算会带了一系列的新问题, 其中最主要的是两个。首先, 由于预算的结果需要存储下来便于运行时使用, 而且这样的存储量通常较大, 所以需要解决这部分额外的存储量问题。其次, 当场景发生各种各样的改变时, 例如光源的变化, 物体的移动、旋转或者形变, 物体表面材质的变化等等, 这些变化通常使存储的预算的结果不再有效, 所以动态场景下预算结果的更新和重计算也是一个不可忽略的问题。

4 总结和未来研究方向

本文首先对面光源从相对距离、性质、光强分布和动态性四个方面对图形绘制领域的面光源进行分类，并讨论他们的特点和处理方式。然后重点阐述了三类针对复杂面光源的实时绘制方法：解析方法、基于采样的方法和预计算辐射传递方法。解析方法通常只能处理简单的面光源，例如光强均与分布的多边形光源。采样方法可以处理任何类型的面光源，但是面临的主要问题是采样误差和采样点对最终效果和渲染性能的影响。预计算辐射传递方法能够达到实时绘制效果，但是需要消耗大量的预计算时间和存储开销，同时对场景动态性的支持很差。

关于复杂面光源下的实时绘制，我们认为未来的研究主要沿着一下三个方向进行：

各类算法的进一步改进。本文阐述的三类针对复杂面光源的实时绘制方法虽然解决了一部分的问题，但是仍各自有缺点，如何有效的改进各类算法依然是研究重点。一种可行的方式为采用混合算法，例如采样方法和预计算方法的混合，可以扬长避短。

基于 GPU 的传统算法的性能改进。GPU^[40]是一种专门用于图形处理的硬件，其相对于 CPU 具有强大的浮点数运算能力和并行处理能力。传统的绘制算法如光线跟踪，辐射度通过移植到 GPU 端可以大大的提高性能，甚至达到实时处理。开发并行绘制系统也是一个重要的研究方向。

研究复杂面光源下更为复杂的光学现象。本文主要讨论的都是无媒介参与的，不透明的几何物体。现实世界中还有很多其他类型的物体，例如透明物体，半透明的物体，如毛发，烟雾等，还有一些其他媒介参与的复杂场景。处理这类场景更为复杂，但是在各类应用中很普遍，所以该方向的研究注定成为一个重要的研究热点。

参考文献：

- [1] Snyder J M. Area Light Sources for Real-Time Graphics, MSR-TR-96-11 [R]. Redmond, WA, USA: Microsoft Corporation, 1996.
- [2] Annen T, Kautz J, Durand F, Seidel H-P. Spherical Harmonic Gradients for Mid-Range Illumination [C]// Proceeding of Eurographics Symposium on Rendering, 2004. Sweden: Eurographics Association, 2004: 331--336.
- [3] Sloan P-P, Lehtinen J, Kautz J. Precomputed radiance transfer: theory and practice [C]// SIGGRAPH courses 2005. USA: ACM, 2005.
- [4] Ramamoorthi R. Precomputation-based Rendering [J]. Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision (S1572-2740), 2009, 3(4): 281-369.
- [5] Bunnel M. Dynamics ambient occlusion and indirect lighting [M]. GPU Gems, USA: Addison-Wesley, 2005: 223-233.
- [6] Mendez-Feliu A, Sbert M. From obscurances to ambient occlusion: a survey [J]. The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics (S0178-2789), 2009, 25(2): 181-196.
- [7] Ng R, Ramamoorthi, Hanrahan P. All-frequency shadows using non-linear wavelet lighting approximation [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2003, 22(3): 376-381.
- [8] Arvo J. The Irradiance Jacobian for Partially Occluded Polyhedral Sources [C]// Proceedings of SIGGRAPH, 1994. USA: ACM, 1994: 343-350.
- [9] Arvo J. Application of Irradiance Tensors to the Simulation of Non-Lambertian Phenomena [C]// Proceedings of SIGGRAPH, 1995. USA: ACM, 1995: 335-342.
- [10] Green R. Spherical Harmonic Lighting: the Gritty Details [C]// Proceedings of Game Developers Conference, 2003.
- [11] 徐庆, 孙济洲, 胡瑞娟. 蒙特卡罗与准蒙特卡罗相互融合的整体光照算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(9): 1260-1268.
- [12] Agarwal S, Ramamoorthi R, Belongie S, et al. Structured importance sampling of environment maps [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2003, 22(3): 605-612.
- [13] Ostromoukhov V, Donohue C, Jodoin P -M. Fast hierarchical importance sampling with blue noise properties [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2004, 23(3), 488-495.
- [14] Debevec P. A median cut algorithm for light probe sampling [C]// ACM SIGGRAPH Posters, 2005, 66. USA: ACM, 2005.
- [15] Walter B, Fernandez S, Arbree A, et al. Lightcuts: a scalable approach to illumination [J]. ACM Trans. Graph (S0730-0301), 2005, 24(3): 1098-1107.
- [16] Hašan M, Pellacini F, Bala K. Matrix row-column sampling for the many-light problem [J]. ACM Trans. Graph (S0730-0301), 2007, 26(3): 26:1-26:10.
- [17] Hašan M, Velázquez-Armendáriz E, Pellacini F, et al. Tensor clustering for rendering many-light animations [C]// Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering. UK: Blackwell, 2008, 27(4): 1105-1114.
- [18] Burke D, Ghosh A, Heidrich W. Bidirectional importance sampling for direct illumination [C]// Proceedings of Eurographic Symposium on Rendering, Switzerland: Eurographics, 2005: 147-156.
- [19] Clarberg P, Jarosz W, Akenine-Möller T, et al. Wavelet importance sampling: efficiently evaluating products of complex functions [C]// Proceedings of SIGGRAPH, 2005. USA: ACM, 2005: 1166-1175.
- [20] Clarberg P, Akenine-Möller T. Practical product importance sampling for direct illumination [C]// Proceedings of Eurographics 2008. UK: Blackwell, 2008: 681-690.
- [21] Rui W, Oskar Å. Bidirectional Importance Sampling for Unstructured Direct Illumination [J]. Computer Graphics Forum (S1467-8659), 2009, 28(2): 269-278.
- [22] Clarberg P, Jarosz W, Akenine-Möller T. Fast, realistic lighting and material design using nonlinear cut approximation [J]. ACM Trans. Graph (S0730-0301), 2008: 128:1--128:10.
- [23] Keller A. Instant radiosity [C]// Proceedings of SIGGRAPH, 1997. USA: ACM, 1997: 49-56.
- [24] Laine S, Saransaari H, Kontkanen J, et al. Incremental instant radiosity for real-time indirect illumination [C]// Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering, 2007. France :

- Eurographics Association, 2007: 277-286.
- [25] Dachsbacher C, Stamminger M. Reflective shadow maps [C]// Proceedings of the 2005 symposium on interactive 3D graphics and games. USA: ACM New York, 2005: 203-231.
- [26] Tabellion E, Lamorlette A. An Approximate Global Illumination System for Computer Generated Films [J]. ACM Trans. Graph (S0730-0301), 2004, 23(3): 469-476.
- [27] Dachsbacher C, Stamminger M. Splatting indirect illumination [C]// Proceedings of the 2006 symposium on interactive 3D graphics and games. USA: ACM New York, 2006: 93-100.
- [28] Nichols G, Wyman C. Multiresolution splatting for indirect illumination [C]// Proceedings of the 2009 symposium on Interactive 3D graphics and games. USA: ACM New York, 2009: 83-90.
- [29] Ritschel T, Grosch T, Kim M H, et al. Imperfect Shadow Maps for Efficient Computations of Indirect Illumination [C]// Proceedings of ACM SIGGRAPH Asia. USA: ACM, 2008, 129: 1-129: 8.
- [30] Nichols G, Wyman C. Direct illumination from dynamic area lights [C]// SIGGRAPH '09 Posters. USA: ACM, 2009.
- [31] Nichols G, Penmatsa R, Wyman C. Direct illumination from dynamic area lights with visibility [C]// Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH symposium on interactive 3D graphics and games. USA: ACM, 2010, 21: 1-21: 1.
- [32] Nichols G, Penmatsa R, Wyman C. Interactive, multiresolution image-space rendering for dynamic area lighting [J]. Computer Graphics Forum (S1467-8659), 2010, 29(4): 1279-1288.
- [33] Sloan P-P, Kautz J, Snyder J. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic low-frequency lighting environments [J]. ACM Trans. Graph (S0730-0301), 2002, 21(3): 527-536.
- [34] Ramamoorthi R. Precomputation-based rendering [J]. Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision (S1572-2740), 2009, 3(4): 281-369.
- [35] Ramamoorthi R, Hanrahan P. An efficient representation for irradiance environment maps [C]// Proceedings of SIGGRAPH. USA: IEEE, 2001: 497-500.
- [36] Ng R, Ramamoorthi, Hanrahan P. Triple product wavelet integrals for all-frequency relighting [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2004, 23(3): 477-487.
- [37] Kristensen A W, Akenine-Möller T, Jensen H W. Precomputed local radiance transfer for real-time lighting design [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2005, 24(3): 1208-1215.
- [38] Sloan P-P, Hall J, Synder J. Clustered principal components for precomputed radiance transfer [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2003, 22(3): 382-391.
- [39] Zhou K, Hu Y, Lin S, et al. Precomputed shadow field for dynamic scenes [J]. ACM Trans. on Graphics (S0730-0301), 2005, 24(3): 1196-1201.
- [40] 吴恩华, 柳有权. 基于图形处理器 (GPU) 的通用计算[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(5): 601-612.