北京航空航天大学数学科学学院实验报告

课程名称：科学计算通识实验课	实验名称： 优化问题的迭代求解	
实验类型： 演示性实验□ 验证性实验□ 综合性实验☑ 设计性实验□		
班级：18377475	姓名： 陈博胆	学号：18377475
实验日期： 2020.07.14	指导教师：冯成亮	实验成绩：
实验环境：(所用仪器设备及软件) Windows + Visual Studio 2019, Ubuntu 18.04.1 + g++		

实验目的与实验内容：

【目的要求】

通过本实验使学生进一步熟悉个人电脑上 C++代码的编写与调试，服务器上的代码编译与运行；熟悉求解一维优化问题的区间逼近法（黄金分割搜索、逐次抛物插值搜索）和梯度类方法（牛顿法）；熟悉多维优化问题中无约束优化问题的一般解法（最速下降法、共轭梯度法、牛顿法）；了解以上方法的稳定性与收敛速度特点；了解这些传统优化算法在多级值问题中的局限性。

【实验内容】

实验要求： 最大迭代步数：100；

收敛要求：|f(x)|<10E-4 或 $\| x_{k+1}-x_k|$<10E-5；

输出每步 x 值与 f(x)的值；

梯度类算法要求输出梯度的二范数；

实验 1.1：(优化问题 1)

用黄金分割搜索，求函数 $f(x)=x^2-\sin(x)$ 在区间[0,1]上的极小值。

实验 1.2：(优化问题 2)

用逐次抛物插值搜索求函数 $f(x)=0.5-xe^{-x^2}$在区间 [0,1.2]上的极小值。($x_0=0; x_1=0.6; x_2=1.2;$)

实验 1.3：(优化问题 2)

用牛顿法求函数 $f(x)=0.5-xe^{-x^2}$在区间 [0,2]上的极小值。$x_0=1;$

实验 2.1：(优化问题 3)

用最速下降法求解函数 $f(x,y)=(x-y)/(x^2+y^2+2)$ 的最小值。

$P_0=[-0.218,0.215]$；$P_*=[-1,1]$；

实验 2.2：(优化问题 4)

用共轭梯度法求解函数 $f(x)=0.5x_1^2+2.5x_2^2$的最小值。

$x_0=[5,1]^T$；$x^*=[0,0]^T$；

实验 2.3：（优化问题 3）

用牛顿法求解函数 $f(x,y) = (x-y)/(x^2+y^2+2)$ 的最小值。

$P_0 = [-0.3,0.2]$；$P_* = [-1,1]$；

实验过程与结果：

实验 1.1：（优化问题 1）

使用黄金分割法求解函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./1-1

黄金分割法求解
                                   f(x)=x^2-sin(x)
k       ak          ck          dk          bk          f(ck)        f(dk)
0       0.000000    0.381966    0.618034    1.000000    -0.226847    -0.197468
1       0.000000    0.236068    0.381966    0.618034    -0.178153    -0.226847
2       0.236068    0.381966    0.472136    0.618034    -0.226847    -0.231877
3       0.381966    0.472136    0.527864    0.618034    -0.231877    -0.225049
4       0.381966    0.437694    0.472136    0.527864    -0.232276    -0.231877
5       0.381966    0.416408    0.437694    0.472136    -0.231082    -0.232276
6       0.416408    0.437694    0.450850    0.472136    -0.232276    -0.232465
7       0.437694    0.450850    0.458980    0.472136    -0.232465    -0.232371
8       0.437694    0.445825    0.450850    0.458980    -0.232442    -0.232465
9       0.445825    0.450850    0.453955    0.458980    -0.232465    -0.232448
10      0.445825    0.448930    0.450850    0.453955    -0.232464    -0.232465
11      0.448930    0.450850    0.452036    0.453955    -0.232465    -0.232461
12      0.448930    0.450117    0.450850    0.452036    -0.232466    -0.232465
13      0.448930    0.449663    0.450117    0.450850    -0.232465    -0.232466
14      0.449663    0.450117    0.450397    0.450850    -0.232466    -0.232466
15      0.449663    0.449944    0.450117    0.450397    -0.232466    -0.232466
16      0.449944    0.450117    0.450224    0.450397    -0.232466    -0.232466
17      0.450117    0.450224    0.450290    0.450397    -0.232466    -0.232466
18      0.450117    0.450183    0.450224    0.450290    -0.232466    -0.232466
19      0.450117    0.450157    0.450183    0.450224    -0.232466    -0.232466
20      0.450157    0.450183    0.450198    0.450224    -0.232466    -0.232466
21      0.450157    0.450173    0.450183    0.450198    -0.232466    -0.232466
22      0.450173    0.450183    0.450189    0.450198    -0.232466    -0.232466
23      0.450173    0.450179    0.450183    0.450189    -0.232466    -0.232466

ans=0.450179
```

实验 1.2：（优化问题 2）

使用逐次抛物插值法求解函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./1-2

逐次抛物插值
                         f(x)=0.5-xe^(-x^2)
k       x1              x2              x3              f(x2)
0       0.000000        0.600000        1.200000        0.081394
1       0.600000        0.754267        1.200000        0.072981
2       0.600000        0.720797        0.754267        0.071278
3       0.600000        0.708374        0.720797        0.071119
4       0.600000        0.707428        0.708374        0.071118
5       0.600000        0.707140        0.707428        0.071118
6       0.600000        0.707114        0.707140        0.071118
ans=0.707114
```

实验 1.3：（优化问题 2）

使用牛顿法求解函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./1-3

 Newton
          f(x)=0.5-xe^(-x^2)
 k      xk              f(xk)
 0    1.000000        0.132121
 1    0.500000        0.110600
 2    0.700000        0.071162
 3    0.707072        0.071118
 4    0.707107        0.071118
 ans=0.707107
```

实验 2.1：（优化问题 3）

使用最速下降法求解二元函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./2-1

 最 速 下 降 法
                                        f(x,y)=(x-y)/(x^2+y^2+2)
 k       g[0]           g[1]           lambda         x[0]           x[1]           norm
 0    0.000000       1.000000       1.000000       -3.000000      2.000000       1.000000
 1    -0.066667      0.022222       31.094230      -0.927051      1.309017       0.070273
 2    0.020421       0.061264       4.894848       -1.027011      1.009137       0.064578
 3    -0.006581      0.002194       4.110325       -0.999960      1.000120       0.006937
 4    0.000010       0.000030       3.999807       -1.000000      1.000000       0.000032
 5    -0.000000      0.000000       0.007135       -1.000000      1.000000       0.000000
 ans=[-1.00000000 1.00000001]
```

实验 2.2：（优化问题 4）

使用共轭梯度法求解二元函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./2-2

 共 轭 梯 度 法
                                        f(x,y)=0.5x^2+2.5y^2
 k       g[0]           g[1]           alpha          x[0]           x[1]           norm
 0    5.000000       5.000000       1.000000       5.000000       1.000000       7.071068
 1    3.333333       -3.333333      0.333333       3.333333       -0.666667      4.714045
 2    0.000000       0.000000       0.600000       0.000000       0.000000       0.000000
 ans=[0.00000000 0.00000000]
```

实验 2.3：（优化问题 3）

使用牛顿法求解二元函数极小值

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class5$ ./2-3
 利 用 牛 顿 法 ， 迭 代 次 数 为 4
 得 极 小 值 点 P^*=(-0.99999997, 0.99999998)
 极 小 值 f(P^*)=-0.50000000
```

实验分析与总结：

本次实验中我们学习了如何求解一维优化问题的区间逼近法（黄金分割搜索、逐次抛物插值搜索）和梯度类方法（牛顿法）；以及多维优化问题中无约束优化问题的一般解法（最速下降法、共轭梯度法、牛顿法）；

对比以上算法，牛顿法每次迭代都需要计算一、二阶导数（多维：偏导数），算法计算量较大且复杂，不易操作，但是牛顿法收敛较快。

注：若填写内容较多，可在背面继续填写。