

北京航空航天大学数学科学学院实验报告

课程名称: 科学计算通识实验课		实验名称: 实验一: C++基础操作、误差影响基础实验	
实验类型: 演示性实验 <input type="checkbox"/> 验证性实验 <input type="checkbox"/> 综合性实验 <input checked="" type="checkbox"/> 设计性实验 <input type="checkbox"/>			
班级: 180921	姓名: 陈博胆	学号: 18377475	
实验日期: 2020.07.10	指导教师: 冯成亮	实验成绩:	
实验环境: (所用仪器设备及软件) Windows + Visual Studio 2019, Ubuntu 18.04.1 + g++			
实验目的与实验内容: 【实验目的】: 通过本实验使学生熟悉个人电脑上 C++代码的编写与调试, 服务器上的代码编译与运行; 学会服务器上的一些 linux 基本命令; 了解科学计算过程中舍入误差的产生与积累过程, 领会算法设计原则对应的误差影响内涵及其必要性, 初步体验迭代算法的稳定性差异; 【实验内容】: 实验 1.1: (比较固定位有效数字四舍五入所导致的误差影响) 分别计算 $f_1 = 0.12346845$; $f_2 = 0.012346845$; $f_3 = 0.0012346845$; $f_4 = 0.0000012346845$; 的四位有效数字近似值; 计算它们的绝对误差和相对误差; 实验 1.2: (体验有效数字位数四舍五入的二进制陷阱) 计算 $f_5 = 4.015 * 100$ 的 3 位有效数字近似值, 比较该近似值与理论近似值得差别; 计算 浮点数 $f_6 = 7654321.0f$ 与 $f_7 = 0.4f$ 的和, 以及它们和的 7 位有效数字近似值; 比较该近似值与理论近似值的差别; 实验 2.1: (比较相近大小两个数值作差的误差影响) 对双精度数 $pi_0 = 3.141592653589793$ 与 $pi_1 = pi_0 + 0.000123456789123$ 做 8 位有效数字近似 ppi_0 与 ppi_1 , 分别计算它们的绝对误差与相对误差; 计算两个近似值 ppi_0 与 ppi_1 的差的 8 位有效数字近似值 mpp , 计算该近似差值的绝对误差与相对误差; 实验 2.2: (比较大数与小数求和的误差影响) 对浮点数 $pi_{20} = 7654321.0f$ 与 5 个浮点数 $pi_{21} = 0.2f$ 顺序求和; 将 5 个浮点数 $pi_{21} = 0.2f$ 顺序求和后与浮点数 $pi_{20} = 7654321.0f$ 求和; 比较交换计算顺序后的结果差异; 实验 2.3: (比较小数被除时的误差影响) 对双精度数 $pi_{30} = 3.141592653589793$ 与 $pi_{31} = 0.000123456789123$ 做 8 位有效数字近似 ppi_{30} 与 ppi_{31} , 分别计算它们的绝对误差与相对误差; 计算两个近似值 ppi_{30} 与 ppi_{31} 比值的 8 位有效数字近似值 mpp_{30} , 计算该近似比值的绝对误差和相对误差;			

实验 3.1 (体验算法的稳定性差异对计算结果的影响)

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{x-1} dx$$

对 分别采用

$I_n = 1 - nI_{n-1}, n=1, 2, \dots$ 与 $I_{n+1} = \frac{1}{n+1}(1 - I_n), n=k, k-1, \dots, 2, 1$ 的迭代算法做 $n=0$ to 9 的 4 位有效数字计算; 输出每一步的值, 并与精确结果做比较, 输出其 绝对误差与相对误差表。

实验过程与结果:

以下均为本地 visual studio code 的运行结果;

实验 1.1: (比较固定位有效数字四舍五入所导致的误差影响)

该实验比较了固定位有效数字后四舍五入所导致的绝对误差和相对误差, 结果如下。

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./1-1
0.123468 to 4 precision: 0.1235
absolute error = 3.155e-05
relative error = 0.000255531
```

```
0.0123468 to 4 precision: 0.01235
absolute error = 3.155e-06
relative error = 0.000255531
```

```
0.00123468 to 4 precision: 0.001235
absolute error = 3.155e-07
relative error = 0.000255531
```

```
1.23468e-06 to 4 precision: 1.235e-06
absolute error = 3.155e-10
relative error = 0.000255531
```

实验 1.2: (体验有效数字位数四舍五入的二进制陷阱)

该实验比较了有效位在进行四舍五入时的不同, 两个子实验分别说明了本该进位却舍去、本该舍去却进位的情况, 实验结果如下:

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./1-2
```

```
401.5 to 4 precision: 401.5  
absolute error = 5.68434e-14  
relative error = 1.41578e-16
```

```
sum of 7654321.000000 and 0.400000 is 7654321.500000  
to 7 precision: 7.65432e+06  
absolute error = 0.5  
relative error = 6.53226e-08
```

实验 2.1: (比较相近大小两个数值作差的误差影响)

该实验比较了大小相近的两个数值相减后造成的误差影响, 结果如下:

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./2-1
```

```
pi0=3.141592653589793  
to 8 precision: ppi0=3.141592700000000  
absolute error = 4.64102e-08  
relative error = 1.47728e-08
```

```
pi1= 3.141716110378916  
to 8 precision: ppi1=3.141716100000000  
absolute error = -1.03789e-08  
relative error = -3.30358e-09
```

```
mpp = ppi1-ppi0 = 0.000123400000000  
absolute error = 5.67891e-08  
relative error = 0.000459992
```

实验 2.2: (比较大数与小数求和的误差影响)

该实验对两个浮点数求和的不同顺序进行求解, 观察大数与小数相加时产生的误差, 实验结果如下:

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./2-2
```

```
7654321.0f + 0.2f + 0.2f + 0.2f + 0.2f + 0.2f = 7654321.000000  
0.2f + 0.2f + 0.2f + 0.2f + 0.2f + 7654321.0f = 7654322.000000
```

实验 2.3: (比较小数的误差影响)

该实验比较了大数除以小数时的误差, 实验结果如下:

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./2-3
pi30 = 3.141592653589793, ppi30 = 3.141592700000000
absolute error = 0.000000046410207
relative error = 0.000000014772828

pi31 = 0.000123456789123, ppi31 = 0.000123456790000
absolute error = 0.000000000000877
relative error = 0.000000007103700

mpp30 = 25446.901000000001659
absolute error = 0.000299708626699
relative error = 0.000000011777805
```

实验 3.1 (体验算法的稳定性差异对计算结果的影响)

本实验对同一积分采取不同迭代格式并比较其与精确值的误差, 发现不同的迭代格式会对产生不同的误差, 且不同方法结果相差较大, 实验结果如下:

```
[work1@ws1:~/ChenBodan/class1$ ./3-1
from n=0 to n=9
i=0 ans=0.632121 error=0.632120558828558
i=1 ans=0.367900 error=0.000020558828558
i=2 ans=0.264200 error=0.000041117657115
i=3 ans=0.207400 error=0.000123352971346
i=4 ans=0.170400 error=0.000493411885384
i=5 ans=0.148000 error=0.002467059426921
i=6 ans=0.112000 error=0.014802356561528
i=7 ans=0.216000 error=0.103616495930699
i=8 ans=-0.728000 error=0.828931967445593
i=9 ans=7.552000 error=7.460387707010339

from n=9 to n=0
i=9 ans=0.091610 error=0.000002292989661
i=8 ans=0.100900 error=0.000031967445593
i=7 ans=0.112400 error=0.000016495930699
i=6 ans=0.126800 error=0.000002356561528
i=5 ans=0.145500 error=0.000032940573079
i=4 ans=0.170900 error=0.000006588114616
i=3 ans=0.207300 error=0.000023352971346
i=2 ans=0.264200 error=0.000041117657115
i=1 ans=0.367900 error=0.000020558828558
i=0 ans=0.632100 error=0.000020558828558
```

实验分析与总结:

通过本次实验, 首先, 学会了服务器的连接与简单命令, 学会了 c++ 程序的简单编译与运行语句;

其次, 针对各个误差实验, 了解了误差在计算中的产生原因, 同时通过不同的具体实验明白了在一些特定情况下误差对实验结果产生的影响, 如相近数相减、大数除以小数等等情况; 以及不同的迭代公式对于误差的影响等;

通过以上实验更加深刻的体会到了数值计算中误差的产生与关键之处, 我们需要在之后的实验中十分注意。

--

注：若填写内容较多，可在背面继续填写。