北京航空航天大学数学科学学院实验报告

<table>
<tr><td colspan="2">课程名称：科学计算通识实验课</td><td>实验名称：　线性方程组的直接求解</td></tr>
<tr><td colspan="3">实验类型：　演示性实验□　　验证性实验□　　综合性实验☑　设计性实验□</td></tr>
<tr><td>班级：18377475</td><td>姓名：　陈博胆</td><td>学号：18377475</td></tr>
<tr><td>实验日期：　2020。07.11</td><td>指导教师：冯成亮</td><td>实验成绩：</td></tr>
<tr><td colspan="3">实验环境：（所用仪器设备及软件）
Windows + Visual Studio 2019,　Ubuntu 18.04.1 + g++</td></tr>
</table>

实验目的与实验内容：

【实验目的】通过本实验使学生进一步熟悉个人电脑上 C++代码的编写与调试，服务器上的代码编译与运行； 学会服务器上的一些 linux 基本命令；熟悉求解线性方程组的克莱默法则、顺序 Gauss 消去法、列主元 Gauss 消去法和 LU 分解法；了解以上方法的算法适用性与稳定性。

【实验内容】

实验 1.1：（克莱默法则求解线性方程组 1）

针对方程组

$$\begin{cases} 0.000010x_1 + 1.00x_2 = 1.00 \\ 1.00x_1 + 1.00x_2 = 2.00 \end{cases}$$

采用克莱默法则，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 1.2：（克莱默法则求解线性方程组 2）

针对方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

采用克莱默法则，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 1.3：（克莱默法则求解线性方程组 3）

针对方程组

$$\begin{cases} 0.012x_1 + 0.01x_2 + 0.167x_3 = 0.6781 \\ x_1 + 0.8334x_2 + 5.91x_3 = 12.1 \\ 3200x_1 + 1200x_2 + 4.2x_3 = 981 \end{cases}$$

采用克莱默法则，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 2.1：（顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 1）

针对方程组

$$\begin{cases} 0.000010x_1 + 1.00x_2 = 1.00 \\ 1.00x_1 + 1.00x_2 = 2.00 \end{cases}$$

采用顺序 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 2.2：（顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 2）
针对方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

采用顺序 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 2.3：（顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 3）
针对方程组

$$\begin{cases} 0.012x_1 + 0.01x_2 + 0.167x_3 = 0.6781 \\ x_1 + 0.8334x_2 + 5.91x_3 = 12.1 \\ 3200x_1 + 1200x_2 + 4.2x_3 = 981 \end{cases}$$

采用顺序 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 3.1：（列主元顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 1）
针对方程组

$$\begin{cases} 0.000010x_1 + 1.00x_2 = 1.00 \\ 1.00x_1 + 1.00x_2 = 2.00 \end{cases}$$

采用列主元 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 3.2：（列主元顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 2）
针对方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

采用列主元 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 3.3：（列主元顺序 Gauss 消去法求解线性方程组 3）
针对方程组

$$\begin{cases} 0.012x_1 + 0.01x_2 + 0.167x_3 = 0.6781 \\ x_1 + 0.8334x_2 + 5.91x_3 = 12.1 \\ 3200x_1 + 1200x_2 + 4.2x_3 = 981 \end{cases}$$

采用列主元 Gauss 消去法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 4.1：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 1）
针对方程组

$$\begin{cases} 0.000100x_1 + 1.00x_2 = 1.00 \\ 1.00x_1 + 1.00x_2 = 2.00 \end{cases}$$

采用 Doolittle 三角分解法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 4.2：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 2）
针对方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

采用 Doolittle 三角分解法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验 4.3：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 3）
针对方程组

$$\begin{cases} 0.012x_1 + 0.01x_2 + 0.167x_3 = 0.6781 \\ x_1 + 0.8334x_2 + 5.91x_3 = 12.1 \\ 3200x_1 + 1200x_2 + 4.2x_3 = 981 \end{cases}$$

采用 Doolittle 三角分解法，以十进制 4 位浮点计算方式进行求解。

实验过程与结果：

【1】实验 1 中三个实验利用克莱默法则求解线性方程组，并在求解过程中保留四位有效数字，观察克莱默法则求解带来的误差分析，实验结果如下：

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test1

Gram solve

A1:
0.00001000 1.00000000
1.00000000 1.00000000
b1:
1.00000000 2.00000000
x[0]=1.000000
x[1]=1.000000


A2:
2.00000000 4.00000000 -2.00000000
1.00000000 -3.00000000 -3.00000000
4.00000000 2.00000000 2.00000000
b2:
2.00000000 -1.00000000 3.00000000
x[0] = 0.50000000
x[1] = 0.33330000
x[2] = 0.16670000



A3:
0.01200000 0.01000000 0.16700000
1.00000000 0.83340000 5.91000000
3200.00000000 1200.00000000 4.20000000
b3:
0.67810000 12.10000000 981.00000000
x[0] = 17.45000000
x[1] = -45.74000000
x[2] = 5.54400000
```

【2】实验 2 中三个实验利用顺序 Gauss 消元法求解线性方程组，实验 2.1 的结果可以发现顺序 Gauss 消元法的结果与精确解有较大误差，原因是上一节实验分析的计算过程中的误差导致。

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test2
顺序Gauss消去法
equation1
x1[0] = 0.00000000
x1[1] = 1.00000000

equation2
x2[0] = 0.50010000
x2[1] = 0.33330000
x2[2] = 0.16670000

equation3
x3[0] = 116.10000000
x3[1] = -185.80000000
x3[2] = 5.54200000
```

【3】实验 3 中利用列主元素 Gauss 消元法求解线性方程组，实验结果相对顺序 Gauss 消元法更精确，实验结果如下：

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test3
列主元素Gauss消去法
equation1
x1[0] = 1.00001000
x1[1] = 0.99999000

equation2
x2[0] = 0.50000000
x2[1] = 0.33333333
x2[2] = 0.16666667

equation3
x3[0] = 17.45927323
x3[1] = -45.75997307
x3[2] = 5.54603863
```

【4】实验 4 中利用 Doolittle 三角分解法求解线性方程组，实验结果如下：

实验 4.1：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 1）

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test4-1
Doolittle三角分解法
equation1
x[0] = 1.00010001
x[1] = 0.99989999
```

实验 4.2：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 2）

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test4-2
Doolittle三角分解法
equation2
x[0] = 0.50000000
x[1] = 0.33333333
x[2] = 0.16666667
```

实验 4.3：（Doolittle 三角分解法（LU 分解）求解线性方程组 3）

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class2$ ./test4-3
Doolittle三角分解法
equation3
x[0] = 17.45927323
x[1] = -45.75997307
x[2] = 5.54603863
```

实验分析与总结：

本次试验进一步熟悉个人电脑上 C++代码的编写与调试，服务器上的代码编译与运行； 学会服务器上的一些 linux 基本命令；

重点是：分别利用克莱姆法则、顺序 Gauss 消元法、列主元素消元法、LU 分解法对三个线性方程组进行求解，在计算过程中保留固定有效位数，将实验结果与精确值进行比较，得到不同求解方法产生的不同误差结果，了解以上方法的算法适用性与稳定性

注：若填写内容较多，可在背面继续填写。