# 北京航空航天大学数学科学学院实验报告

课程名称: 科学计算通识实验课 实验名称: 非线性方程的迭代求解 实验类型: 演示性实验□ 验证性实验□ 综合性实验☑ 设计性实验□ 班级: 18377475 姓名: 陈博胆 学号: 18377475 实验日期: 2020.07.13 指导教师: 冯成亮 实验成绩:

实验环境: (所用仪器设备及软件)

Windows + Visual Studio 2019, Ubuntu 18.04.1 + g++

# 实验目的与实验内容:

### 【目的要求】

通过本实验使学生进一步熟悉个人电脑上 C++代码的编写与调试,服务器上的代码编译与运行;熟悉求解非线性方程的区间逼近法 (二分法、试值法),不动点迭代法 (简单迭代法、加速迭代法),和牛顿类迭代法 (牛顿迭代法、割线法);了解以上方法的算法的稳定性与收敛速度特点;熟悉高阶迭代法在处理特殊病态问题时的收敛性问题,体会二分法作为外部嵌套迭代算法的必要性。

## 【实验内容】

实验要求: 最大迭代步数: 100;

收敛要求: |f(x)|<10E-4 或  $||x_{k+1}-x_k|<10E-5$ ;

输出每步 x 值与 f(x)或(x-φ(x))的值;

#### 实验 1.1: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 1)

用二分法与试值法求方程  $f(x) = x \sin(x) - 1 = 0$  在 (0,2) 区间的根.

 $(x^* = 1.11415714087193)$ 

### 实验 1.2: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 2)

用二分法与试值法求方程  $f(x) = e^{-100x} - 1 = 0$  在 (-0.51,0.49) 区间的根.

 $(x^* = 0.0)$ 

# 实验 1.3: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 3)

用二分法与试值法求方程 $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ 在 (1,2) 区间的根.

 $(x^* = 1.3652300134141)$ 

### 实验 1.4: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 4)

用二分法与试值法求方程 x = 1.6 + 0.99 cos x 在 (1,2) 区间的根.

 $(x^* = 1.58547180152194)$ 

### 实验 1.5: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 5)

用二分法与试值法求方程  $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$  在 (1,2) 区间的根.

### $(x^* = 1.32471795724475)$

# 实验 2.1: (用简单迭代法求解非线性方程 3)

用简单迭代法求方程 $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ 在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = 1.5 \ (x^* = 1.3652300134141)$$

其中迭代公式分别取:

$$x_{k+1} = \frac{1}{2} \sqrt{10 - x_k^3} \# (1)$$

$$x_{k+1} = \sqrt{\frac{10}{x_k} - 4x_k^2} \# (2)$$

$$x_{k+1} = x_k - x_k^3 - 4x_k^2 + 10 \# (3)$$

比较其收敛性差别。

## 实验 2.2: (分别用简单迭代法与加速迭代法求解非线性方程 4)

用简单迭代法与加速迭代法求方程 x = 1.6 + 0.99 cos x 在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = \pi/2$$
,  $(x^* = 1.58547180152194)$ 

### 实验 2.3: (用简单迭代法与加速迭代法求解非线性方程 5)

用加速迭代法求方程  $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$  在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = 1.5 \ (x^* = 1.32471795724475)$$

其中简单迭代公式取:  $x_{k+1} = x_k^3 - 1$ ,比较其收敛性差别。

### 实验 3.1: (用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 3)

用简单迭代法求方程 $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ 在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = 1.5$$
,  $(x_0 = 1, x_1 = 2 \text{ for } 1343)$ ,  $(x^* = 1.3652300134141)$ .

#### 实验 3.2: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 4)

用简单迭代法与加速迭代法求方程 x = 1.6 + 0.99 cos x 在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = \pi/2$$
,  $(x_0 = 1, x_1 = 2 \text{ for } 1 \text{ substitution } 1, x_2 = 2 \text{ for } 1 \text{ substitution } 1, x_3 = 2 \text{ for } 1 \text{ substitution } 1, x_4 = 2 \text{ for } 1 \text{$ 

 $(x^* = 1.58547180152194)$ .

### 实验 3.3: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 5)

用加速迭代法求方程  $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$  在 (1,2) 区间的根.

$$x_0 = 1.5$$
,  $(x_0 = 1, x_1 = 2 \text{ for } 13\%)$ ,

### $(x^* = 1.32471795724475)$ .

# 实验 3.4: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 2)

用加速迭代法求方程  $f(x) = e^{-100x} - 1 = 0$  在 (-0.51,0.49) 区间的根.

 $x_0 = -0.51$ ,  $(x_0 = -0.51, x_1 = 0.49 \text{ for } 1343)$ ,  $(x^* = 0.0)$ .

# 实验过程与结果:

B.C. L. L. W. M. A.L. J.

【1】实验 1 中 5 个实验分别用二分法和试值法求解一元非线性方程的根,比较二者的求解效率以及稳定性等;可以发现,试值法在大部分情况下效率比二分法要好,但是在某些特殊情况下也可能不收敛,实验结果如下:

实验 1.1: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 1)

实验 1.2: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 2)

实验 1.3: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 3)

实验 1.4: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 4)

实验 1.5: (分别用二分法与试值法求解非线性方程 5)

workl@ws1:~/ChenBodan/test\$ cd "/home/work1/ChenBodan/class4/" && g++ -std=c++11 1.cpp -larmadillo -o 1 && "/home/work1/ChenBodan/class4/"1  $f(x) = x\sin(x) - 1$ 

Dichotomy Method							
cnt	l	mid	r	f(x)			
0	0.00000000	1.00000000	2.00000000	-0.15852902			
1	1.00000000	1.50000000	2.00000000	0.49624248			
1 2 3	1.00000000	1.25000000	1.50000000	0.18623077			
	1.00000000	1.12500000	1.25000000	0.01505104			
4 5	1.00000000	1.06250000	1.12500000	-0.07182663			
5	1.06250000	1.09375000	1.12500000	-0.02836172			
6 7	1.09375000	1.10937500	1.12500000	-0.00664277			
7	1.10937500	1.11718750	1.12500000	0.00420803			
8 9	1.10937500	1.11328125	1.11718750	-0.00121649			
9	1.11328125	1.11523438	1.11718750	0.00149600			
10	1.11328125	1.11425781	1.11523438	0.00013981			
11	1.11328125	1.11376953	1.11425781	-0.00053832			
12	1.11376953	1.11401367	1.11425781	-0.00019925			
13	1.11401367	1.11413574	1.11425781	-0.00002972			
14	1.11413574	1.11419678	1.11425781	0.00005505			
15	1.11413574	1.11416626	1.11419678	0.00001266			
16	1.11413574	1.11415100	1.11416626	-0.00000853			
Try Method	I						
cnt	1	mid	r	f(x)			
	0.00000000	1.09975017	2.00000000	-0.02001921			
0 1 2	1.09975017	1.12124074	2.00000000	0.00983461			
2	1.09975017	1.11416119	1.12124074	0.00000563			
1106083	NAMES OF THE PARTY TO THE						

chotom	y Method	$x) = \exp(-10x) -$		
t	l	mid	r	f(x)
	-0.51000000	-0.01000000	0.49000000	0.10517092
	-0.01000000	0.24000000	0.49000000	-0.90928205
	-0.01000000	0.11500000	0.24000000	-0.68336323
	-0.01000000	0.05250000	0.11500000	-0.40844464
	-0.01000000	0.02125000	0.05250000	-0.19143968
	-0.01000000	0.00562500	0.02125000	-0.05469722
	-0.01000000	-0.00218750	0.00562500	0.02211601
	-0.00218750	0.00171875	0.00562500	-0.01704064
	-0.00218750	-0.00023438	0.00171875	0.00234650
	-0.00023438	0.00074219	0.00171875	-0.00739440
	-0.00023438	0.00025391	0.00074219	-0.00253584
	-0.00023438	0.00000977	0.00025391	-0.00009765
	-0.00023438	-0.00011230	0.00000977	0.00112368
	-0.00011230	-0.00005127	0.00000977	0.00051283
	-0.00011230	-0.00003127	0.00000977	0.00031203
	-0.00003127	-0.00000549	0.00000977	0.00005493
	-0.00002075	0.000000345	0.00000977	-0.00003435
	-0.00000549	-0.00000214	0.00000377	0.00002130
	-0.00000345	0.00000023	0.00000214	-0.00000229
Meth	nod l -0.51000000 -0.51000000 -0.51000000	mid 0.48394838 0.47793618 0.47196328	r 0.49000000 0.48394838 0.47793618	f(x) -0.99208886 -0.99159864 -0.99108155
	-0.5100000	0.46602957	0.47196328	-0.99053634
	-0.5100000	0.46013494	0.47190328	-0.98996172
	-0.5100000	0.45427928	0.46013494	-0.98935636
	-0.5100000	0.43427928	0.45427928	-0.98871888
	-0.5100000	0.44268454	0.43427928	-0.98804786
	-0.5100000	0.43694526	0.44268454	-0.98734183
	-0.5100000	0.43124462	0.43694526	-0.98659927
	-0.5100000	0.43124462	0.43124462	-0.98581862
	0.5100000	0142330232	0.43124402	0.30301002
	-0.51000000	0.27354143	0.27804976	-0.93513287
	-0.51000000	0.26907249	0.27354143	-0.93216825
	-0.51000000	0.26464303	0.26907249	-0.92909614
	-0.51000000	0.26025320	0.26464303	-0.92591424
	-0.51000000	0.25590311	0.26025320	-0.92262032
	-0.51000000	0.25159288	0.25590311	-0.91921216
	-0.51000000	0.24732266	0.25159288	-0.91568762
	-0.51000000	0.24309256	0.24732266	-0.91204462
	-0.51000000	0.23890274	0.24309256	-0.90828116
	-0.51000000	0.23475333	0.23890274	-0.90439530
	-0.51000000	0.23064446	0.23475333	-0.90038521
led				who are not to the state of the

```
f(x) = x^3 + 4x^2 - 10
Dichotomy Method
                                                                   f(x)
cnt
                                  mid
                                             2.00000000
            1.00000000
                              1.50000000
                                                               2.37500000
0
1
            1.00000000
                              1.25000000
                                              1.50000000
                                                               -1.79687500
2
            1.25000000
                              1.37500000
                                             1.50000000
                                                               0.16210938
3
            1.25000000
                              1.31250000
                                             1.37500000
                                                               -0.84838867
4
            1.31250000
                              1.34375000
                                              1.37500000
                                                               -0.35098267
5
                                             1.37500000
            1.34375000
                              1.35937500
                                                               -0.09640884
6
            1.35937500
                              1.36718750
                                              1.37500000
                                                               0.03235579
7
            1.35937500
                              1.36328125
                                              1.36718750
                                                               -0.03214997
8
            1.36328125
                              1.36523438
                                              1.36718750
                                                               0.00007202
9
            1.36328125
                              1.36425781
                                              1.36523438
                                                               -0.01604669
                              1.36474609
10
            1.36425781
                                             1.36523438
                                                               -0.00798926
11
            1.36474609
                              1.36499023
                                              1.36523438
                                                               -0.00395910
12
            1.36499023
                              1.36511230
                                              1.36523438
                                                               -0.00194366
                                                               -0.00093585
                              1.36517334
13
            1.36511230
                                              1.36523438
                                                               -0.00043192
14
            1.36517334
                              1.36520386
                                             1.36523438
15
            1.36520386
                              1.36521912
                                              1.36523438
                                                               -0.00017995
16
            1.36521912
                              1.36522675
                                             1.36523438
                                                               -0.00005396
                                                               0.00000903
            1.36522675
                              1.36523056
                                              1.36523438
17
Try Method
cnt
                                  mid
                                                                   f(x)
            1.00000000
                                              2.00000000
                              1.26315789
                                                               -1.60227438
0
1
            1.26315789
                              1.33882784
                                              2.00000000
                                                               -0.43036475
2
            1.33882784
                              1.35854634
                                              2.00000000
                                                               -0.11000879
3
                              1.36354744
                                              2.00000000
            1.35854634
                                                               -0.02776209
4
            1.36354744
                              1.36480703
                                              2.00000000
                                                               -0.00698342
5
                              1.36512372
                                              2.00000000
                                                               -0.00175521
            1.36480703
                                              2.00000000
                                                               -0.00044106
6
            1.36512372
                              1.36520330
7
                                              2.00000000
                                                               -0.00011083
            1.36520330
                              1.36522330
8
            1.36522330
                              1.36522833
                                              2.00000000
                                                               -0.00002785
            1.36522833
                              1.36522959
                                              2.00000000
                                                               -0.00000700
                         f(x) = 1.6 + 0.99\cos(x) - x
Dichotomy Method
cnt
                                 mid
                                                                   f(x)
           1.00000000
                                             2.00000000
                             1.50000000
                                                               0.17002983
0
1
           1.50000000
                             1.75000000
                                             2.00000000
                                                               -0.32646360
2
           1.50000000
                             1.62500000
                                             1.75000000
                                                               -0.07863536
                                             1.62500000
3
           1.50000000
                             1.56250000
                                                               0.04571327
4
           1.56250000
                             1.59375000
                                             1.62500000
                                                               -0.01647214
5
           1.56250000
                             1.57812500
                                             1.59375000
                                                               0.01461968
                                                               -0.00092669
           1.57812500
6
                             1.58593750
                                             1.59375000
7
           1.57812500
                             1.58203125
                                             1.58593750
                                                               0.00684641
8
           1.58203125
                             1.58398438
                                             1.58593750
                                                               0.00295984
                                                               0.00101657
                             1.58496094
                                             1.58593750
9
           1.58398438
10
           1.58496094
                             1.58544922
                                             1.58593750
                                                               0.00004494
11
           1.58544922
                             1.58569336
                                             1.58593750
                                                               -0.00044088
           1.58544922
                             1.58557129
                                             1.58569336
                                                               -0.00019797
12
13
           1.58544922
                             1.58551025
                                             1.58557129
                                                               -0.00007652
           1.58544922
                             1.58547974
                                             1.58551025
                                                               -0.00001579
14
           1.58544922
                                                               0.00001457
15
                             1.58546448
                                             1.58547974
16
           1.58546448
                             1.58547211
                                             1.58547974
                                                               -0.00000061
Try Method
cnt
                                 mid
                                                                   f(x)
0
           1.00000000
                             1.58293093
                                             2.00000000
                                                               0.00505610
                                             2.00000000
           1.58293093
                             1.58551188
                                                               -0.00007976
1
2
           1.58293093
                             1.58547180
                                             1.58551188
                                                               -0.00000000
```

 $f(x) = x^3 - x - 1$ Dichotomy Method cnt mid f(x)1.00000000 1.50000000 2.00000000 0.87500000 1.00000000 1.50000000 -0.29687500 1 1.25000000 2 1.25000000 1.37500000 1.50000000 0.22460938 3 1.25000000 1.31250000 1.37500000 -0.05151367 4 1.31250000 1.34375000 1.37500000 0.08261108 1.31250000 5 1.32812500 1.34375000 0.01457596 6 1.31250000 1.32031250 1.32812500 -0.01871061 7 1.32031250 1.32421875 1.32812500 -0.00212795 8 1.32421875 1.32617188 1.32812500 0.00620883 9 1.32421875 1.32519531 1.32617188 0.00203665 10 1.32421875 1.32470703 1.32519531 -0.00004659 1.32470703 1.32495117 1.32519531 0.00099479 11 12 1.32470703 1.32482910 1.32495117 0.00047404 13 1.32470703 1.32476807 1.32482910 0.00021371 14 1.32470703 1.32473755 1.32476807 0.00008355 1.32470703 1.32472229 1.32473755 15 0.00001848 16 1.32470703 1.32471466 1.32472229 -0.00001406 1.32471466 0.00000221 17 1.32471848 1.32472229 Try Method mid f(x)cnt 1.00000000 2.00000000 0 1.16666667 -0.57870370 2.00000000 1.16666667 -0.28536303 1 1.25311203 2 1.25311203 1.29343740 2.00000000 -0.12954209 3 1.29343740 1.31128102 2.00000000 -0.05658849 4 1.31898850 2.00000000 1.31128102 -0.024303755 1.31898850 1.32228272 2.00000000 -0.01036185 6 1.32228272 1.32368429 2.00000000 -0.00440395 7 1.32368429 1.32427946 2.00000000 -0.00186926 2.00000000 8 1.32427946 1.32453199 -0.000792969 1.32453199 1.32463909 2.00000000 -0.00033630 10 1.32463909 1.32468452 2.00000000 -0.00014261 -0.00006047 1.32468452 1.32470378 2.00000000 11 12 1.32470378 1.32471194 2.00000000 -0.00002564 13 1.32471194 1.32471541 2.00000000 -0.00001087 14 1.32471688 2.00000000 -0.00000461 1.32471541

【2】实验 2 利用简单迭代法和加速迭代法求解非线性方程的根,需要注意的是选取合适的 迭代初值以及收敛的迭代方式,实验结果如下:

实验 2.1: (用简单迭代法求解非线性方程 3)

实验 2.2: (分别用简单迭代法与加速迭代法求解非线性方程 4)

实验 2.3: (用简单迭代法与加速迭代法求解非线性方程 5)

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class4$ cd "/home/work1/ChenBodan/class4/" && g++ -std=c++11 2-1.cpp -larmadillo -o 2-1 && "/h
ome/work1/ChenBodan/class4/"2-1
简单迭代法
                    x(k+1)=1/2*sqrt(10-x(k)^2)
                               x(k+1)
1.28695377
                                                  |x(k)-x(k+1)|
0.21304623
                x(k)
            1.50000000
            1.28695377
                                1.40254080
                                                   0.11558704
            1,40254080
                               1.34545837
                                                   0.05708243
3
            1.34545837
                               1.37517025
                                                   0.02971188
            1.37517025
                               1.36009419
                                                   0.01507606
            1.36009419
                               1.36784697
                                                   0.00775277
5 6 7
            1.36784697
                               1.36388700
                                                   0.00395996
            1.36388700
                               1.36591673
                                                   0.00202973
8
            1.36591673
                               1.36487822
                                                   0.00103852
            1.36487822
                               1.36541006
1.36513782
                                                   0.00053184
10
            1.36541006
                                                   0.00027224
11
            1.36513782
                               1.36527721
                                                   0.00013939
12
            1.36527721
                               1.36520585
                                                   0.00007136
13
            1.36520585
                               1.36524238
                                                   0.00003653
            1.36524238
                               1.36522368
                                                   0.00001870
14
            1.36522368
                               1.36523326
                                                   0.00000958
                x(k+1)=sqrt(10/x(k)-4x(k))
 x(k) x(k+1)
                                                  |x(k)-x(k+1)|
cnt
                               0.81649658
            1.50000000
                                                   0.68350342
            0.81649658
1 2
                               2.99690881
                                                   2.18041222
            2,99690881
                    x(k+1)=x(k)-x(k)^3-4x(k)^2+10
                x(k)
                                 x(k+1)
                                                  |x(k)-x(k+1)|
cnt
                                                    2.37500000
7.60742188
            1.50000000
                               -0.87500000
             -0.87500000
                                6.73242188
            6.73242188
                               -469.72001200
                                                      476.45243388
             -469.72001200
                                  102754555.18738511
                                                              102755024.90739712
            102754555.18738511
                                        -1084933870531746352594944.00000000
                                                                                     1084933870531746486812672.00000000
NAN. 迭代不收敛
workl@ws1:~/ChenBodan/class4$ cd "/home/work1/ChenBodan/class4/" && g++ -std=c++11 2-2.cpp -larmadillo -o 2-2 && "/h
ome/work1/ChenBodan/class4/"2-2
                   x(k+1)=1/2*sqrt(10-x(k)^2)
简单迭代法
                x(k)
cnt
                                x(k+1)
                                                 |x(k)-x(k+1)|
            1.57079633
                               1.60000000
                                                  0.02920367
            1.60000000
                              1.57109247
                                                  0.02890753
            1.57109247
3
            1.59970682
                              1.57138260
                                                  0.02832421
            1.59941959
                              1.57166684
                                                  0.02775274
            1.57166684
                               1.59913819
            1.59913819
                              1.57194531
                                                  0.02719288
8
            1.57194531
                               1.59886251
            1.59886251
                              1.57221813
                                                  0.02664437
781
            1.58547705
                              1.58546660
                                                  0.00001045
782
783
            1 58546660
                               1 58547695
                                                  0 00001035
            1.58547695
                               1.58546671
                                                  0.00001024
            1.58546671
784
                              1.58547685
                                                  0.00001014
                               1.58546681
                                                  0.00001004
786
            1.58546681
                              1.58547674
                                                  0.00000994
加速迭代法
cnt
            1.57079633
                            1.60000000
                                              1.57109247
                                                               1.58547258
                                                                                    0.02920367
                            1.58547103
                                              1.58547256
                                                               1.58547180
            1.58547258
work1@ws1:~/ChenBodan/class4$ cd "/home/work1/ChenBodan/class4/" && g++ -std=c++11 2-3.cpp -larmadillo -o 2-3 && "/h
ome/work1/ChenBodan/class4/"2-3
                   x(k+1)=x^3-1
简单迭代法
                x(k)
                                 x(k+1)
                                                  |x(k)-x(k+1)|
            1.50000000
                               2.37500000
                                                  0.87500000
            2.37500000
                               12,39648438
                                                   10.02148438
                               1904.00277223
                                                      1891.60628786
            12.39648438
            1904.00277223
                                  6902441412.88919163
                                                              6902439508.88641930
                                        328857830399801008433274028032.00000000
            6902441412.88919163
                                                                                          32885783039980100843327402803
2.00000000
NAN,迭代不收敛
加速迭代法
                                                                                   |x(k)-x(k+1)|
                             y(k)
2.37500000
cnt
                x(k)
                                                 7(k)
                                                                  x(k+1)
            1.50000000
                                              12.39648438
                                                                 1.41629297
                                                                                      0.87500000
                                              5.23887278
2.31727068
            1.41629297
                            1.84092195
                                                                1.35565044
                                                                                     0.42462898
            1.35565044
                             1.49139828
                                                                1.32894878
                                                                                     0.13574783
3
            1.32894878
                            1.34706288
                                              1,44435123
                                                                1.32480449
                                                                                     0.01811411
            1.32480449
                             1.32517355
                                              1.32711729
                                                                1.32471799
            1.32471799
                             1.32471815
                                              1.32471898
                                                                1.32471796
                                                                                     0.00000016
【3】实验三中使用牛顿迭代法以及割线法求解非线性方程,可以看到,牛顿法用到了函数
```

【3】实验二中使用牛顿迭代法以及割线法求解非线性方程,可以看到,牛顿法用到了函数的一阶导数的信息,收敛速度较快,迭代精度较好,实验结果如下:

实验 3.1: (用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 3)

实验 3.2: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 4)

实验 3.3: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 5)

实验 3.4: (分别用牛顿迭代法与割线法求解非线性方程 2)

```
work1@ws1:~/ChenBodan/class4$ cd "/home/work1/ChenBodan/class4/" && g++ -std=c++11 3.cpp -larmadillo -o 3 && "/home/
work1/ChenBodan/class4/"3
                    f(x)=x^3+4x^2-10
Newton 迭代法
            x(k)
1.5000000
                                x(k+1)
1.3733333
                                                   |x(k)-x(k+1)|
0.1266667
0
            1.3733333
                                1.3652620
                                                     0.0080713
                                1.3652300
            1.3652620
                                                     0.0000320
3
            1.3652300
                                1.3652300
                                                     0.0000000
割线法
                                                                    |x(k)-x(k+2)|
                 x(k)
                                  x(k+1)
                                                   x(k+2)
cnt
                                2.0000000
1.2631579
                                                 1.2631579
1.3388278
             1.0000000
                                                                       0.2631579
              2.0000000
                                                                       0.6611722
              1.2631579
                                1.3388278
                                                 1.3666164
                                                                       0.1034585
              1.3388278
                                1.3666164
                                                                       0.0263841
                                                 1.3652119
              1.3666164
4
                                1.3652119
                                                 1.3652300
                                                                       0.0013864
                                1.3652300
                                                                       0.0000181
              1.3652119
                                                 1.3652300
6
              1.3652300
                                1.3652300
                                                 1.3652300
                                                                       0.0000000
                    f(x)=1.66+0.99\cos(x)
Newton 迭代法
            x(k)
1.5707963
                                  x(k+1)
                                                   |x(k)-x(k+1)|
                                1.5854715
                                                     0.0146752
            1.5854715
                                1.5854718
                                                     0.0000003
割线法
                                                                    |x(k)-x(k+2)|
                 x(k)
                                  x(k+1)
                                                   x(k+2)
cnt
                                2.0000000
1.5829309
                                                                      0.5829309
0.4144881
             1.0000000
                                                 1.5829309
              2.0000000
                                                 1.5855119
              1.5829309
                                1.5855119
                                                 1 5854718
                                                                       0.0025409
                                                                       0.0000401
                                1.5854718
              1.5855119
                                                 1.5854718
4
              1.5854718
                                1.5854718
                                                 1.5854718
                                                                       0.0000000
                   f(x)=x^3-x-1
Newton 迭代法
            x(k)
1.5000000
                                                    |x(k)-x(k+1)|
0.1521739
                                  x(k+1)
                                1.3478261
0
             1.3478261
                                1.3252004
                                                      0.0226257
2
             1.3252004
                                1.3247182
                                                      0.0004822
3
             1.3247182
                                1.3247180
                                                      0.0000002
割线法
                                                                     |x(k)-x(k+2)|
                 x(k)
                                  x(k+1)
                                                    x(k+2)
cnt
              1.0000000
                                2.0000000
                                                 1.1666667
                                                                        0.1666667
                                                                       0.7468880
              2,0000000
                                1.1666667
                                                 1.2531120
              1.1666667
                                1.2531120
                                                 1.3372064
                                                                       0.1705398
3
              1,2531120
                                1.3372064
                                                 1.3238501
                                                                       0.0707381
                                1.3238501
                                                  1.3247079
                                                                       0.0124985
5
              1.3238501
                                1.3247079
                                                 1.3247180
                                                                       0.0008679
                                1.3247180
                                                  1.3247180
                                                                        0.0000100
              1.3247079
              1.3247180
                                1.3247180
                                                 1.3247180
                                                                       0.0000000
                    f(x)=e^{(-10x)-1}
Newton 迭代法
                 x(k)
                                  x(k+1)
                                                    |x(k)-x(k+1)|
cnt
             -0.5100000
                                                      0.0993903
1
             -0.4106097
                                -0.3122569
                                                      0.0983528
                                -0.2166613
                                                      0.0955956
3
             -0.2166613
                                -0.1281178
                                                      0.0885435
             -0.1281178
5
            -0.0558888
                                -0.0130732
                                                      0.0428155
             -0.0130732
                                 -0.0008185
                                                      0.0122548
             -0.0008185
                                -0.0000033
                                                      0.0008152
8
              -0.0000033
                                 -0.0000000
                                                      0.0000033
割线法
                                                                     |x(k)-x(k+2)|
cnt
                 x(k)
                                  x(k+1)
                                                    x(k+2)
                                                 0.4839484
              -0.5100000
                                0.4900000
                                                                       0.9939484
              0.4900000
                                0.4839484
                                                  -12,4397359
                                                                        12,9297359
              0.4839484
                                -12,4397359
                                                   0.4839484
```

### 实验分析与总结:

通过本次实验,我进一步熟悉了个人电脑上 C++代码的编写与调试,服务器上的代码编译与运行;熟悉了求解非线性方程的区间逼近法(二分法、试值法),不动点迭代法(简单迭代法、加速迭代法),和牛顿类迭代法(牛顿迭代法、割线法);了解了以上方法的算法的稳定性与收敛速度特点;熟悉了高阶迭代法在处理特殊病态问题时的收敛性问题,体会二分法作为外部嵌套迭代算法的必要性。

具体来说,实验1中5个实验分别用二分法和试值法求解一元非线性方程的根,比较二者的求解效率以及稳定性等;可以发现,试值法在大部分情况下效率比二分法要好,但是在某些特殊情况下也可能不收敛;

实验2利用简单迭代法和加速迭代法求解非线性方程的根,需要注意的是选取合适的 迭代初值以及收敛的迭代方式;

实验三中使用牛顿迭代法以及割线法求解非线性方程,可以看到,牛顿法用到了函数的

一阶导数的	信息,	收敛速度较快,	迭代精度较好。

注: 若填写内容较多, 可在背面继续填写。