北京航空航天大学数学科学学院实验报告

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 课程名称：科学计算通识实验课 | | 实验名称：常微分方程的初值问题 | |
| 实验类型： 演示性实验□ 验证性实验□ 综合性实验☑ 设计性实验□ | | | |
| 班级：180921 | 姓名：幸天驰 | | 学号：18377432 |
| 实验日期： 2021.7.16 | 指导教师：冯成亮 | | 实验成绩： |
| 实验环境：（所用仪器设备及软件）  Windows + Visual Studio 2019, Ubuntu 18.04.1 + g++ | | | |
| 实验目的与实验内容：  【目的要求】  通过本实验使学生进一步熟悉个人电脑上C++代码的编写与调试，服务器上的代码编译与运行；了解常微分方程初值问题求解中的微分-积分算法设计基本思想，熟练掌握求解一维常微分方程的向前欧拉方法、向后欧拉方法和梯形方法，了解它们对步长h的稳定性要求；了解对欧拉方法的精度改进过程，掌握休恩方法（二级迭代法）的求解过程；了解龙格库塔（R-K）方法的构造思路，掌握使用二级、三级和四级R-K方法求解常微分方程的能力。  【实验内容】  实验1.1：（向前欧拉法求解常微分方程1）  使用向前欧拉法（显式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…，1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。    实验1.2：（向后欧拉法求解常微分方程1）（可小组完成）  使用向后欧拉法（隐式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…,1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。    实验1.3：（预估-修正法向后欧拉法求解常微分方程1）（可小组完成）  使用预估-修正法（迭代欧拉法）（显式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…，1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。1e-6    实验2.1：（二级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）  使用二级龙格库塔（R-K）法（显式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…，1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。    实验2.2：（三级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）  使用三级龙格库塔（R-K）法（显式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…，1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。    实验2.3：（四级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）  使用四级龙格库塔（R-K）法（显式），分别用步长h= 1,1/2,1/4，…，1/64求解常微分方程在区间[0,3]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。    实验3.1：（四级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程组2）（小组完成）  使用四级龙格库塔（R-K）法（显式），用步长h= 0.02求解常微分方程组在区间[0.0,0.2]上的初值问题，并比较它们的绝对误差。 | | | |
| 实验过程与结果：  每个实验中，根据不同步长的选择，分别输出了在右端点的数值近似值和误差。  **实验1.1：（向前欧拉法求解常微分方程1）**    **实验1.2：（向后欧拉法求解常微分方程1）**    **实验1.3：（预估-修正法向后欧拉法求解常微分方程1）**  预估修正法通过显示Euler法进行预估，在通过隐式梯形法进行不动点的迭代修正，误差明显较向前向后Euler法减小。    **实验2.1：（二级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）**  利用改进后的Euler法（二级二阶R-K方法）计算不同步长下的常微分方程数值解。    **实验2.2：（三级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）**  利用改进后的Kutta法（三级三阶R-K方法）计算不同步长下的常微分方程数值解。    **实验2.3：（四级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程1）**    **实验3.1：（四级龙格库塔（R-K）法求解常微分方程组2）**  利用四级四阶龙格库塔法求解二元常微分方程组，并输出了右积分端点处（t=3）的近似值，及二范数意义下的误差. | | | |
| 实验分析与总结：  本次实验中，我们学习了求解常微分方程初值问题的微分-积分算法设计基本思想  实现了求解一维常微分方程的单步方法——向前欧拉方法、向后欧拉方法和梯形方法。随着步长h的减小，数值解的误差逐渐减小。向后欧拉方法精度高于向前欧拉法，预报校正格式的精度高于向后欧拉法。  我们还实现了常用的二级二阶、三级三阶及四级四阶龙格库塔法，相同步长下精度比向前向后欧拉法更高，且R-K的级数越高精度也越高。对于二维常微分方程组，我们也同样可以使用R-K法进行数值计算，只是多一个维度而已。 | | | |