第八讲 图（下）

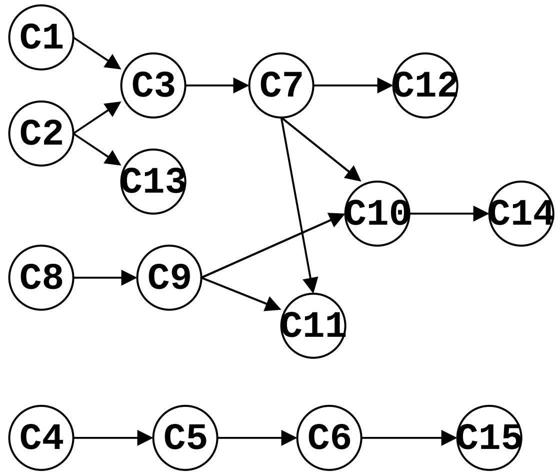
浙江大学 陈 越

浙江大学计算机科学与技术学院

8.2 拓扑排序

例：计算机专业排课

课程号	课程名称	预修课程
C1	程序设计基础	无
C2	离散数学	无
C3	数据结构	C1, C2
C4	微积分（一）	无
C5	微积分（二）	C4
C6	线性代数	C5
C7	算法分析与设计	C3
C8	逻辑与计算机设计基础	无
C9	计算机组成	C8
C10	操作系统	C7, C9
C11	编译原理	C7, C9
C12	数据库	C7
C13	计算理论	C2
C14	计算机网络	C10
C15	数值分析	C6

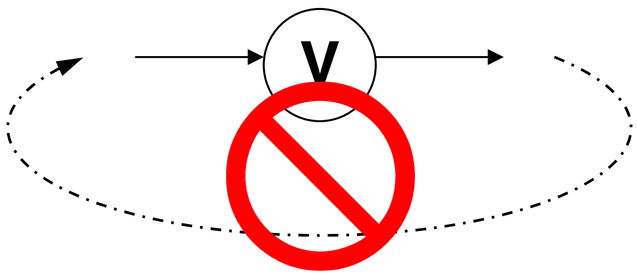


AOV (Activity On Vertex)

网络

拓扑排序

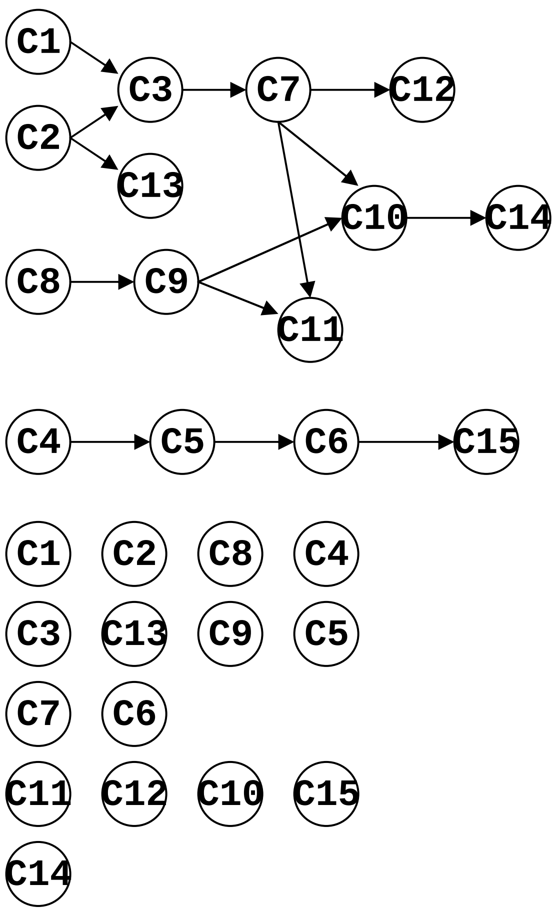
- 拓扑序：如果图中从V到W有一条有向路径，则V一定排在W之前。满足此条件的顶点序列称为一个拓扑序
- 获得一个拓扑序的过程就是拓扑排序
- AOV如果有合理的拓扑序，则必定是有向无环图（Directed Acyclic Graph, DAG）



V必须在V开始之前结束

算法

课程号	课程名称	预修课程
C1	程序设计基础	无
C2	离散数学	无
C3	数据结构	C1, C2
C4	微积分（一）	无
C5	微积分（二）	C4
C6	线性代数	C5
C7	算法分析与设计	C3
C8	逻辑与计算机设计基础	无
C9	计算机组成	C8
C10	操作系统	C7, C9
C11	编译原理	C7, C9
C12	数据库	C7
C13	计算理论	C2
C14	计算机网络	C10
C15	数值分析	C6



算法

```
void TopSort()
{  for ( cnt = 0; cnt < |V|; cnt++ ) {
        V = 未输出的入度为0的顶点;  /* O(|V|) */
        if ( 这样的V不存在 ) {
            Error ( “图中有回路” );
            break;
        }
        输出V，或者记录V的输出序号;
        for ( V 的每个邻接点 W )
            Indegree[W]--;
   }
}
```

$T = O(\ |V|^2\ )$

聪明的算法

- 随时将入度变为0的顶点放到一个容器里

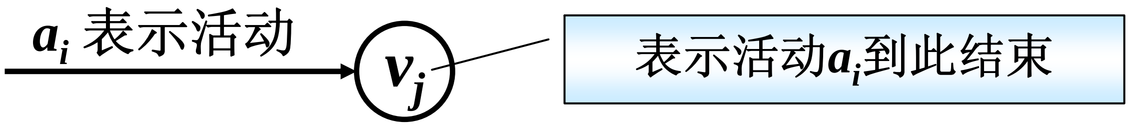
```
void TopSort()
{ for ( 图中每个顶点 V )
    if ( Indegree[V]==0 )
      Enqueue( V, Q );
  while ( !IsEmpty(Q) ) {
    V = Dequeue( Q );
    输出V，或者记录V的输出序号; cnt++;
    for ( V 的每个邻接点 W )
      if ( --Indegree[W]==0 )
        Enqueue( W, Q );
  }
  if ( cnt != |V| )
    Error( “图中有回路” );
}
```

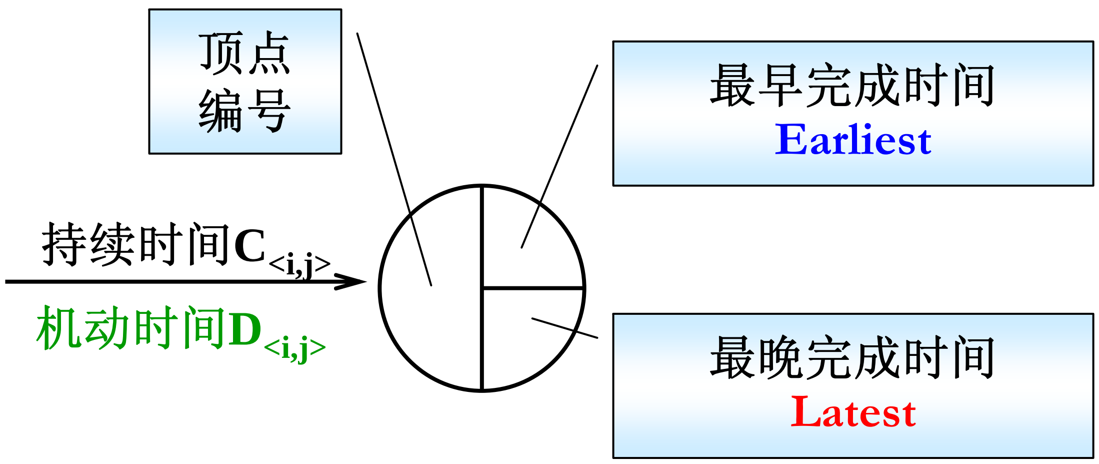
$T = O(\,|V| + |E|\,)$

此算法可以用来检测有向图是否DAG

关键路径问题

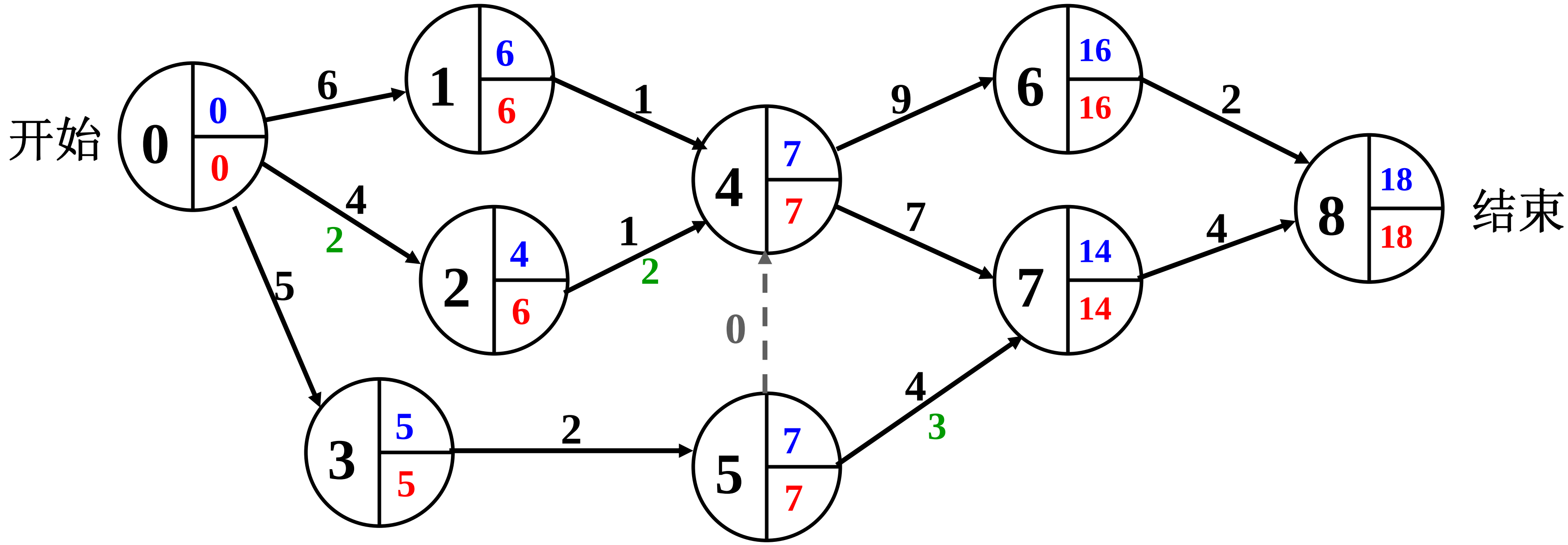
- **AOE (Activity On Edge) 网络**
  - 一般用于安排项目的工序





关键路径问题

由绝对不允许延误的活动组成的路径



问题1：整个工期有多长？ Earliest[8] = 18

Earliest[0] = 0;

$$\text{Earliest}[j] = \max_{<i,j>\in E} \{ \text{Earliest}[i]+C_{<i,j>} \};$$

问题2：哪几个组有机动时间？ $D_{<i,j>} = \text{Latest}[j]-\text{Earliest}[i]-C_{<i,j>}$

Latest[8] = 18;

$$\text{Latest}[i] = \min_{<i,j>\in E} \{ \text{Latest}[j]-C_{<i,j>} \};$$