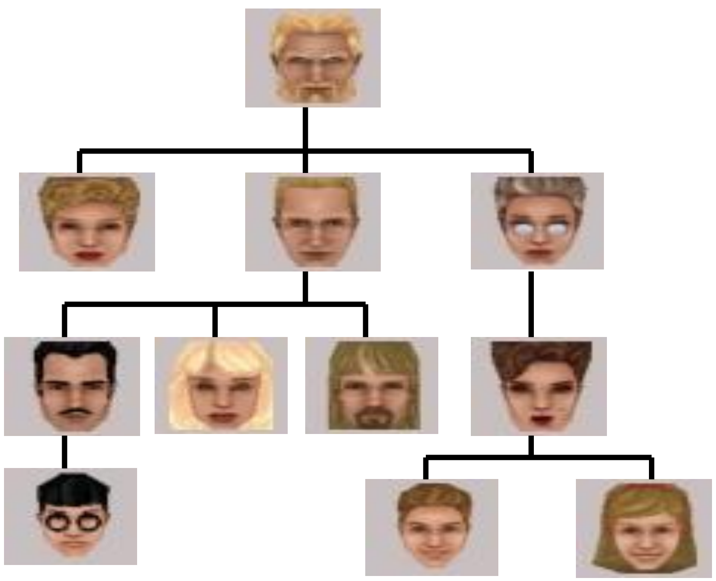
3.1 树与树的表示

什么是树

客观世界中许多事物存在层次关系

- 人类社会家谱
- 社会组织结构
- 图书信息管理



什么是树

分层次组织在管理上具有更高的效率!

数据管理的基本操作之一：查找

如何实现有效率的查找？

查找（Searching）

查找：根据某个给定关键字*K*，从集合*R*中找出关键字与*K*相同的记录

静态查找：集合中记录是固定的

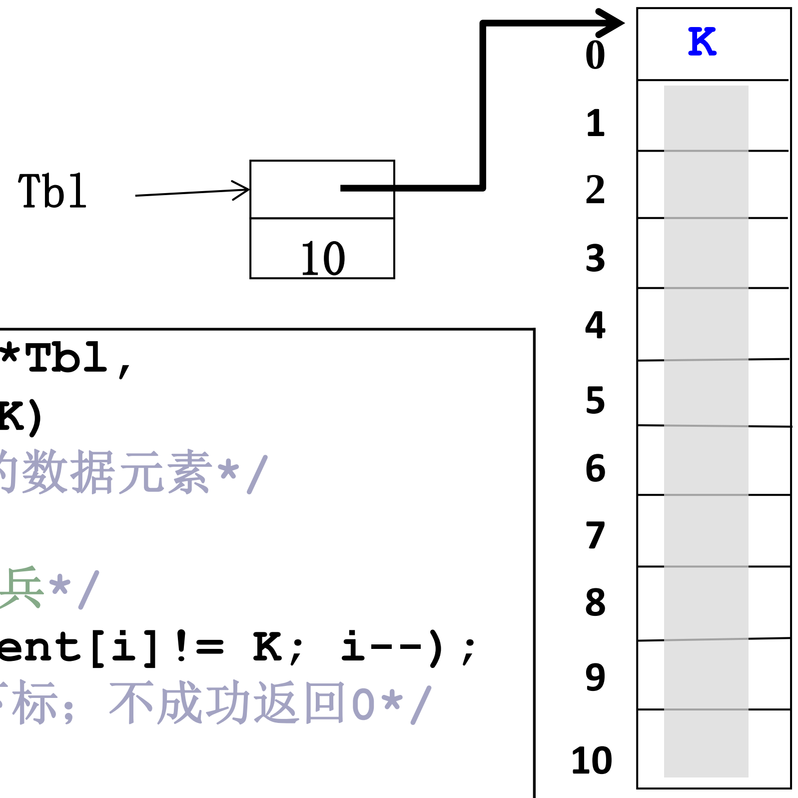
- 没有插入和删除操作，只有查找

动态查找：集合中记录是动态变化的

- 除查找，还可能发生插入和删除

静态查找

方法1：顺序查找




```
int SequentialSearch (StaticTable *Tbl,
                      ElementType K)
{ /*在表Tbl[1]~Tbl[n]中查找关键字为K的数据元素*/
    int i;
    Tbl->Element[0] = K;    /*建立哨兵*/
    for(i = Tbl->Length; Tbl->Element[i]!= K; i--);
    return i; /*查找成功返回所在单元下标；不成功返回0*/
}
```

顺序查找算法的时间复杂度为$O(n)$。

方法2：二分查找（Binary Search)

❖ 假设n个数据元素的关键字满足有序（比如：小到大）

$$k_1 < k_2 < \cdots < k_n$$

并且是连续存放（数组），那么可以进行二分查找。

[例] 假设有13个数据元素，按关键字由小到大顺序存放.
二分查找关键字为444的数据元素过程如下：

5	16	39	45	51	98	100	202	226	321	368	444	501
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
left						mid						right

1、left = 1, right = 13; mid = (1+13)/2 = 7: 100 < 444;

2、left = mid+1=8, right = 13; mid = (8+13)/2 = 10: 321 < 444;

3、left = mid+1=11, right = 13; mid = (11+13)/2 = 12: 查找结束;

[例] 仍然以上面13个数据元素构成的有序线性表为例
二分查找关键字为 43 的数据元素如下：

5	16	39	45	51	98	100	202	226	321	368	444	501
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
↑ left						↑ mid						↑ right

1、left = 1, right = 13; mid = (1+13)/2 = 7:   100 > 43;

2、 left = 1, right = mid-1= 6; mid = (1+6)/2 = 3:   39 < 43;

3、left = mid+1=4, right = 6; mid = (4+6)/2 = 5:   51 > 43;

4、left = 4, right = mid-1= 4; mid = (4+4)/2 = 4:   45 > 43;

5、left = 4, right = mid-1= 3; left > right ?   查找失败，结束;

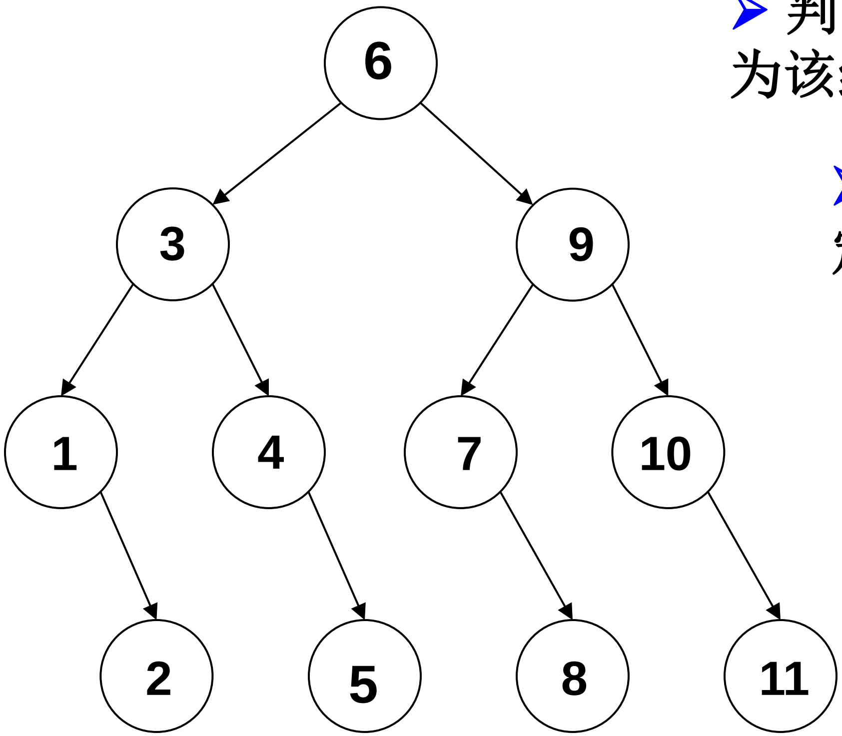
二分查找算法

```
int  BinarySearch ( StaticTable * Tbl, ElementType K)
{   /*在表Tbl中查找关键字为K的数据元素*/
    int left, right, mid, NoFound=-1;

    left = 1;                    /*初始左边界*/
    right = Tbl->Length;         /*初始右边界*/
    while ( left  <= right )
    {
        mid = (left+right)/2;    /*计算中间元素坐标*/
        if( K < Tbl->Element[mid])        right = mid-1;    /*调整右边界*/
        else if( K > Tbl->Element[mid])  left = mid+1;      /*调整左边界*/
        else  return  mid;       /*查找成功，返回数据元素的下标*/
    }
    return  NotFound;            /*查找不成功，返回-1*/
}
```

- 二分查找算法具有对数的时间复杂度O(logN)

❖ 11个元素的二分查找判定树



- 判定树上每个结点需要的查找次数刚好为该结点所在的层数;
  - 查找成功时查找次数不会超过判定树的深度
    - n个结点的判定树的深度为$[\log_2 n]+1$.
    - ASL = (4*4+4*3+2*2+1)/11 = 3

二分查找的启示?

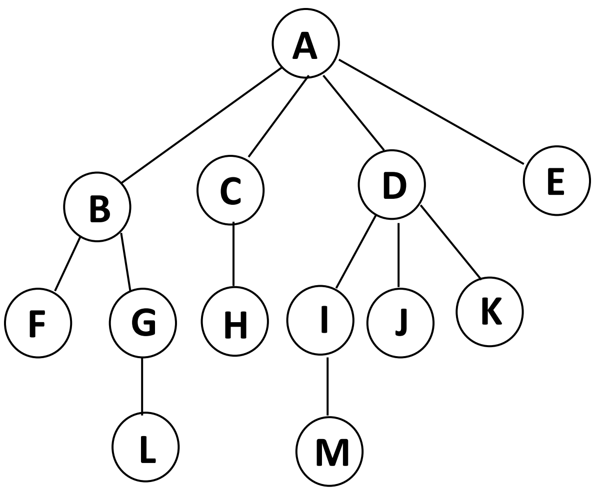
树的定义

树（Tree）：n（n≥0）个结点构成的有限集合。

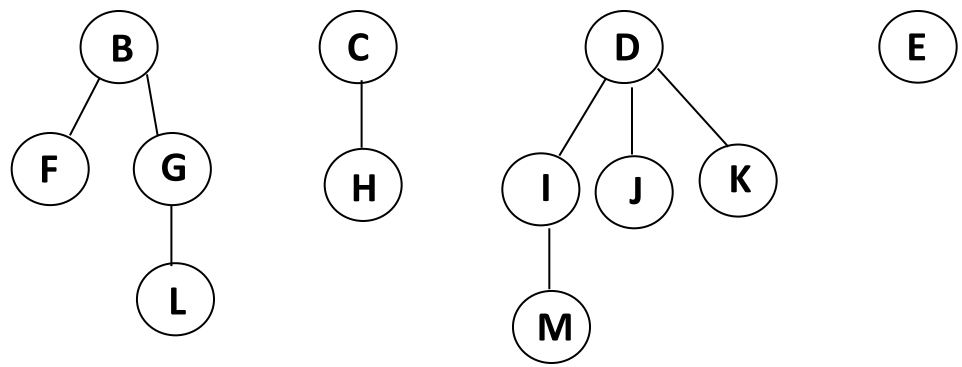
当n=0时，称为空树；

对于任一棵非空树（n> 0），它具备以下性质：

- 树中有一个称为“根（Root）”的特殊结点，用 *r* 表示；
- 其余结点可分为m(m>0)个互不相交的有限集T_1，T_2，… ，T_m，其中每个集合本身又是一棵树，称为原来树的“子树（SubTree）”

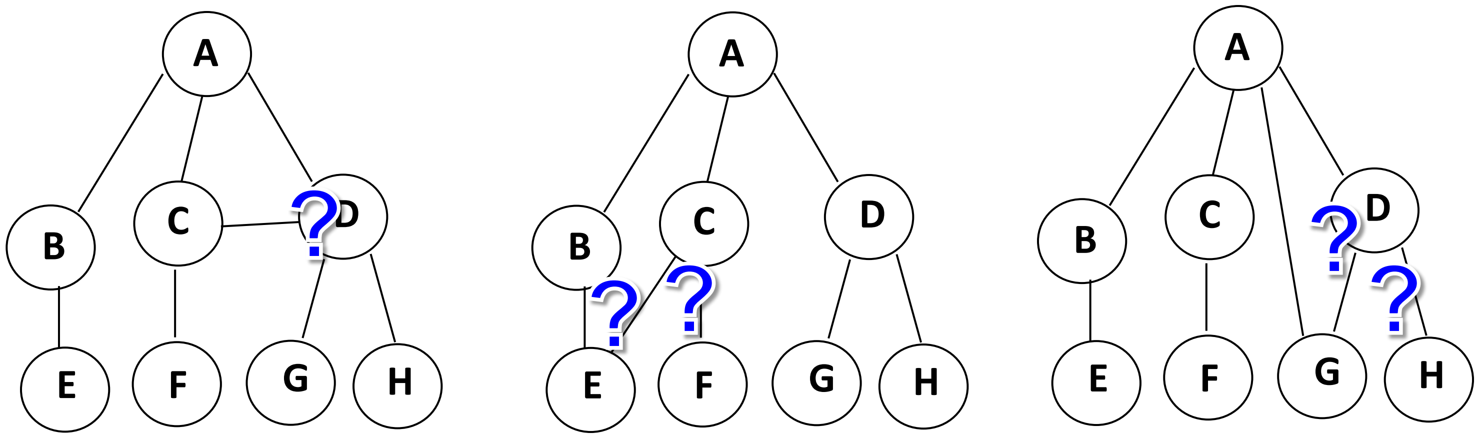


(a) 树*T*

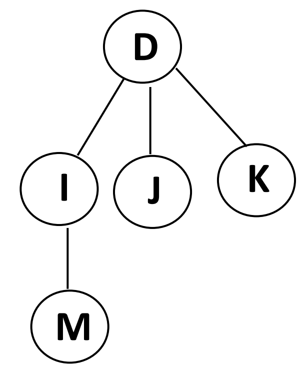


(b) 子树T_{A1}　(c) 子树T_{A2}　(d) 子树T_{A3}　(e)子树T_{A4}

❖ 树与非树?

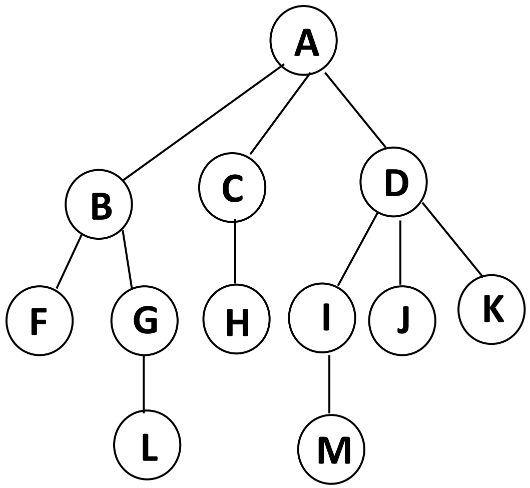


- 子树是不相交的；
- 除了根结点外，每个结点有且仅有一个父结点；
- 一棵N个结点的树有N-1条边。



❖ 树的一些基本术语

1. 结点的度（**Degree**）：结点的子树个数
2. 树的度：树的所有结点中最大的度数
3. 叶结点（**Leaf**）：度为**0**的结点
4. 父结点（**Parent**）：有子树的结点是其子树的根结点的父结点
5. 子结点（**Child**）：若**A**结点是**B**结点的父结点，则称**B**结点是**A**结点的子结点；子结点也称孩子结点。
6. 兄弟结点（**Sibling**）：具有同一父结点的各结点彼此是兄弟结点。



❖ 树的一些基本术语

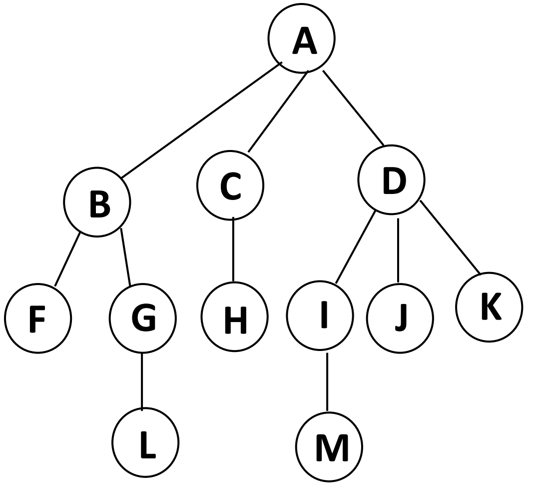
7. 路径和路径长度：从结点n_1到n_k的路径为一个结点序列$n_1, n_2, \ldots, n_k$, n_i是 n_{i+1}的父结点。路径所包含边的个数为路径的长度。

9. 祖先结点(Ancestor)：沿树根到某一结点路径上的所有结点都是这个结点的祖先结点。

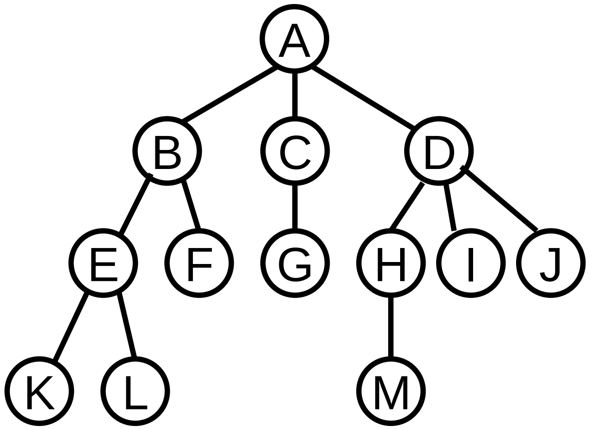
10. 子孙结点(Descendant)：某一结点的子树中的所有结点是这个结点的子孙。

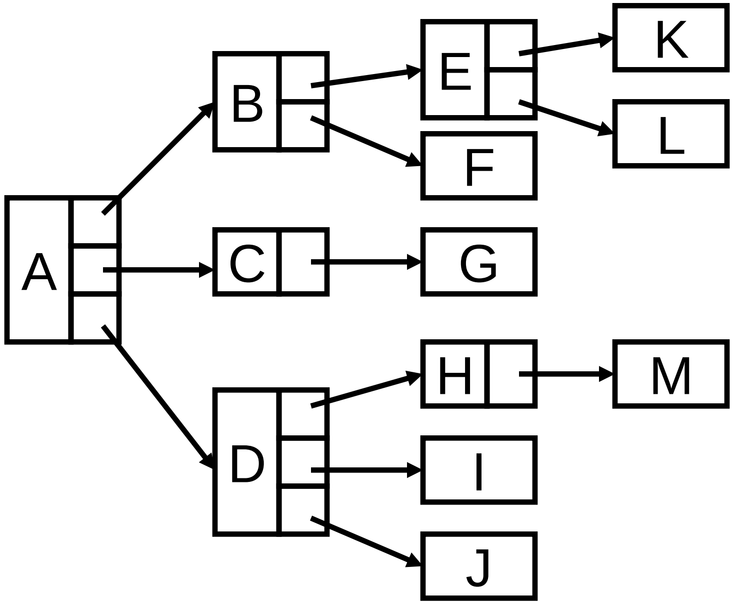
11. 结点的层次（Level）：规定根结点在1层，其它任一结点的层数是其父结点的层数加1。

12. 树的深度（Depth）：树中所有结点中的最大层次是这棵树的深度。

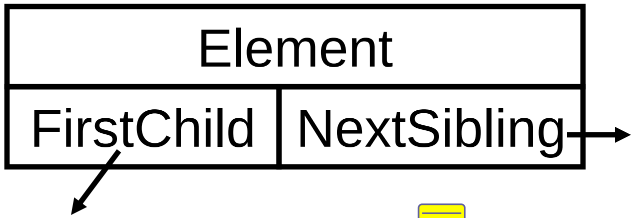


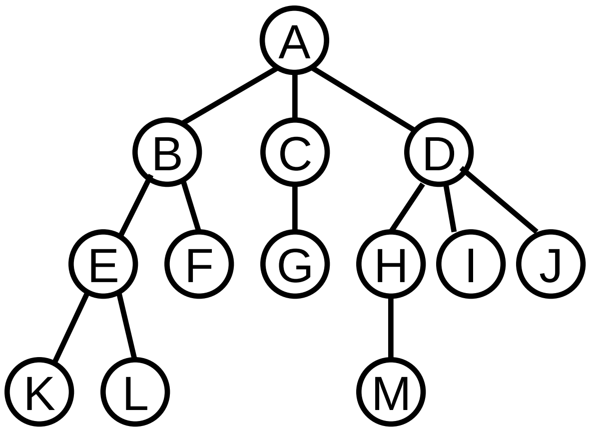
树的表示

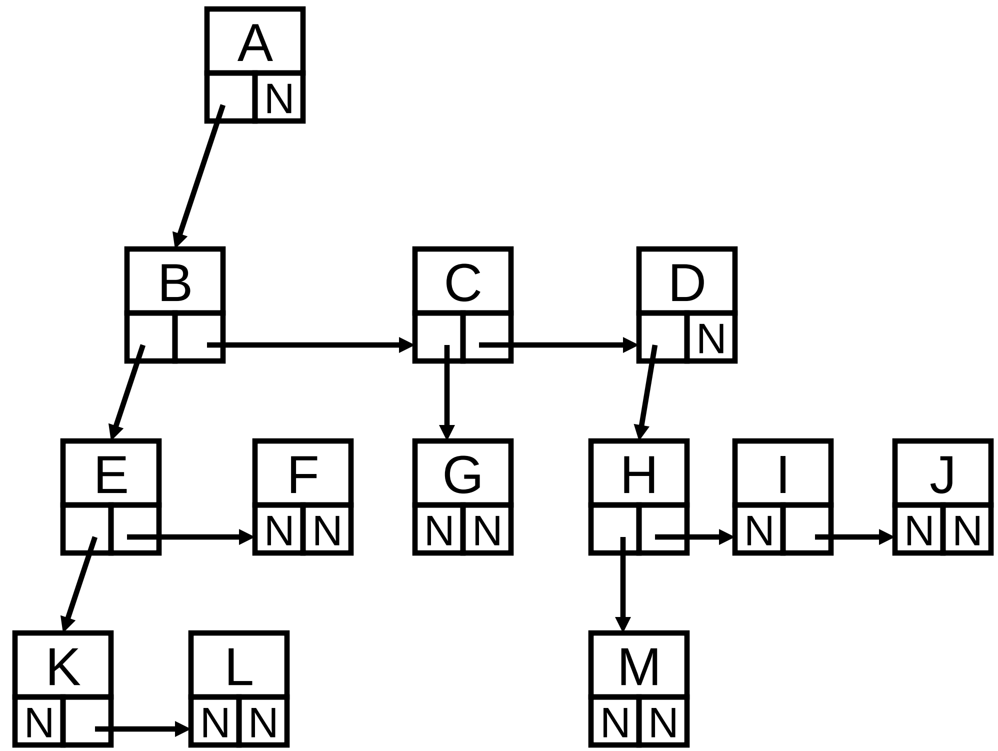


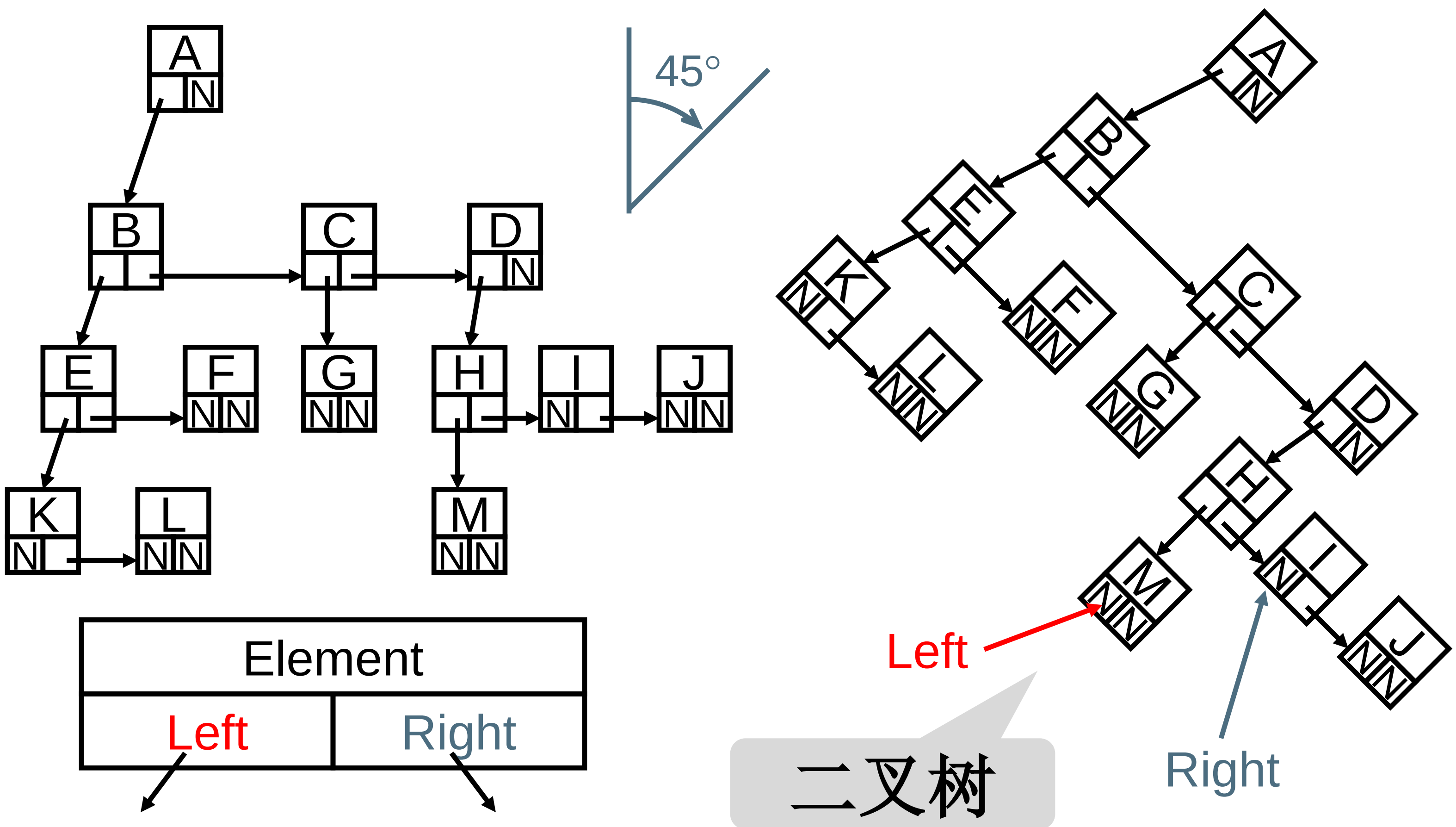


❖ 儿子-兄弟表示法


Element
FirstChild
NextSibling


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M


A
N
B
C
D
N
E
F
N N
G
N N
H
I
N
J
N N
K
N
L
N N
M
N N



A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
Element
Left
Right
45°
二叉树
Left
Right