1 Aplicações Matemáticas através de Atividades

Vamos realizar algumas atividades no *Geogebra* de modo a explorar alguns conteúdos matemáticos, dentre eles, a Geometria Euclidiana e o estudo de Funções.

1.1 Geometria Euclidiana

Exercício 1 Desenhe uma circunferência circunscrita a um triângulo.

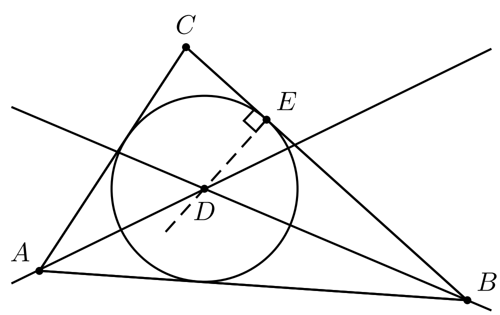

Figura 1.1: O incentro é o ponto de encontro das bissetrizes.

1) Desenhe um triângulo qualquer;
2) Trace suas bissetrizes;
3) Marque o ponto D de intersecção das bissetrizes;
4) Trace uma reta perpendicular a um dos lados do triângulo passando por D;
5) Marque o ponto E de intersecção da nova reta com o lado do triângulo;
6) Trace a circunferência de centro D e raio E.

Exercício 2 Desenhe uma reta tangente a uma circunferência, o raio e o indique o ângulo reto.

1) Trace uma circunferência qualquer;
2) Marque um ponto P fora da circunferência; para renomear um objeto clique com o botão direito do mouse em cima do objeto e escolha **Renomear**;
3) Trace as retas tangentes a circunferência passando por P;
4) Oculte uma das retas; para isso, clique com o botão direito em cima da reta e desative a opção **Exibir Objeto**;

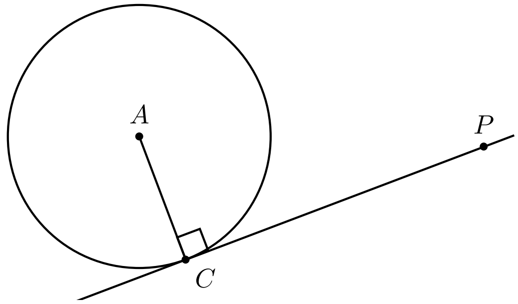

Figura 1.2: Reta tangente a circunferência.

5) Trace uma perpendicular à outra reta passando pelo centro da circunferência;

6) Marque o ponto C de intersecção das duas retas;

7) Oculte esta reta que passa pelo centro e trace um segmento de reta do centro ao ponto C, indicando o raio;

8) Com o ícone **Ângulo** marque o ângulo de $90°$.

Exercício 3 Divisão de um segmento em n partes iguais.

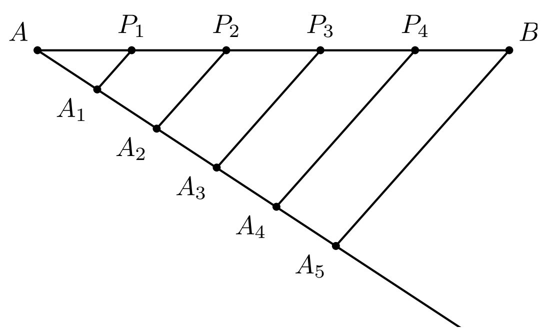

Figura 1.3: Divisão de segmento.

1) Trace um segmento de reta $\overline{AB}$;

2) Trace uma semi-reta tendo o ponto A como origem;

3) Usando círculos, divida a semi-reta em n partes iguais; e determine suas intersecções; (neste exemplo, vamos dividir em 5 partes iguais);

4) Trace um segmento de reta do último ponto obtido até o ponto B; (oculte os círculos se preferir);

5) Trace retas paralelas a esta última passando pelos pontos de intersecção encontrados na semi-reta;

6) A divisão do segmento de reta $\overline{AB}$ se dá pela interseccção dessas retas com o segmento.

Exercício 4 Arco Capaz: Sejam dois pontos A e B sobre um círculo. Para todo ponto E sobre um dos arcos, o ângulo $\widehat{AEB} = \theta$ é constante. Este arco chama-se *arco capaz do ângulo θ sobre o segmento $\overline{AB}$*.

1) Trace um segmento de reta $\overline{AB}$;

2) Trace uma semi-reta tendo o ponto A como origem; este será o nosso ângulo, compreendido entre o segmento $\overline{AB}$ e a semi-reta;

3) Trace a mediatriz do segmento $\overline{AB}$;

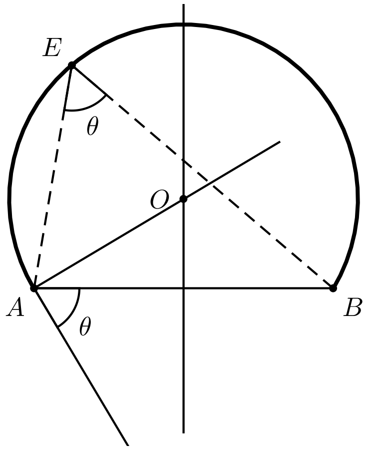

Figura 1.4: Arco Capaz

4) Trace uma perpendicular a semi-reta passando pelo ponto A;

5) Marque o ponto O de intersecção entre a nova reta e a mediatriz; este será o centro do arco capaz;

6) Trace o arco de centro O e abertura BA nesta ordem, ou seja, no sentido anti-horário.

Exercício 5 Razão Áurea e Pentágono: Sejam um segmento $\overline{AB}$ e um ponto P entre A e B. O *segmento áureo* de AB possui a seguinte propriedade:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$$

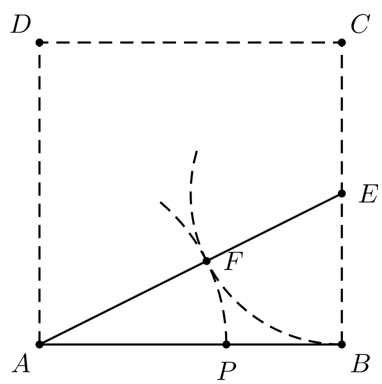

Figura 1.5: AP é o segmento áureo.

1) Desenhe um quadrado $ABCD$;

2) Marque E o ponto médio de $\overline{BC}$;

3) Trace o segmento de reta $\overline{AE}$;

4) Trace uma circunferência de centro em E e raio EB;

5) Marque o ponto F de intersecção da circunferência com o segmento AE;

6) Trace uma circunferência de centro em A e raio AF;

7) Marque o ponto P de intersecção da circunferência com o segmento AB;

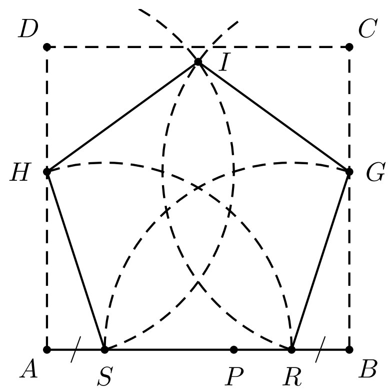

Figura 1.6: Pentágono

Para desenhar o pentágono:

1. Marque R o ponto médio do segmento $\overline{PB}$;
2. Clique no ícone **"Compasso"**, em seguida clique em R e depois em B, e então transporte a medida para o ponto A;
3. A partir da nova circunferência marque o ponto S de intersecção com o segmento $\overline{AB}$;
4. Trace uma circunferência de centro em R e raio RS;
5. Trace uma circunferência de centro em S e raio SR;
6. Marque o ponto G de intersecção da circunferência com o segmento $\overline{BC}$;
7. Marque o ponto H de intersecção da outra circunferência com o segmento $\overline{AD}$;
8. Trace o segmento $\overline{HS}$;
9. Trace o segmento $\overline{SR}$;
10. Trace o segmento $\overline{RG}$;
11. Limpe o desenho ocultando as circunferências existentes, e veja que já temos 3 lados do pentágono;
12. Trace uma circunferência de centro em G e raio GR;
13. Trace uma circunferência de centro em H e raio HS;
14. Marque o ponto I de intersecção das duas circunferências;
15. Complete o pentágono.

1.2 Funções

Exercício 6 Função explícita: São todas as funções reais do tipo $y = f(x)$.

Considere o gráfico da função $f(x) = \dfrac{2x^2 + x}{x}$. Simplificando a expressão, temos

$$\frac{2x^2 + x}{x} = \frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x}$$
$$\Rightarrow f(x) = 2x + 1$$

ou seja, apesar do gráfico de $f(x)$ ser uma reta a função não está definida para $x = 0$. Conforme mostra a Fig. 1.7.

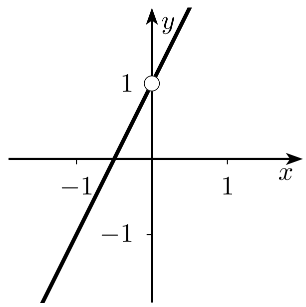

Figura 1.7: O domínio de $f(x)$ é todo x real, exceto o zero.

O *Geogebra* não insere o ponto que está na Fig. 1.7, este foi colocado manualmente; ele mostra uma reta aparentemente contínua no ponto $x = 0$, o que de fato não acontece. Está aí um momento para questionar sobre a veracidade das informações fornecidas pelo computador, ou seja, como visualmente não é possível verificar se a função é contínua ou não, cabe ao professor discutir este problema com os alunos de modo a terem uma visão crítica das definições e propriedades de funções, ou seja, não deixar de lado o conhecimento adquirido ao estudar as teorias matemáticas.

Exercício 7 Já vimos um exemplo da variação dos coeficientes do gráfico da função quadrática. Veremos agora um caso mais geral para qualquer tipo de função real:

1) Na linha de comando digite: `Função[sin(x),-10,10]`;

2) Em seguida, digite `a=1`, depois `b=1`, `c=1` e `d=1`; para exibir cada um desses seletores na tela, na *Janela de Álgebra* clique em cima da bolinha branca que aparece na frente de cada um deles;

3) Depois digite: `g(x)=a*f(b*x + c) + d`;

4) E varie os coeficientes observando o comportamento do gráfico em cada situação.

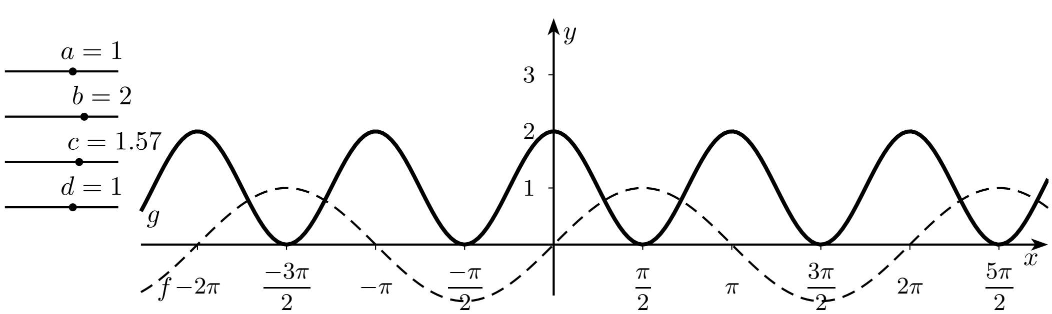

Figura 1.8: g obtida a partir da f.

Para configurar o eixo x para a escala de π.

i) Clique com o botão direito do mouse exatamente em cima do eixo x;

ii) Escolha *Propriedades*;

iii) Ative a caixa *Distância* e do lado direito dela escolha $\pi/2$.

Se quiser você pode mudar a função `sin(x)` para qualquer outra. Experimente `x^2`. E varie os coeficientes.

Exercício 8 Vamos animar uma reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \text{sen}x$ no ponto P.

1) Digite `a=1`;

2) Digite `y=sin(x)`;

3) Digite `P=(a,f(a))`;

4) Usando o ícone **"Tangentes"**, clique no ponto P, depois no gráfico;

5) Para animar, clique com o botão direito em cima do seletor `a` e escolha *Animação Ativada*. Irá aparecer um ícone de *Play* na parte inferior da tela.

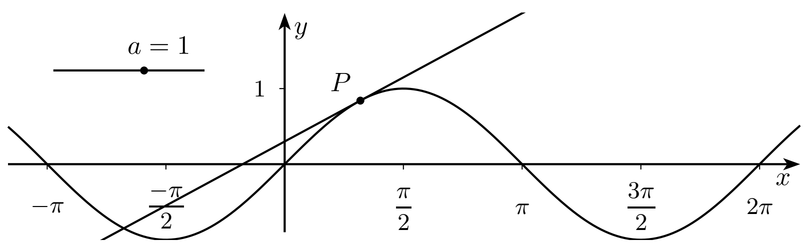

Figura 1.9: Animação da reta tangente ao gráfico.