

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
*LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA*

## Prática de Ensino de Matemática I

### Geometria Dinâmica: a potencialidade do software *Geogebra* no estudo de conteúdos matemáticos

**Docente**

Prof. Dr. Sérgio Antonio Wielewski

**Discente**

Régis da Silva Santos

Cuiabá, Junho de 2009

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Objetivos . . . . .	2
1.2	Metodologia . . . . .	2
1.3	Cronograma . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Geometria Dinâmica</b>	<b>3</b>
2.1	O software Geogebra . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Recursos do Geogebra</b>	<b>4</b>
3.1	Software Interativo . . . . .	5
3.2	Manipulação Direta . . . . .	6
3.3	Software Geométrico . . . . .	7
3.4	Software Algébrico . . . . .	8
3.5	Exportando Figuras . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Aplicações Matemáticas através de Atividades</b>	<b>10</b>
4.1	Geometria Euclidiana . . . . .	10
4.2	Funções . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>16</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>17</b>

A oficina “*Geometria Dinâmica: a potencialidade do software Geogebra no estudo de conteúdos matemáticos*” é uma iniciativa que visa o uso do software *Geogebra* como uma ferramenta que auxilie no processo de ensino-aprendizagem nas escolas.

Para isto estudaremos aqui os recursos que o *Geogebra* oferece e quais são suas potencialidades ao associá-las com conteúdos matemáticos. Veremos exemplos de *geometria plana* e *gráficos de funções*. E, através da *geometria dinâmica*, estudaremos o comportamento dos objetos de maneira interativa.

## 1.1 Objetivos

- Conhecer os recursos do software *Geogebra*;
- Explorar o dinamismo oferecido pelo software;
- Estudar quais conteúdos matemáticos podem ser aplicados no software;
- Desenvolver algumas atividades relacionadas a geometria plana e a gráfico de funções;
- Usar a geometria dinâmica como um fator motivador para o ensino e aprendizado de geometria plana e de funções;
- Usar o *Geogebra* como uma ferramenta de produção de materiais, por exemplo, apostilas.

## 1.2 Metodologia

A intenção é que os alunos explorem a potencialidade do *Geogebra* relacionando-os com conteúdos matemáticos. Mas como teremos pouco tempo disponível, faremos uma breve apresentação do software mostrando os ícones, comandos e opções de configuração disponíveis. Em seguida, os alunos deverão tentar fazer as atividades que estão no Cap. 4 e relacionar as técnicas usadas para desenhar as figuras com as propriedades geométricas envolvidas. E após construir as figuras, os alunos deverão, de forma interativa, alterar a posição de pontos, retas e outros elementos de modo a verificar o que acontece com as figuras e suas propriedades.

Após as figuras geométricas, os alunos irão visualizar gráficos de funções e ver o que acontece ao variar os coeficientes das funções.

E por fim, verão como exportar as figuras para que futuramente possam ser usadas em outros programas, tanto para impressão quanto para produção de apostilas e/ou outros materiais.

## 1.3 Cronograma

A oficina será realizada no dia 26 de Junho de 2009 das 13:30 h às 15:30 h no Laboratório de Informática com os alunos da “Prática de Ensino I”.

O termo *Geometria Dinâmica* foi inicialmente usado por Nick Jakiw e Steve Rasmussen da *Key Curriculum Press, Inc.* com o objetivo de diferenciar este tipo de *software* dos demais *softwares* geométricos. Comumente ele é utilizado para designar programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades, não devendo ser visto como referência a uma nova geometria.

Bellemain (2001) afirma que "A Geometria Dinâmica permite considerar e conceber uma representação de objetos matemáticos abstratos em várias configurações, podendo modificar suas posições relativas."

A Geometria Dinâmica permite construir. Como observa Brandão e Isotani (2003), num antigo ditado atribuído a Confúcio: "*O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz*".

## 2.1 O software Geogebra

**Geogebra: *Dynamic Mathematics for Everyone*** - Criado por Markus Hohenwarter da Florida Atlantic University em 2007, o *Geogebra* é um software para a manipulação de *geometria dinâmica*. O *Geogebra* foi criado com a intenção de ser usado em escolas primárias e secundárias para ensinar geometria dinâmica para os alunos. Nele é possível desenhar todas as construções geométricas Euclidianas como se fosse com régua e compasso e depois alterar suas formas; e ainda é possível plotar gráficos de funções reais  $y = f(x)$  e paramétricas ( $x = f(t), y = g(t)$ ).

Ele também converte as imagens para vários formatos, possibilitando assim a elaboração de figuras para utilização em outros softwares.

Uma grande vantagem do *Geogebra* é que ele é classificado como um programa de *Geometria Dinâmica* e de *Matemática Dinâmica*, ou seja, além de representar geometricamente o *Geogebra* também mostra as equações algébricas dos objetos existentes no ambiente.

O *Geogebra* é um software livre, disponível em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org), já na versão 3.2.

**Obs:** É necessário que tenha o **Java** instalado.

## Recursos do Geogebra

As janelas do *Geogebra* são divididas em *Janela de Visualização*, *Janela de Álgebra*, ícones, menus e *Linha de Entrada* de comandos, conforme Fig. 3.1.

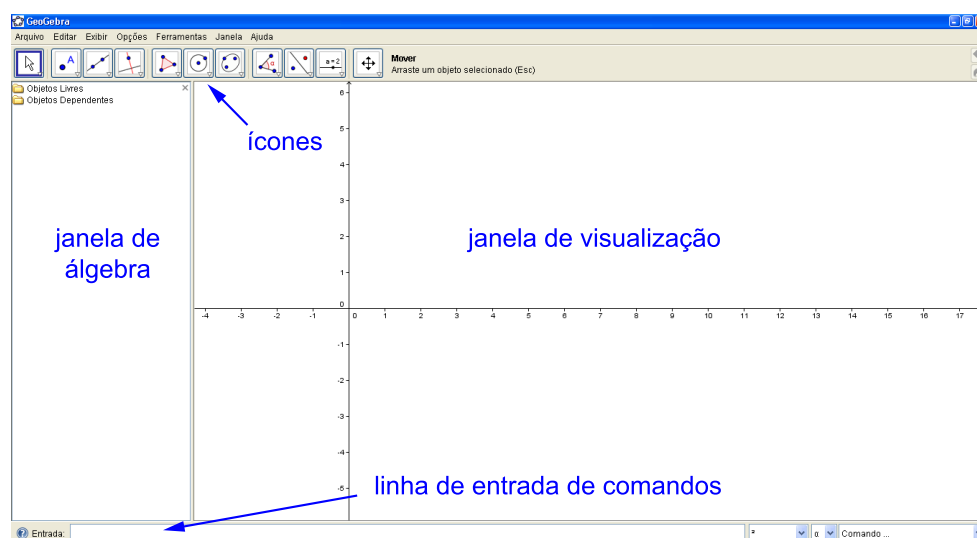


Figura 3.1: Aparência do Geogebra.

Logo abaixo da barra de menus estão disponíveis os ícones para desenhos, e estes ícones são expansíveis, disponibilizando mais ícones ainda.

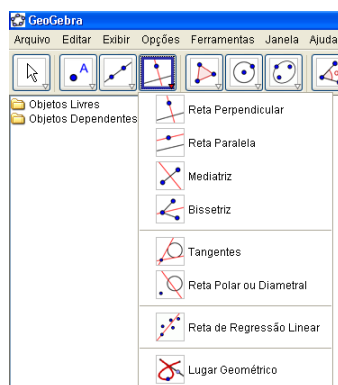


Figura 3.2: Ícones expandidos.

Os ícones estão agrupados na seguinte ordem (da esquerda pra direita): *Mover*, *Pontos*, *Retas*, *Propriedades geométricas*, *Polígonos*, *Círculos e Arcos*, *Cônicas*, *Medidas*, *Transformações*, entre outros.

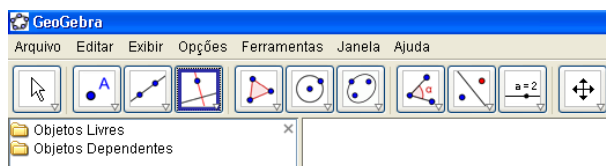


Figura 3.3: Grupos de ícones.

Ao clicar com o botão direito do mouse podemos alterar as propriedades dos objetos.

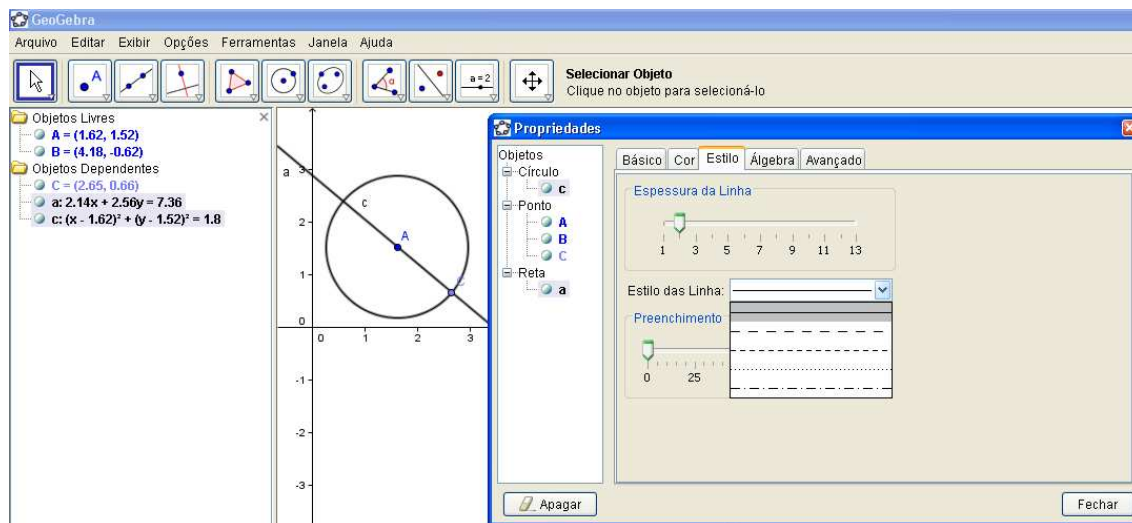


Figura 3.4: Exemplo de propriedades.

### 3.1 Software Interativo

Como o *Geogebra* é um software de geometria dinâmica, uma de suas mais importantes características é a interatividade. E dentre outros recursos, o *Geogebra* oferece suporte a animação em tempo real. Exemplo, rastro de objetos e animação através de variáveis em função do tempo.

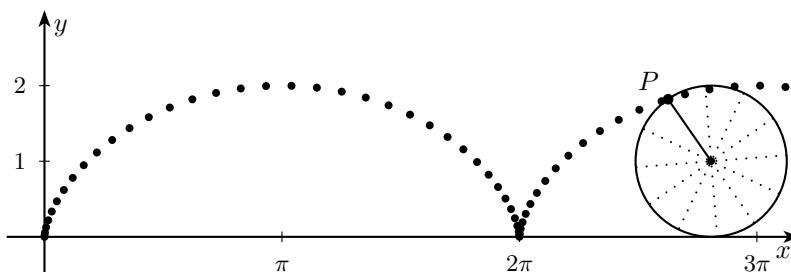


Figura 3.5: Rastro do ponto  $P$ .

Para isto, basta clicar com o botão direito do mouse em cima do objeto e escolher a opção **habilitar rastro**.

## 3.2 Manipulação Direta

O *Geogebra* oferece um recurso chamado *Planilha Dinâmica como Página WEB*, onde é gerada uma página *html* que oferece ao usuário apenas os elementos gráficos na janela de visualização e algumas opções pré-determinadas por quem o criou. Com este recurso é possível elaborar atividades escolares onde o aluno apenas manipule um objeto semi-pronto, criado antecipadamente, sem precisar aprender a manusear o programa diretamente. É neste formato que alguns exemplos de *Geogebra* estão disponíveis na Internet.

Vejam alguns exemplos de manipulação direta:

**Exemplo 3.1** Um exemplo do uso de manipulação direta está na Fig. 3.6. Temos um triângulo com suas mediatrizes e o circuncentro (ponto *D*). Será que o ponto *D* sempre ficará dentro do triângulo?

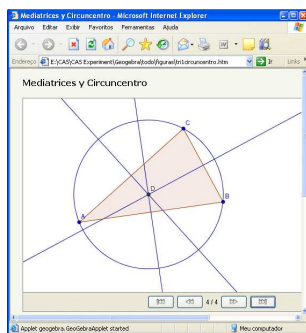


Figura 3.6: Manipulação através de página *html*.

**Exemplo 3.2** Dado dois triângulos de mesma base e mesma altura, será que ambos terão a mesma área? O que acontece se deslocarmos o vértice *C* e *G* dos respectivos triângulos?

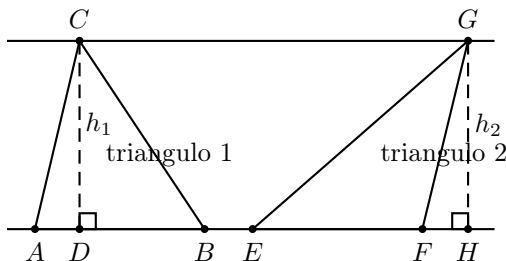


Figura 3.7: Triângulos de mesma base e mesma altura.

**Exemplo 3.3** Uma aplicação muito interessante no *Geogebra* é o estudo de gráfico de funções a partir da variação de seus coeficientes. Então, seja uma função quadrática dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \neq 0$ . A Fig. 3.8 mostra as variações dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

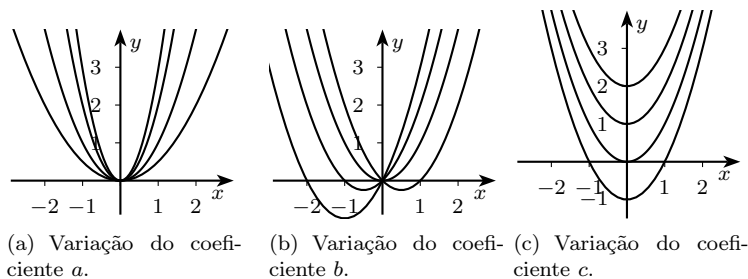


Figura 3.8: Função quadrática.

### 3.3 Software Geométrico

Um dos principais focos do *Geogebra* é a possibilidade de construções geométricas como se fosse com régua e compasso, usando propriedades da geometria Euclidiana.

Com a possibilidade de movimentar os pontos, retas e demais elementos, o *Geogebra* se torna versátil e flexível tanto para estudo de propriedades geométricas quanto para produção de figuras em geral.

Além de retas, círculos, arcos e polígonos também é possível desenhar cônicas e gráficos de funções explícitas e paramétricas. Segue dois exemplos:

**Exemplo 3.4** Um exemplo de desenho geométrico.

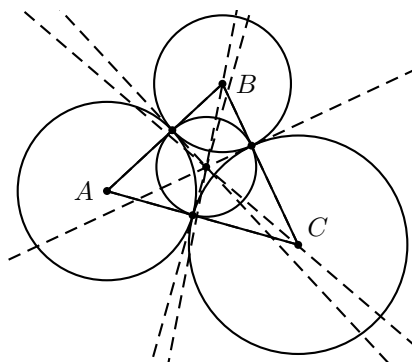


Figura 3.9: Três círculos tangentes entre si.

**Exemplo 3.5** Um exemplo de gráfico de função explícita,  $f(x) = x^3 - 2x$ .

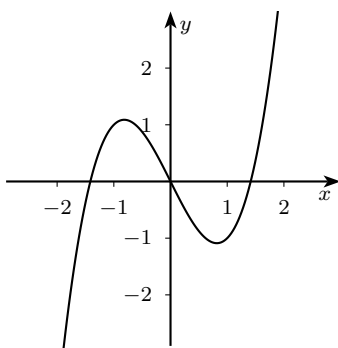


Figura 3.10: Gráfico de  $f$ .

#### Usando imagens como referência

Outras opções interessantes do Geogebra são: **malha**, **arcos** e **imagens de referência**.

Para este último clique no ícone **Inserir imagem** e escolha uma imagem que ela ficará na área de trabalho do *Geogebra*.

Se preferir, insira dois pontos  $A$  e  $B$  (alinhados horizontalmente) e clique em cima da figura com o botão direito do mouse. Na *guia Posição* escolha o ponto  $A$  para *Quina 1* e  $B$  para *Quina 2*. Assim, a imagem ficará fixa em relação a posição dos pontos.

**Exemplo 3.6** A Fig. 3.11 mostra um exemplo de um desenho feito com imagem de referência.

**Obs:** O desenho não é feito automaticamente, a imagem é apenas uma referência. A Fig. 3.11 foi desenhada com retas manualmente.



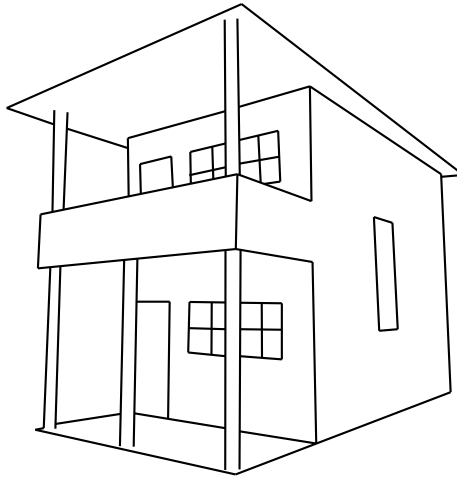


Figura 3.11: Desenho feito com imagem de referência.

### 3.4 Software Algébrico

Além de desenhar, o *Geogebra* também mostra as equações matemáticas de todas as figuras na *Janela de Álgebra*. E a partir da *Linha de Entrada* de comando é possível inserir novas equações.

O programa suporta funções explícitas ( $y = f(x)$ ), implícitas e paramétricas ( $(x = f(t), y = g(t))$ ). Algumas sintaxes interessantes para funções explícitas são:

Exemplo	Sintaxe	Resultado
potência	$x^2$	$x^2$
potência	$e^x$	$e^x$
fração	$(x+1)/(x-2)$	$\frac{x+1}{x-2}$
raiz	$\text{sqrt}(9-x^2)$	$\sqrt{9-x^2}$

Tabela 3.1: Algumas sintaxes no Geogebra.

**Exemplo 3.7** Um exemplo de uma função escrita na forma paramétrica é a ciclóide.

Cuja equação paramétrica é dada por

$$\begin{cases} x = t - \sin(t) \\ y = 1 - \cos(t) \end{cases}$$

No *Geogebra* usamos o comando  $\text{Curva}[x(t), y(t), t, a, b]$ , onde  $x(t)$  e  $y(t)$  são as leis em função de  $t$ ;  $t$  é a variável escolhida e  $a$  e  $b$  são os intervalos que limitam  $t$ .

Então, escrevemos

$\text{Curva}[t-\sin(t), 1-\cos(t), t, -4\pi, 4\pi]$

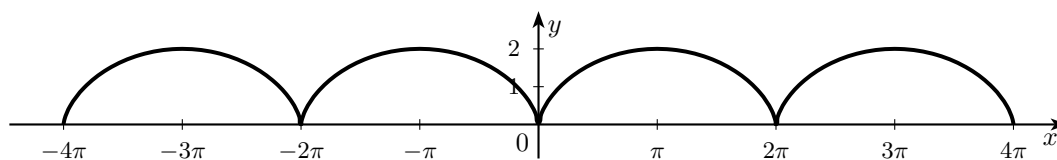


Figura 3.12: Ciclóide

### 3.5 Exportando Figuras

Vamos exportar a Fig. 3.13 e salvá-la com o nome *figCircuncentro*.

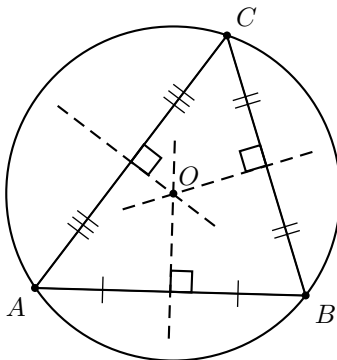


Figura 3.13: Circuncentro, encontro das mediatrizes.

Para *exportar* as figuras do *Geogebra* clique em **Arquivo/Exportar** e escolha **Janela de visualização como Figuras (png,eps)...** ou pressione CTRL+SHIFT+P.

**Nota:** É recomendável redimensionar a janela do *Geogebra* para ajustar a figura ao espaço de desenho.

Caso queira *inserir* as figuras no MS Word clique em **Inserir/Imagem/Do arquivo...** e escolha o nome do arquivo que contém a figura desejada.

#### Formatos de arquivos

Veja na Tabela 3.2 os formatos de arquivos que o *Geogebra* exporta e as melhores opções de compatibilidade com o MS Word e com o MS PowerPoint.

**Sim** - significa que o formato de arquivo é recomendável para esta opção. **Não** - é porque não é recomendável.

**Impressão** - significa a opção que oferece melhor qualidade de impressão.

**Slides** - é a opção para inserir figuras no PowerPoint afim de se fazer apresentação em slides.

**Transparência** - significa a opção de transparência para preenchimento de figuras no *Geogebra*. Para alterar estas opções vá nas propriedades de cada objeto da figura.

**Word** - formato de arquivos reconhecidos pelo Word.

**PowerPoint** - formato de arquivos recomendáveis no PowerPoint.

Formato	Descrição	Impressão	Slides	Transparência	Word	PowerPoint
EPS	formato vetorial compatível com o Corel Draw	SIM*	NÃO	NÃO	SIM*	NÃO
EMF	formato vetorial compatível com o Word	SIM	NÃO	NÃO	SIM	NÃO
SVG	formato vetorial compatível com o Inkscape e Corel Draw	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO
PNG	formato vetorial da Adobe	SIM	SIM*	SIM*	SIM	SIM*
PDF	formato vetorial da Adobe	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO

Tabela 3.2: Formatos de arquivos do Geogebra.

**Nota:** \* – Os formatos EPS e PNG são os mais recomendados para impressão e slides, respectivamente. Pois em cada caso, se tem a melhor qualidade de resolução de imagem.

## Aplicações Matemáticas através de Atividades

Vamos realizar algumas atividades no *Geogebra* de modo a explorar alguns conteúdos matemáticos, dentre eles, a Geometria Euclidiana e o estudo de Funções.

### 4.1 Geometria Euclidiana

**Exercício 1** Desenhe uma circunferência circunscrita a um triângulo.

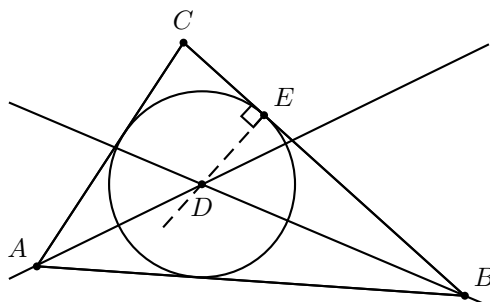


Figura 4.1: O incentro é o ponto de encontro das bissetrizes.

- 1) Desenhe um triângulo qualquer;
- 2) Trace suas bissetrizes;
- 3) Marque o ponto  $D$  de intersecção das bissetrizes;
- 4) Trace uma reta perpendicular a um dos lados do triângulo passando por  $D$ ;
- 5) Marque o ponto  $E$  de intersecção da nova reta com o lado do triângulo;
- 6) Trace a circunferência de centro  $D$  e raio  $E$ .

**Exercício 2** Desenhe uma reta tangente a uma circunferência, o raio e o indique o ângulo reto.

- 1) Trace uma circunferência qualquer;
- 2) Marque um ponto  $P$  fora da circunferência; para renomear um objeto clique com o botão direito do mouse em cima do objeto e escolha **Renomear**;
- 3) Trace as retas tangentes a circunferência passando por  $P$ ;
- 4) Oculte uma das retas; para isso, clique com o botão direito em cima da reta e desative a opção **Exibir Objeto**;

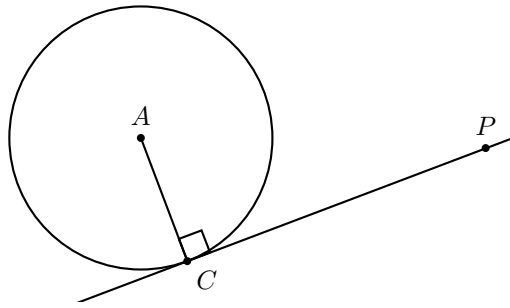


Figura 4.2: Reta tangente a circunferência.

- 5) Trace uma perpendicular à outra reta passando pelo centro da circunferência;
- 6) Marque o ponto  $C$  de intersecção das duas retas;
- 7) Oculte esta reta que passa pelo centro e trace um segmento de reta do centro ao ponto  $C$ , indicando o raio;
- 8) Com o ícone **Ângulo** marque o ângulo de  $90^\circ$ .

**Exercício 3** Divisão de um segmento em  $n$  partes iguais.

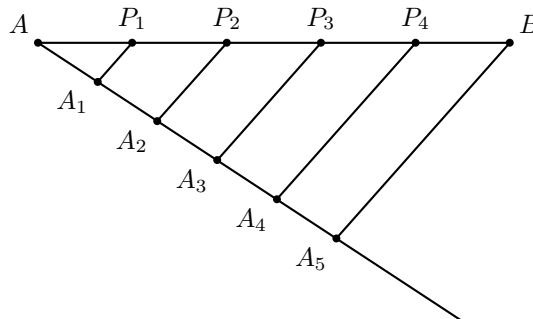


Figura 4.3: Divisão de segmento.

- 1) Trace um segmento de reta  $\overline{AB}$ ;
- 2) Trace uma semi-reta tendo o ponto  $A$  como origem;
- 3) Usando círculos, divida a semi-reta em  $n$  partes iguais; e determine suas intersecções; (neste exemplo, vamos dividir em 5 partes iguais);
- 4) Trace um segmento de reta do último ponto obtido até o ponto  $B$ ; (oculte os círculos se preferir);
- 5) Trace retas paralelas a esta última passando pelos pontos de intersecção encontrados na semi-reta;
- 6) A divisão do segmento de reta  $\overline{AB}$  se dá pela intersecção dessas retas com o segmento.

**Exercício 4** Arco Capaz: Sejam dois pontos  $A$  e  $B$  sobre um círculo. Para todo ponto  $E$  sobre um dos arcos, o ângulo  $\widehat{AEB} = \theta$  é constante. Este arco chama-se *arco capaz do ângulo  $\theta$  sobre o segmento  $\overline{AB}$* .

- 1) Trace um segmento de reta  $\overline{AB}$ ;
- 2) Trace uma semi-reta tendo o ponto  $A$  como origem; este será o nosso ângulo, compreendido entre o segmento  $\overline{AB}$  e a semi-reta;
- 3) Trace a mediatriz do segmento  $\overline{AB}$ ;

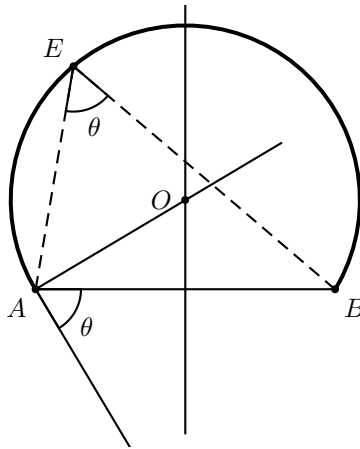


Figura 4.4: Arco Capaz

- 4) Trace uma perpendicular a semi-reta passando pelo ponto  $A$ ;
- 5) Marque o ponto  $O$  de intersecção entre a nova reta e a mediatriz; este será o centro do arco capaz;
- 6) Trace o arco de centro  $O$  e abertura  $BA$  nesta ordem, ou seja, no sentido anti-horário.

**Exercício 5** Razão Áurea e Pentágono: Sejam um segmento  $\overline{AB}$  e um ponto  $P$  entre  $A$  e  $B$ . O *segmento áureo* de  $AB$  possui a seguinte propriedade:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$$

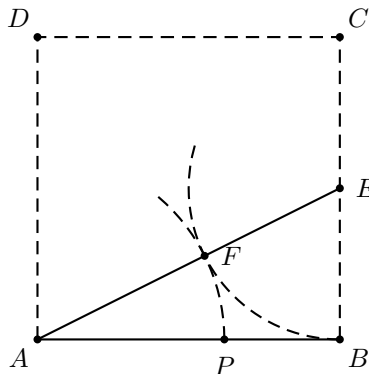


Figura 4.5:  $AP$  é o segmento áureo.

- 1) Desenhe um quadrado  $ABCD$ ;
- 2) Marque  $E$  o ponto médio de  $\overline{BC}$ ;
- 3) Trace o segmento de reta  $\overline{AE}$ ;
- 4) Trace uma circunferência de centro em  $E$  e raio  $EB$ ;
- 5) Marque o ponto  $F$  de intersecção da circunferência com o segmento  $AE$ ;
- 6) Trace uma circunferência de centro em  $A$  e raio  $AF$ ;
- 7) Marque o ponto  $P$  de intersecção da circunferência com o segmento  $AB$ ;

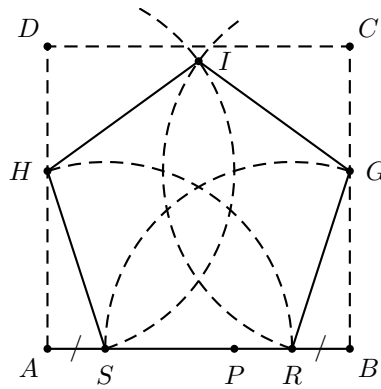


Figura 4.6: Pentágono

Para desenhar o pentágono:

1. Marque  $R$  o ponto médio do segmento  $\overline{PB}$ ;
2. Clique no ícone “**Compasso**”, em seguida clique em  $R$  e depois em  $B$ , e então transporte a medida para o ponto  $A$ ;
3. A partir da nova circunferência marque o ponto  $S$  de intersecção com o segmento  $\overline{AB}$ ;
4. Trace uma circunferência de centro em  $R$  e raio  $RS$ ;
5. Trace uma circunferência de centro em  $S$  e raio  $SR$ ;
6. Marque o ponto  $G$  de intersecção da circunferência com o segmento  $\overline{BC}$ ;
7. Marque o ponto  $H$  de intersecção da outra circunferência com o segmento  $\overline{AD}$ ;
8. Trace o segmento  $\overline{HS}$ ;
9. Trace o segmento  $\overline{SR}$ ;
10. Trace o segmento  $\overline{RG}$ ;
11. Limpe o desenho ocultando as circunferências existentes, e veja que já temos 3 lados do pentágono;
12. Trace uma circunferência de centro em  $G$  e raio  $GR$ ;
13. Trace uma circunferência de centro em  $H$  e raio  $HS$ ;
14. Marque o ponto  $I$  de intersecção das duas circunferências;
15. Complete o pentágono.

## 4.2 Funções

**Exercício 6** Função explícita: São todas as funções reais do tipo  $y = f(x)$ .

Considere o gráfico da função  $f(x) = \frac{2x^2 + x}{x}$ . Simplificando a expressão, temos

$$\begin{aligned}\frac{2x^2 + x}{x} &= \frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x} \\ \Rightarrow f(x) &= 2x + 1\end{aligned}$$

ou seja, apesar do gráfico de  $f(x)$  ser uma reta a função não está definida para  $x = 0$ . Conforme mostra a Fig. 4.7.

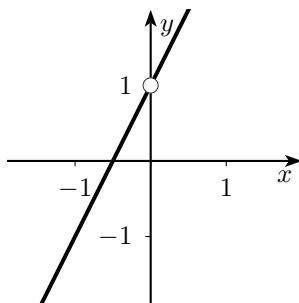


Figura 4.7: O domínio de  $f(x)$  é todo  $x$  real, exceto o zero.

O *Geogebra* não insere o ponto que está na Fig. 4.7, este foi colocado manualmente; ele mostra uma reta aparentemente contínua no ponto  $x = 0$ , o que de fato não acontece. Está aí um momento para questionar sobre a veracidade das informações fornecidas pelo computador, ou seja, como visualmente não é possível verificar se a função é contínua ou não, cabe ao professor discutir este problema com os alunos de modo a terem uma visão crítica das definições e propriedades de funções, ou seja, não deixar de lado o conhecimento adquirido ao estudar as teorias matemáticas.

**Exercício 7** Já vimos um exemplo da variação dos coeficientes do gráfico da função quadrática. Veremos agora um caso mais geral para qualquer tipo de função real:

- 1) Na linha de comando digite: `Função[sin(x), -10, 10];`
- 2) Em seguida, digite `a=1`, depois `b=1`, `c=1` e `d=1`; para exibir cada um desses seletores na tela, na *Janela de Álgebra* clique em cima da bolinha branca que aparece na frente de cada um deles;
- 3) Depois digite: `g(x)=a*f(b*x + c) + d`;
- 4) E varie os coeficientes observando o comportamento do gráfico em cada situação.

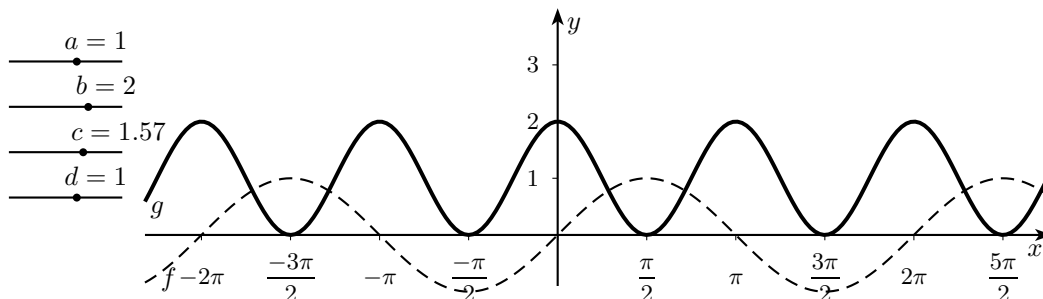


Figura 4.8:  $g$  obtida a partir da  $f$ .

Para configurar o eixo  $x$  para a escala de  $\pi$ .

- i) Clique com o botão direito do mouse exatamente em cima do eixo  $x$ ;
- ii) Escolha *Propriedades*;
- iii) Ative a caixa *Distância* e do lado direito dela escolha  $\pi/2$ .

Se quiser você pode mudar a função  $\sin(x)$  para qualquer outra. Experimente  $x^2$ . E varie os coeficientes.

**Exercício 8** Vamos animar uma reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = \sin x$  no ponto  $P$ .

- 1) Digite  $a=1$ ;
- 2) Digite  $y=\sin(x)$ ;
- 3) Digite  $P=(a, f(a))$ ;
- 4) Usando o ícone “**Tangentes**”, clique no ponto  $P$ , depois no gráfico;
- 5) Para animar, clique com o botão direito em cima do seletor  $a$  e escolha *Animação Ativada*. Irá aparecer um ícone de *Play* na parte inferior da tela.

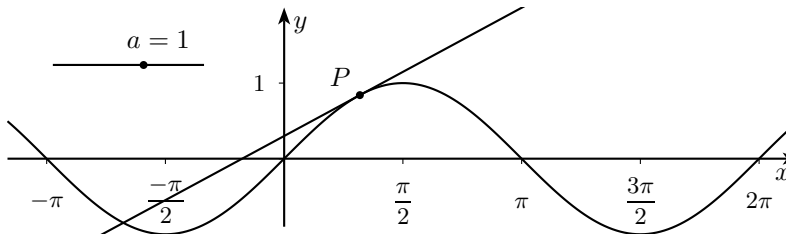


Figura 4.9: Animação da reta tangente ao gráfico.



## Considerações Finais

O uso de softwares interativos, como é o caso do *Geogebra*, propicia tanto ao professor quanto ao aluno, uma gama de possibilidades de se trabalhar conteúdos matemáticos de caráter tanto geométrico quanto algébrico.

Com a tendência do uso de informática e a potencialidade do *Geogebra*, é indispensável que o professor tenha domínio desta e de outras ferramentas, enriquecendo ainda mais suas opções de trabalho no que diz respeito a exploração de atividades complementares para uma boa compreensão de conteúdos matemáticos. Além disso, o uso de softwares de geometria dinâmica, é um fator motivador para o aprendizado do aluno, que muitas vezes por sentir dificuldades num assunto mais complexo pode usar o software como um recurso visual e interativo.

Mas não podemos deixar de lado a visão crítica que o professor e o aluno deve ter sobre o uso do software. Deve-se estudar as propriedades matemáticas a partir do software e não simplesmente reproduzi-las sem nenhum significado. A intenção é que os alunos relacionem as atividades com as propriedades algébricas e geométricas envolvidas.

Enfim, o *Geogebra* é uma opção para o desenvolvimento e exploração do processo de ensino/aprendizagem.

## Referências Bibliográficas

- [1] ALMEIDA, Iolanda Andrade C., RODRIGUES, Maria Helena W. L. e BELLEMAIN, Franck. *Construções geométricas com papel e lápis ou utilizando software gráfico: que mudanças ocorrem quando se opta por uma dessas mídias?* <http://limc.ufrj.br/htem4/papers/> - acessado em 15 de junho de 2009.
- [2] ALVES, George de Souza e SOARES, Adriana Benevides. *Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae*. [www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/WIE\\_George\\_Adriana.pdf](http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/WIE_George_Adriana.pdf) - acessado em 15 de junho de 2009.
- [3] ARAÚJO, Luís Cláudio L. e NÓBRIGA, Jorge Cássio C. *Explorando tópicos de matemática do ensino fundamental e médio através do Geogebra*. <http://limc.ufrj.br/htem4/papers/> - acessado em 15 de junho de 2009.
- [4] HASCHE, Filipe. *Tópicos de matemática do ensino médio utilizando o software Geogebra*. <http://limc.ufrj.br/htem4/papers/> - acessado em 15 de junho de 2009.
- [5] WAGNER, Eduardo. *Construções Geométricas*. 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.
- [6] [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) - acessado em 02 de Junho de 2009.
- [7] [www.geogebra.org/webstart/dev/unpacked/](http://www.geogebra.org/webstart/dev/unpacked/) - acessado em 02 de Junho de 2009.