

CC-298

Projeto No. 3

Distribuído: 17/09/18

João L. F. Azevedo

Entrega: 22/10/18

2^o Semestre/2018

Diferentemente dos projetos anteriores, nos quais se procurou que você tivesse uma visão geral da implementação de diversos métodos e nos quais o aspecto de eficiência computacional era muito relevante, o presente projeto vai se concentrar exclusivamente na qualidade de captura de choque dos esquemas em questão. Neste contexto, vai-se admitir que os escoamentos de interesse no caso do presente projeto podem ser adequadamente descritos pelas equações de Euler. Assim, até mesmo na formulação de mecânica dos fluidos considerada, vai-se buscar isolar os efeitos e se concentrar na captura de choque, sem preocupação com outros fenômenos que certamente estariam presentes na prática, como a interação choque-camada limite. Sob um aspecto puramente numérico, este projeto vai também lhe dar a oportunidade de trabalhar com os outros esquemas de separação de vetores de fluxo discutidos no curso.

O problema físico de interesse no presente projeto consiste no estudo da reflexão de uma onda de choque sobre uma parede plana, considerando-se uma condição de escoamento não viscoso e bidimensional. Neste caso, considere, portanto, um escoamento bidimensional com número de Mach de fluxo livre $M_\infty = 2.9$ incidindo sobre uma placa plana com ângulo de ataque nulo, *i.e.*, alinhado com a placa plana, e sobre o qual se faz passar uma onda de choque oblíqua que forma um ângulo de 29° com a direção do escoamento, conforme indicado na Fig. 1.

Admita um domínio de cálculo conforme também indicado na Fig. 1, e admita ainda que este escoamento possa ser adequadamente descrito pelas equações de Euler em duas dimensões. Nos casos em que você já tiver um programa escrito para as equações em coordenadas curvilíneas gerais, não há qualquer problema em o utilizar e a transformação de coordenadas vai se encarregar de automaticamente zerar os termos de métrica pertinentes. Entretanto, nos casos em que você tiver que desenvolver um novo programa, provavelmente seja mais conveniente utilizar as equações escritas em coordenadas cartesianas, e também gerar uma malha cartesiana igualmente espaçada para o domínio de cálculo indicado.

Para a fronteira de entrada do escoamento é correto admitir que se tenha condições de contorno de Dirichlet, *i.e.*, temos todas as propriedades especificadas e iguais ao seu valor no escoamento não perturbado. De maneira análoga, na fronteira superior do domínio de cálculo é também correto admitir condições de contorno de Dirichlet, apenas que agora os valores das propriedades são correspondentes à condição após o choque. Observe que, evidentemente, você terá que utilizar as relações de choque oblíquo para obter as condições após a onda de choque, e isto deve estar mostrado em seu relatório. Finalmente, na fronteira de saída do escoamento, que vai estar sendo atravessada por um choque oblíquo em algum ponto intermediário, há necessidade de se implementar alguma condição de contorno mais cuidadosa. Minha sugestão seria utilizar condições de contorno baseadas no conceito de relações características unidimensionais para esta fronteira de saída.

Seu trabalho neste projeto consiste, portanto, em resolver este problema utilizando o esquema de separação de vetores de fluxo de van Leer e o esquema de Liou (AUSM⁺), além de alguns dos outros esquemas já implementados para os projetos anteriores. Como mencionado anteriormente, a ênfase pretendida neste projeto está na questão de captura adequada de choques. Portanto, em princípio não se está interessado em que você empreenda esforços no sentido de comparar custos computacionais dos diferentes métodos ou mesmo de implementar versões implícitas destes métodos. Obviamente, este último comentário é válido apenas para os casos em que o programa ainda não estiver disponível para aquele determinado esquema.

Os estudos que se deseja que sejam executados compreendem:

- (1) Resolver o problema proposto usando o esquema de separação de vetores de fluxo de van Leer. Tanto versões de 1ª quanto de 2ª ordem devem ser implementadas.
- (2) Resolver o problema proposto utilizando o esquema AUSM⁺ de Liou. Neste caso, apenas o esquema de 1ª ordem de precisão espacial já seria suficiente para o projeto embora, obviamente, você tenha toda liberdade para também implementar a versão de 2ª ordem deste esquema.
- (3) Resolver o problema utilizando um esquema centrado como, por exemplo, o esquema de Beam-Warming ou sua versão diagonal. Observe que, como estamos interessados em um problema de estado estacionário neste caso, não faz diferença qual das duas versões do esquema você vai utilizar, sob o ponto de vista da qualidade da solução final obtida. Por outro lado, a escolha do modelo de dissipação artificial pode ter um efeito muito importante nestas soluções. Portanto, estude o efeito de diferentes modelos de dissipação artificial na qualidade das soluções que você obtém neste caso. Minha sugestão é de que você tentasse incluir em seu estudo, pelo menos, um modelo de coeficientes constantes, um modelo escalar não linear isotrópico, e um modelo escalar não linear e não isotrópico. Obviamente, a inclusão também de um modelo matricial enriqueceria o seu trabalho.
- (4) Resolver o problema utilizando o esquema de Steger-Warming padrão, ou seja, simplesmente com a separação *positivo-negativo*. Inclua casos tanto com discretização espacial de 1ª ordem quanto com discretização espacial de 2ª ordem. Inclua também estudos dos efeitos de se utilizar, ou não, os termos *suavizadores* da transição de sinal dos autovalores separados, conforme discutido em sala.
- (5) Resolver o problema com o esquema de Steger-Warming utilizando a separação por autovalor e o operador Y. Apenas o caso de 2ª ordem de precisão espacial é necessário aqui.
- (6) Faça estudos do efeito de refinamento sistemático de malha, se possível, em todos os casos acima.

Para facilitar seu trabalho, quando falo em estudos de refinamento de malha, é suficiente fazer um refinamento global da malha, simplesmente adicionando-se mais pontos computacionais à mesma. Em outras palavras, não há necessidade de se fazer nenhuma implementação de procedimentos de refinamento adaptativo. Além disso, como se vai estar utilizando uma malha cartesiana, a geração de malha (e seu refinamento) é uma tarefa trivial neste caso. Seus resultados computacionais devem ser comparados com a solução exata para este caso. Em outras palavras, observe que, para este escoamento, existe uma solução exata do problema, incluindo, por exemplo, valores de propriedades nas diversas regiões do campo, inclinação do choque refletido, e direção do escoamento na região entre os choques. Portanto, compare seus resultados entre si e com a solução exata de forma detalhada. Algumas referências talvez úteis para esta comparação de resultados seriam:

- Carvalho, M.A.M., “Simulação de Escoamentos Aerodinâmicos Reativos em Desequilíbrio Químico com Ondas de Choque,” Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Maio 1992.
- Yee, H.C., Warming, R.F., and Harten, A., “A High-Resolution Numerical Technique for Inviscid Gas-Dynamic Problems with Weak Solutions,” *Proceedings of the 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, editor, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 170, Springer-Verlag, Berlin, 1982, pp. 546-552.

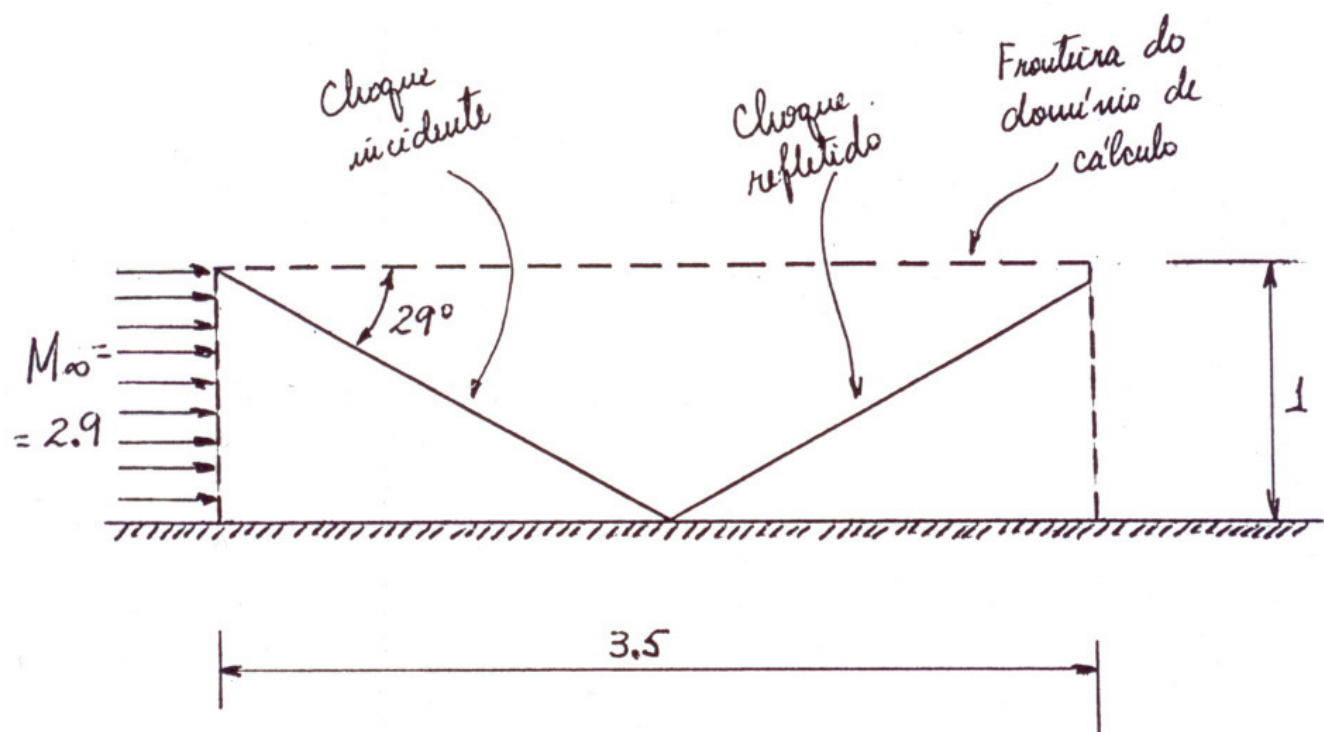


Figure 1: Esquema do problema da reflexão de uma onda de choque.