

CC-298

Projeto No. 2

Distribuído: 20/08/18

Entrega: 24/09/18

João L. F. Azevedo

2^o Semestre/2018

O objetivo deste projeto é lhe dar a oportunidade de trabalhar com o algoritmo diagonal de Pulliam & Chaussee e com o algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger & Warming. Para tanto, você deve considerar o mesmo problema do bocal com o qual trabalhou no Projeto No. 1, e usar a mesma geometria e as mesmas condições iniciais e de contorno daquele projeto. Novamente, considere que o escoamento seja governado pelas equações de Navier-Stokes em duas dimensões, mas não se preocupe por enquanto com a questão de modelamento de turbulência. Além disso, como discutido no contexto do Projeto No. 1, a sugestão aqui é também que você faça as implementações solicitadas usando inicialmente uma formulação de Euler, por simplicidade, e posteriormente adicione os termos viscosos.

Seu trabalho, portanto, neste projeto é resolver o problema proposto utilizando:

- (1) o algoritmo diagonal de Pulliam & Chaussee, e
- (2) o algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger & Warming.

No tocante à solução através do algoritmo diagonal, deseja-se que você utilize operadores de dissipação artificial baseados no modelo de dissipação artificial não linear de Pulliam tanto para os operadores de lado direito quanto para os operadores de lado esquerdo. Deseja-se que você compare a eficiência computacional do algoritmo diagonal completo, tanto em termos de custo por iteração quanto em termos de número de iterações para convergência, com a eficiência do algoritmo original de Beam & Warming e, também, com a de um algoritmo diagonal simplificado no qual se (obviamente) diagonaliza o operador de lado esquerdo mas mantém o sistema tridiagonal (de blocos diagonais). Este último seria obtido utilizando-se operadores de dissipação artificial simplificados no lado esquerdo do problema, de forma a manter o sistema tridiagonal. Compare separadamente os casos não viscosos e os casos viscosos correspondentes, de forma a poder isolar o efeito da introdução dos termos viscosos na eficiência computacional de seu algoritmo.

No contexto do esquema de Steger & Warming, deseja-se que você implemente tanto o esquema de primeira quanto o de segunda ordem (no espaço) e que estude o efeito na eficiência computacional das diversas formas de tratar o operador de lado esquerdo neste caso. Em princípio, a maioria das comparações deve ser feita utilizando-se o lado direito (operador de resíduo) de segunda ordem, para ser consistente com o primeiro projeto e também com o trabalho anterior com o algoritmo diagonal. Entretanto, no lado esquerdo, você pode imaginar diversas combinações de procedimentos, por exemplo:

- Tratar os operadores do lado esquerdo (LHS) apenas com esquemas de primeira ordem no espaço, desprezar o efeito das matrizes jacobianas viscosas, e decompor o sistema em LU onde um dos fatores tem a contribuição dos termos “backward” e o outro dos termos “forward”.
- Idem ao anterior, porém utilizando operadores de segunda ordem de precisão espacial.
- Incluir o efeito dos termos viscosos na direção nominalmente normal à parede sólida. Neste caso, claramente a fatoração que vinha sendo utilizada não é mais adequada. Provavelmente, neste caso, o mais indicado seria fatorar a contribuição do operador ξ de forma que um dos fatores do sistema tenha as parcelas “forward” (ou “backward”) em ξ , enquanto o outro fator tem a contribuição dos outros termos em ξ e do operador η completo (incluindo termos viscosos). Claramente, para este caso, você poderia estudar ainda o efeito de se utilizar operadores de primeira e de segunda ordem no LHS (pelo menos para a direção ξ).

- Uma outra opção seria utilizar um esquema parcialmente separado, como no trabalho de Ying, em que apenas a direção nominalmente alinhada com o escoamento teria seus vetores de fluxo separados. Claro que, neste caso, terão que ser introduzidas modificações também nos operadores de lado direito. A solução dos operadores LHS para este caso seguiria passos semelhantes aos descritos no item anterior.

Você deve observar que todos estes casos são sugestões de estudos que seriam interessantes no sentido de aprofundar seu conhecimento sobre o esquema de Steger & Warming. Porém, é sua responsabilidade definir uma sequência de testes que efetivamente caracterize o comportamento deste esquema em comparação aos esquemas anteriormente estudados, *i.e.*, Beam & Warming e algoritmo diagonal. Diga-se de passagem, você deve comparar seus resultados para estes casos com seus resultados anteriores, inclusive do primeiro projeto. Novamente, a comparação de eficiência deve enfatizar tanto a razão de convergência quanto o custo por iteração. Finalmente, não se esqueça de estudar ainda o efeito dos termos “suavizadores” (da transição de sinal dos autovalores) no esquema de Steger & Warming, assim como os efeitos da utilização do chamado operador “Y” em vez da discretização direta dos fluxos separados como originalmente proposto no algoritmo.

Em todos os casos anteriores, se você desejar implementar uma opção de passo no tempo variável espacialmente, você tem liberdade de fazer isto e, inclusive, isto seria altamente recomendável para um caso de solução de estado estacionário como o presente. Porém, não se vai exigir que você faça tal implementação como parte do trabalho obrigatório deste projeto. De qualquer forma, se você fizer esta implementação, seria muito interessante a comparação das razões de convergência com, e sem, passo no tempo variável.

Sob o aspecto de programação em si, a sugestão é que você procure utilizar toda a estrutura de código que já desenvolveu para o Projeto No. 1. Desta forma, em grande parte, bastaria que você modificasse aquele código de forma apropriada a implementar o trabalho aqui requerido. Em outras palavras, minha sugestão seria de que você simplesmente codificasse as “novas” rotinas necessárias para realizar o trabalho proposto neste projeto e as implementasse no contexto do código que você já tem em mãos. Em particular, as rotinas que implementam os termos viscosos (codificadas para o Projeto No. 1) muito provavelmente poderão ser integralmente reaproveitadas no presente caso, sem qualquer modificação. Por outro lado, certamente existem coisas efetivamente novas a serem feitas, como por exemplo a implementação de um algoritmo de solução de sistemas pentadiagonais (de blocos diagonais), que será necessário no contexto do trabalho com o algoritmo diagonal.

Como sempre, elabore um relatório descrevendo a formulação utilizada e os resultados de seus testes de validação dos códigos implementados. Procure efetivamente realizar testes comparativos das diversas opções de implementação dos algoritmos solicitados, inclusive incluindo resultados de seu código do Projeto No. 1 como anteriormente discutido. Finalmente, lembre-se que o propósito do projeto é lhe dar a oportunidade de exercitar na prática os diversos esquemas discutidos em sala. Portanto, não se furte a esta chance de efetivamente adquirir experiência nestes algoritmos implementando o máximo de opções possíveis e comparando, de forma cientificamente correta e completa, seus resultados. Além disso, a avaliação do trabalho é sempre comparativa, o que acredito seja um incentivo adicional para se efetuar o máximo de trabalho possível no prazo estipulado.