

CC-299

Projeto No. 4

Distribuído: 23/10/17

Entrega: 27/11/17

João L. F. Azevedo

2^o Semestre/2017

O objetivo deste projeto é lhe dar a oportunidade de implementar o método TVD de Harten (ou de Harten-Yee) para o caso das equações de Euler multidimensionais. Além disso, ao contrário dos projetos anteriores que enfatizavam claramente uma aplicação não estacionária, o presente projeto vai considerar uma aplicação de estado estacionário. Isto proporciona uma motivação adicional para se implementar uma versão implícita do esquema de Harten-Yee.

A configuração na qual se deseja a solução do escoamento corresponde a uma versão bidimensional de uma entrada de ar supersônica. A configuração que se pretende analisar aqui está indicada na Fig. 1. Esta geometria é típica das entradas de ar consideradas para alguns veículos transatmosféricos que estavam sendo estudados em um passado recente, como o NASP americano ou o Sänger alemão. As dimensões desta configuração estão indicadas na própria Fig. 1. Enfatiza-se que estas são dimensões de um modelo utilizado para ensaios em uma facilidade experimental denominada *gun tunnel*. De qualquer forma, recomenda-se que toda implementação computacional utilize uma adimensionalização conveniente de todas as variáveis, incluindo obviamente dimensões lineares.

Ao gerar sua malha computacional, é conveniente que esta malha se estenda ligeiramente a montante da seção de entrada propriamente dita (seção A_L-A_U), exatamente como mostrado pela linha tracejada na Fig. 1 (seção T_L-T_U). Isto tem o objetivo de evitar qualquer interferência das ondas de choque, que certamente vão se formar nas paredes superior e inferior da entrada de ar, com as condições de contorno que você vai especificar para a sua “seção de entrada”. Na realidade, o comprimento desta “seção reta” a montante da entrada de ar não é muito crítico, desde que ele seja suficiente para que a seção de entrada de seu domínio de cálculo esteja fora da região que venha a ser influenciada pela presença das ondas de choque nas paredes da entrada de ar. Como uma regra prática, você pode imaginar que, aproximadamente, uns 5 pontos computacionais sejam suficientes para isolar sua condição de entrada do que está acontecendo no interior do domínio de cálculo.

Como já mencionado, considere que o escoamento na entrada de ar possa ser adequadamente descrito pelas equações de Euler em duas dimensões. Além disso, admita também que o fluido se comporta como um gás ideal, apesar disto não ser verdade para as condições reais de operação de uma entrada de ar deste tipo. Estude o escoamento nesta entrada de ar para uma condição de vôo de $M_\infty = 12$, ou seja, o escoamento chegando na entrada de ar tem um número de Mach de escoamento livre igual a 12. Admita ainda que o escoamento livre é alinhado com a direção x , como definida na Fig. 1. Finalmente, considere que a pressão na seção de saída da entrada de ar (seção D_L-D_U) seja suficientemente baixa para que o escoamento possa ser supersônico nesta seção.

Seu trabalho neste projeto consiste, portanto, em resolver este problema utilizando o método TVD de Harten-Yee implícito de 2ª ordem de precisão. Minha sugestão, como de costume, é começar pelo esquema 2-D mais simples possível, e ir aumentando a complexidade do esquema. Em outras palavras, uma idéia seria partir de um esquema explícito de 1ª ordem e ir adicionando as sofisticacões necessárias até obter o esquema implícito de 2ª ordem desejado. Observe, entretanto, que isto é apenas uma sugestão, ou seja, você tem liberdade de partir diretamente para o esquema implícito de 2ª ordem se preferir. Os estudos que gostaria que fossem executados são:

- (a) Comparação dos resultados do esquema de 1ª ordem com os do esquema de 2ª ordem, ambos implícitos, para uma malha fixa;
- (b) Estudo do efeito de refinamento de malha.

Para facilitar seu trabalho, quando falo em estudos de refinamento de malha, é suficiente fazer um refinamento global da malha, simplesmente adicionando-se mais pontos computacionais à mesma. Em outras palavras, não há necessidade de se fazer nenhuma implementação de procedimentos de refinamento adaptativo.

Finalmente, é importante observar que o problema proposto neste projeto é bastante ambicioso, pois vai requerer a implementação do esquema de Harten-Yee em 2-D e coordenadas curvilíneas gerais, sob um ponto de vista de diferenças finitas, ou em volumes finitos para malhas quaisquer. Portanto, você terá que estender todo o material discutido em sala para o caso de coordenadas curvilíneas gerais (ou volumes finitos e malhas gerais). Por outro lado, também, é um problema extremamente interessante, uma vez que trata configurações de interesse prático e regimes de escoamento nos quais os métodos de alta resolução discutidos no curso são essenciais para se obter soluções aceitáveis. Porém, consistente com o objetivo sempre adotado no curso de não sobrecarregá-los de trabalho, é aceitável que um problema alternativo seja considerado, em vez do problema anteriormente descrito, para aqueles que julgarem que a proposta anterior é excessivamente ambiciosa para o tempo disponível. Este problema alternativo é descrito a seguir.

Problema Alternativo

Um problema não tão interessante quanto o anterior e extremamente simples, mas que também serve aos nossos propósitos neste caso, é o estudo da reflexão de uma onda de choque sobre uma parede plana, considerando-se uma condição de escoamento não viscoso e bidimensional. Neste caso, considere, portanto, um escoamento bidimensional com número de Mach de fluxo livre $M_\infty = 2.9$ incidindo sobre uma placa plana com ângulo de ataque nulo, *i.e.*, alinhado com a placa plana, e sobre o qual se faz passar uma onda de choque oblíqua que forma um ângulo de 29° com a direção do escoamento, conforme indicado na Fig. 2.

Admita um domínio de cálculo conforme também indicado na Fig. 2, e admita ainda que este escoamento possa ser adequadamente descrito pelas equações de Euler em duas dimensões. No caso, provavelmente é mais conveniente utilizar as equações de Euler escritas em coordenadas cartesianas, e não em coordenadas curvilíneas gerais, e também gerar uma malha cartesiana igualmente espaçada para o domínio de cálculo indicado. Para a fronteira de entrada do escoamento é correto admitir que se tenha condições de contorno de Dirichlet, *i.e.*, temos todas as propriedades especificadas e iguais ao seu valor no escoamento não perturbado. De maneira análoga, na fronteira superior do domínio de cálculo é também correto se admitir condições de contorno de Dirichlet, apenas que agora os valores das propriedades são correspondentes à

condição após o choque. Finalmente, na fronteira de saída do escoamento, que vai estar sendo atravessada por um choque oblíquo em algum ponto intermediário, há necessidade de se implementar alguma condição de contorno mais cuidadosa. Minha sugestão seria utilizar condições de contorno baseadas no conceito de relações características unidimensionais para esta fronteira de saída.

Seu trabalho neste caso é, novamente, bastante semelhante ao que foi solicitado para o primeiro problema. Ou seja, deseja-se resolver o problema da reflexão da onda de choque, como indicado, utilizando o método TVD de Harten-Yee implícito de 2^a ordem de precisão. Como anteriormente, minha sugestão é que você comece pelo esquema 2-D mais simples possível, e vá aumentando a complexidade do esquema. Em outras palavras, como anteriormente, uma idéia seria partir de um esquema explícito de 1^a ordem e ir adicionando as sofisticacões necessárias até obter o esquema implícito de 2^a ordem desejado. Novamente, isto é apenas uma sugestão, ou seja, você tem liberdade de partir diretamente para o esquema implícito de 2^a ordem se preferir. Os estudos que devem ser executados neste caso são idênticos aos do caso anterior, ou seja:

- (a) Comparação dos resultados do esquema de 1^a ordem com os do esquema de 2^a ordem, ambos implícitos, para uma malha fixa;
- (b) Estudo do efeito de refinamento de malha.

Novamente, no caso de se estudar o efeito de refinamento de malha, é suficiente fazer um refinamento global da malha, simplesmente adicionando-se mais pontos computacionais à mesma. Além disso, como se vai estar utilizando uma malha cartesiana, a geração de malha (e seu refinamento) é uma tarefa trivial. Seus resultados computacionais devem ser comparados com a solução exata para este caso. Algumas referências talvez úteis para esta comparação de resultados são:

- Carvalho, M.A.M., “Simulação de Escoamentos Aerodinâmicos Reativos em Desequilíbrio Químico com Ondas de Choque,” Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Maio 1992.
- Yee, H.C., Warming, R.F., and Harten, A., “A High-Resolution Numerical Technique for Inviscid Gas-Dynamic Problems with Weak Solutions,” *Proceedings of the 8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, E. Krause, editor, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 170, Springer-Verlag, Berlin, 1982, pp. 546-552.

Comentário Final

Não consigo resistir à tentação de sugerir que aqueles, que desejarem e que tiverem a disponibilidade de tempo para efetivamente realizar um trabalho completo, podem considerar resolver os dois problemas. Ou seja, a idéia no caso seria fazer a implementação do método em coordenadas curvilíneas gerais, e usar o problema da reflexão do choque para validar sua implementação aproveitando que este problema tem solução analítica. Posteriormente, o procedimento de cálculo já validado seria, então, utilizado para estudar o problema do escoamento na entrada de ar hipersônica. Resultados para comparação deste último caso podem ser vistos em: Azevedo, J.L.F., and Korzenowski, H., “An Assessment of Unstructured Grid Finite Volume Schemes for Cold Gas Hypersonic Flow Calculations,” *J. Aerosp. Technol. Manag.*, Vol. 1, No. 2, Jul.-Dec. 2009, pp. 135-152.

