

1 תכונות של רדוקציות

א. הכללה

הוכיחו/הפריכו:

1. אם L_1, L_2 זוג שפות כך ש- $L_1 \subseteq L_2$ אז $L_1 \leq L_2$.

2. אם L_1, L_2 זוג שפות כך ש- $L_1 \not\subseteq L_2$ אז $L_1 \not\leq L_2$.

ב. יחידות

הוכיחו/הפריכו:

1. אם f היא גם רדוקציה מ- L_1 אל L וגם רדוקציה מ- L_2 אל L אז $L_1 = L_2$.

2. אם f היא גם רדוקציה מ- L אל L_1 וגם רדוקציה מ- L אל L_2 אז $L_1 = L_2$.

ג. שפות טריוויאליות

שפה L נקראת **טריוויאלית** אם $L \in \{\emptyset, \Sigma^*\}$.

1. הוכיחו כי אם $L_1 \in R$ ו- L_2 היא שפה לא טריוויאלית אז $L_1 \leq L_2$.

2. תהי L_2 שפה טריוויאלית. מהן כל השפות L_1 המקיימות $L_1 \leq L_2$?

ד. רדוקציות בין שפות קשות

הוכיחו/הפריכו:

1. קיים זוג שפות $L_1, L_2 \notin RE \cup coRE$ כך ש- $L_1 \neq L_2$ ו- $L_1 \leq L_2$.

2. לכל זוג שפות $L_1, L_2 \notin RE \cup coRE$ מתקיים $L_1 \leq L_2$.

2 סיווג שפות

לכל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם היא שייכת ל- R , שייכת ל- $RE \setminus R$ או לא שייכת ל- RE , והוכיחו את תשובתכם.

1. $L_1 = \{ \langle M \rangle, x \in HP \mid |\langle M \rangle, x| \leq 2^{80} \}$.

2. $L_2 = \{ \langle M \rangle, x \in HP \mid |\langle M \rangle| \leq 2^{80} \}$ (ניתן להניח כי למכונה האוניברסלית קידוד בגודל קטן מ- 2^{80}).

3. $L_3 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) \subseteq HP \}$.

4. $L_4 = \{ \langle M \rangle \mid HP \subseteq L(M) \}$.

5. $L_5 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) \neq HP \}$.

רמז: מצאו וריאציה מתאימה של הרדוקציה מ- HP שראיתם בהרצאה ובתרגול (הרדוקציה הראשונה בתרגול), וזכרו שרדוקציה בין שפות היא גם רדוקציה בין המשלימות שלהן.

6. $L_6 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = HP \}$.

רמז: מצאו וריאציה מתאימה של הרדוקציה מ- \overline{HP} שראיתם בתרגול (הרדוקציה השנייה בתרגול).

3 סיווג שפות, שאלה ממבחן

עבור מכונת טיורינג M נסמן ב- $R(M)$ את קבוצת המילים אותן M דוחה, כלומר $R(M) = \{x \mid x \text{ דוחה את } M\}$.

1. מצאו $M_1 \neq M_2$ כך ש- $R(M) \neq R(M')$ אך $L(M) = L(M')$.

לכל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם היא שייכת ל- R , שייכת ל- $RE \setminus R$ או לא שייכת ל- RE , והוכיחו את תשובתכם.

1. $L_1 = \{\langle M \rangle \mid R(M) = R(M') \text{ כך } M' \neq M\}$.

2. $L_2 = \{\langle M \rangle \mid |R(M)| \geq 2\}$.

3. $L_3 = \{\langle M \rangle \mid L(M) \neq L(M') \text{ ובנוסף } R(M) = R(M') \text{ כך } M' \neq M\}$.
 רמז: התבוננו בשפה $L_{\Sigma^*} = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^*\}$ ובמשלימה שלה. האם $L_{\Sigma^*} \in coRE$?