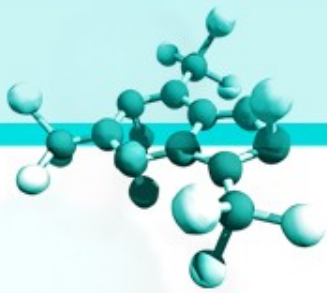
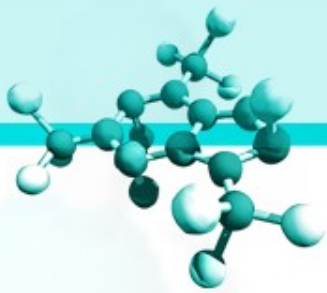


**Ցանցի կմախքային ցիկլերի և ծառերի
հետազոտում**

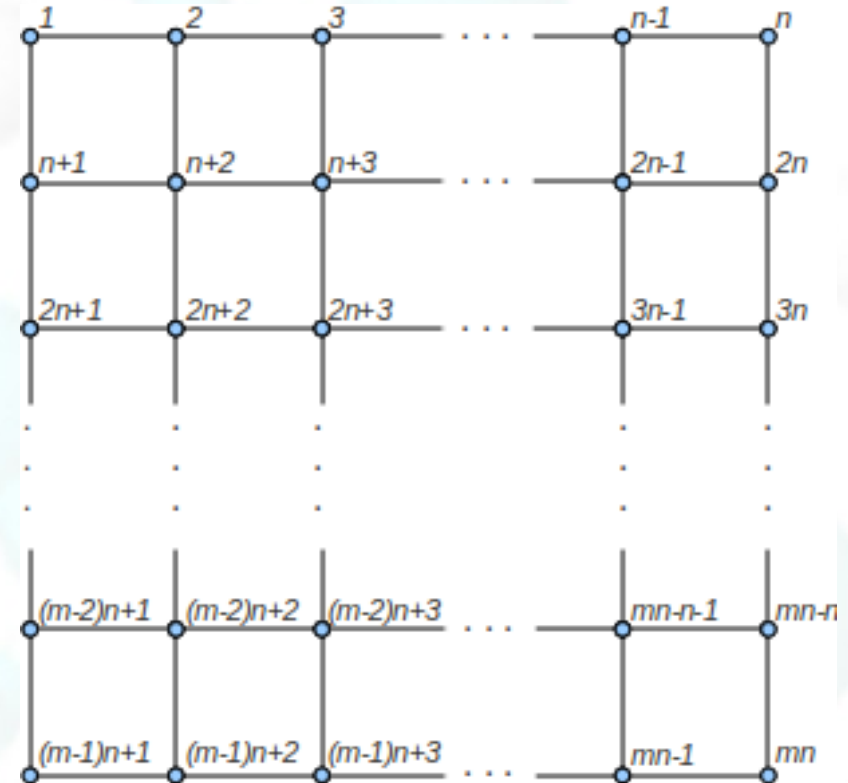
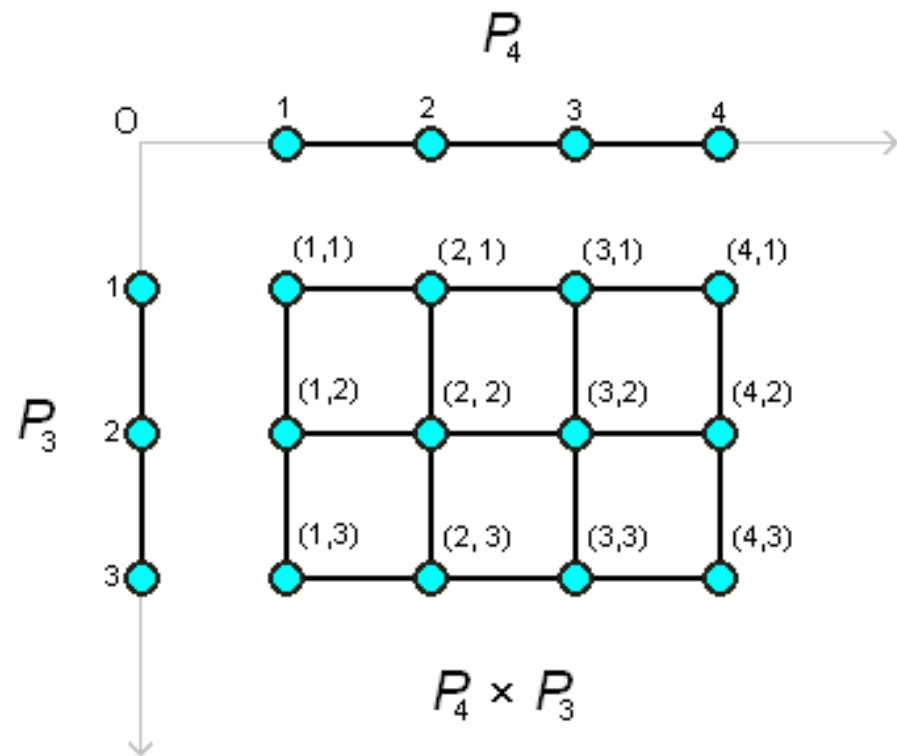


Ներածություն

- Քառակուսային ցանց
- Ցանցի կմախքային ծառեր և ցիկլեր
- Կիրառություններ
- Հավելված

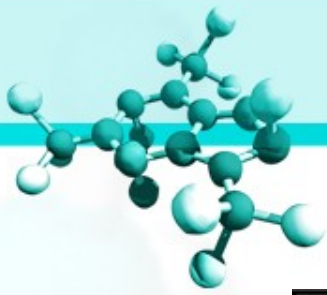


Քառակուսային ցանց



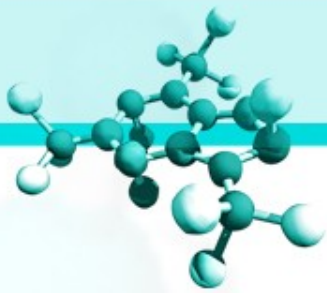
(v, μ) և (v', μ') կից են երբ
 $|v - v'| + |\mu - \mu'| = 1$;
 $v, v' = 1, 2, \dots, n$,
 $\mu, \mu' = 1, 2, \dots, m$

(v, μ) գագաթի համարն է
 $\varphi(v, \mu) = (\mu - 1)n + v$,
 $v = 1, 2, \dots, n$,
 $\mu = 1, 2, \dots, m$:



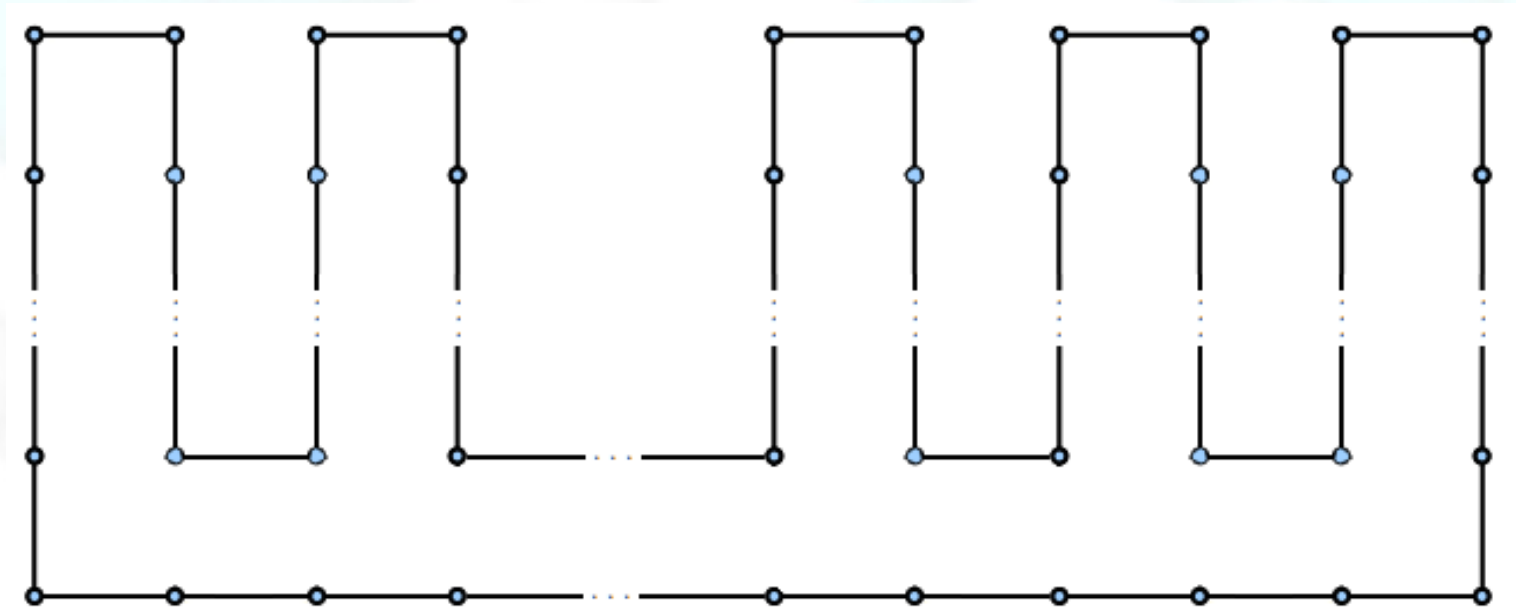
Քառակուսային ցանց

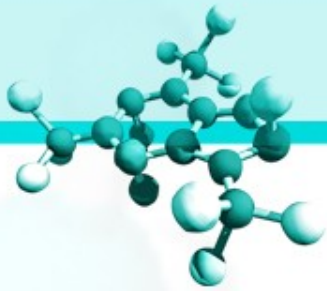
	1	2	3	...	$n-1$	n	$n+1$	$n+2$	$n+3$...	$2n-1$	$2n$	$2n+1$	$2n+2$	$2n+3$...	$3n-1$	$3n$...	$mn-n+1$	$mn-n+2$	$mn-n+3$...	$mn-1$	mn
1	0	1	0	...	0	0	1	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
2	1	0	1	...	0	0	0	1	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
3	0	1	0	...	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
...
$n-1$	0	0	0	...	0	1	0	0	0	...	1	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
n	0	0	0	...	1	0	0	0	0	...	0	1	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
$n+1$	1	0	0	...	0	0	0	1	0	...	0	0	1	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
$n+2$	0	1	0	...	0	0	1	0	1	...	0	0	0	1	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
$n+3$	0	0	1	...	0	0	0	1	0	...	0	0	0	0	1	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
...
$2n-1$	0	0	0	...	1	0	0	0	0	...	0	1	0	0	0	...	1	0	...	0	0	0	...	0	0
$2n$	0	0	0	...	0	1	0	0	0	...	1	0	0	0	0	...	0	1	...	0	0	0	...	0	0
$2n+1$	0	0	0	...	0	0	1	0	0	...	0	0	0	1	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
$2n+2$	0	0	0	...	0	0	0	1	0	...	0	0	1	0	1	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
$2n+3$	0	0	0	...	0	0	0	0	1	...	0	0	0	1	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	0
...
$3n-1$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	1	0	0	0	0	...	0	1	...	0	0	0	...	0	0
$3n$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	1	0	0	0	...	1	0	...	0	0	0	...	0	0
...
$mn-n+1$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	1	0	...	0	0
$mn-n+2$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	1	0	1	...	0	0
$mn-n+3$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	1	0	...	0	0
...
$mn-1$	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	0	1
mn	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...	0	0	0	...	1	0



Քառակուսային ցանց

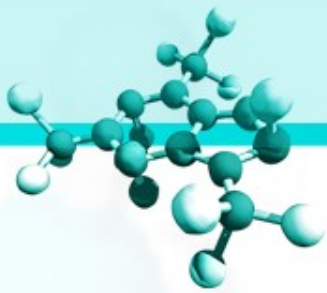
Լեմմա 1: $T_{n,m}$ ցանցը համիլտոնյան է այն և միայն այն դեպքում,
երբ նրա գագաթների քանակը զույգ է:





Ցանցի կմախքային ծառեր և ցիկլեր

- Ցանցի կմախքային ծառերի քանակը
- Համիլտոնյան ցիկլերի մետրիկական
բնութագրերը
- Ցանցի կմախքային ցիկլերի քանակը
- Սիմետրիկ ցիկլեր



Ցանցի կմախքային ծառերի քանակը

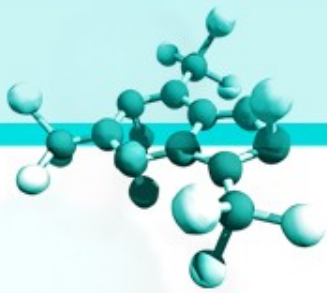
Պնդում: $s_2(n) = 4 s_2(n-1) - s_2(n-2)$, $n = 2, 3, \dots$, $s_2(0)=0$, $s_2(1) = 1$:

$$s_2(n) = \frac{\sqrt{3}}{6} \left((2 + \sqrt{3})^n - (2 - \sqrt{3})^n \right):$$

Պնդում: $s_3(n) = 15 s_3(n-1) - 32 s_3(n-2) + 15 s_3(n-3) - s_3(n-4)$,

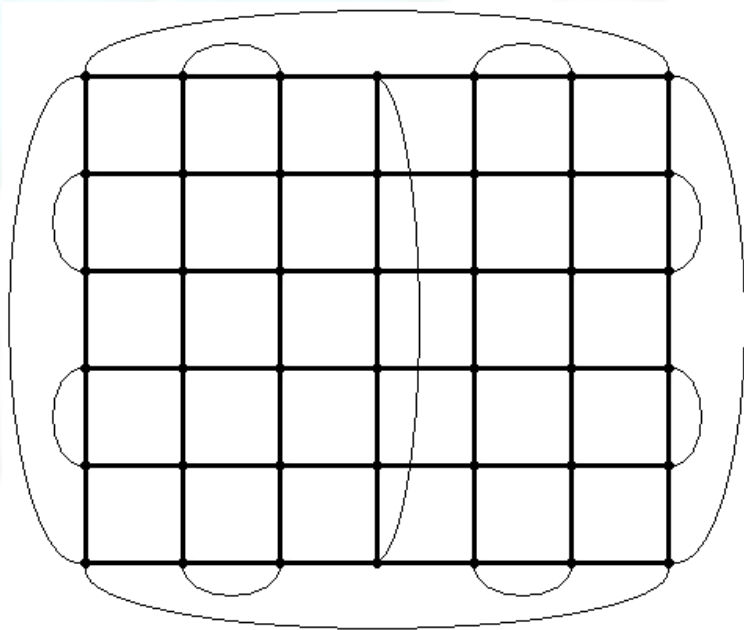
$n = 4, 5, \dots$, $s_3(0) = 0$, $s_3(1) = 1$, $s_3(2) = 15$, $s_3(3) = 192$:

$$s_3(n) \approx 0.09759 \left(12.543754^n + 0.079721^n - 1.830109^n - 0.546416^n \right):$$

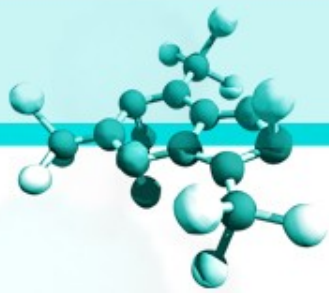


Ցանցի կմախքային ծառերի քանակը

$T_{n,m}$ քառակուսային ցանցից ստանանք $G = (4, nm)$ ռեգուլյար գրաֆ



$$s_m(n) < \frac{e}{nm} 4^{nm-1}$$



Համիլտոնյան ցիկլերի մետրիկական բնութագրերը

$h(C', C'')$ - ը գույգ է, քանի որ ցանցը երկկողմանի է:

$h(C', C'')$ - ը հանդիսանում է հեռավորության.

$h(C', C'') \geq 0$, և $h(C', C'') = 0 \Leftrightarrow C' = C''$,

$h(C', C'') = h(C'', C')$,

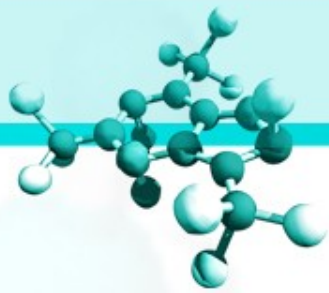
$h(C', C'') + h(C'', C''') \geq h(C', C''')$, (եռանկյան անհավասարություն)

$$d_{\max}(n, m) = \max(h(C', C'')),$$

$$d_{\min}(n, m) = \min(h(C', C'')),$$

$$C', C'' \in C(T_{n,m}):$$

$$2 d_{\min}(n, m) + d_{\max}(n, m) = nm:$$

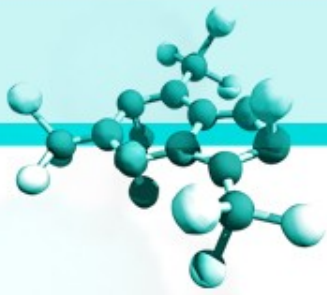


Համիլտոնյան ցիկլերի մետրիկական բնութագրերը

Պնդում: $d_{\min}(3, 2n) = 6(n - 1), \quad n = 2, 3, \dots :$

Պնդում: $d_{\min}(5, 4n + 4) = 6n + 10,$
 $d_{\min}(5, 4n + 6) = 6n + 14, \quad n = 0, 1, \dots :$

Պնդում: $d_{\min}(4m, 4n) = 4mn + 4,$
 $d_{\min}(4m, 4n + 1) = 4mn + 2m + 4,$
 $d_{\min}(4m, 4n + 2) = 4mn + 3m + 4,$
 $d_{\min}(4m, 4n + 3) = 4mn + 5m + 4, \quad n, m = 1, 2, \dots :$



Ցանցի կմախքային ցիկլերի քանակը

Պնդում: $h_3(2n) = 2^{n-1}$, $n = 1, 2, \dots$:

Պնդում: $h_4(n) = 2 h_4(n - 1) + 2 h_4(n - 2) - 2 h_4(n - 3) + h_4(n - 4)$,

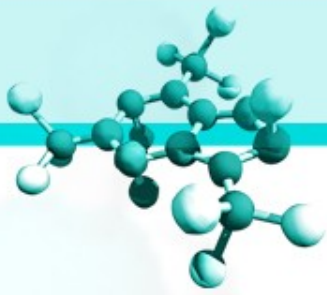
$n = 3, 4, \dots$, $h_4(-1) = h_4(0) = h_4(1) = 0$, $h_4(2) = 1$, $h_4(3) = 2$:

$h_4(n) \approx 0.346124 (2.538616)^{n-1} - 0.148311 (-1.276209)^{n-1}$:

Պնդում: $h_5(2n) = 11 h_5(2n-2) + 2 h_5(2n-6)$,

$n = 3, 4, \dots$, $h_5(0) = h_5(1) = 0$, $h_5(2) = 1$, $h_5(4) = 14$:

$h_5(n) \approx 0.115148 (11.01648)^{n-1}$:



Ցանցի կմախքային ցիկլերի քանակը

Պնդում: $h_3(2n) = 2^{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots :$

Պնդում: $h_4(n) = 2 h_4(n-1) + 2 h_4(n-2) - 2 h_4(n-3) + h_4(n-4),$

$$n = 3, 4, \dots, \quad h_4(-1) = h_4(0) = h_4(1) = 0, \quad h_4(2) = 1, \quad h_4(3) = 2:$$

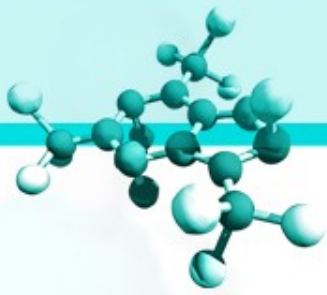
$$h_4(n) \approx 0.346124 (2.538616)^{n-1} - 0.148311 (-1.276209)^{n-1}:$$

Պնդում: $h_5(2n) = 11 h_5(2n-2) + 2 h_5(2n-6),$

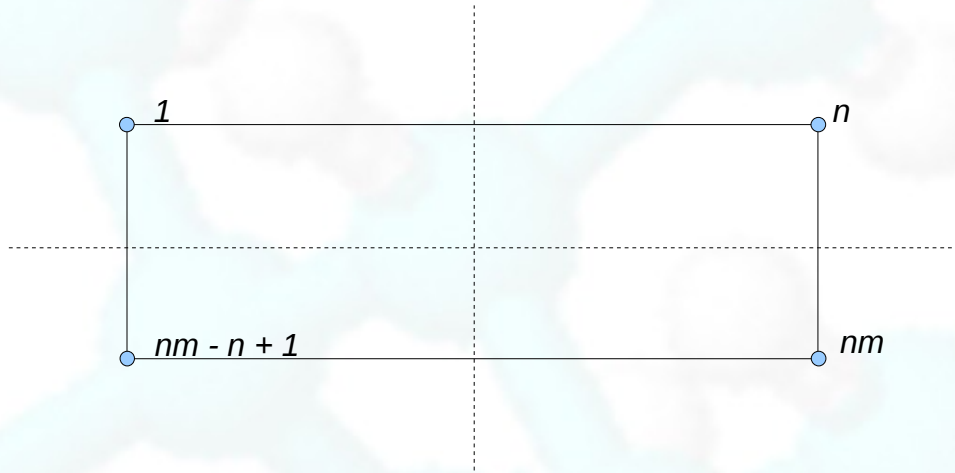
$$n = 3, 4, \dots, \quad h_5(0) = h_5(1) = 0, \quad h_5(2) = 1, \quad h_5(4) = 14:$$

$$h_5(n) \approx 0.115148 (11.01648)^{n-1}:$$

Պնդում: $nm h_m(n) < s_m(n) < h_{2m}(2n), \quad m, n = 2, 3, \dots$



Սիմետրիկ ցիկլեր



C^h

C^{nL}

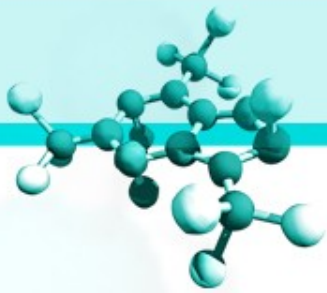
C_4

C^\perp

Համմա: $T_{n,m}$ ցանցում գոյություն ունի հորիզոնական(ուղղահայաց) սիմետրիկ համիլտոնյան ցիկլ այն և միայն այն դեպքում երբ $m(n) - 2$ զույգ է:

Համմա: $T_{n,m}$ ցանցում գոյություն ունի կենտրոնական սիմետրիկ համիլտոնյան ցիկլ այն և միայն այն դեպքում երբ կամ $n - 2$ և $m - 2$ միաժամանակ զույգ են կամ $nm/2 - 2$ կենտ է:

Համմա: $T_{n,n}$ ցանցում գոյություն ունի ուղղահայաց համիլտոնյան ցիկլ այն և միայն այն դեպքում երբ $n/2 - 2$ կենտ է:



Սիմետրիկ ցիկլեր

Պնդում: $\hat{h}_3(n) = \begin{cases} (2^{n/2-1} + 2^{\lfloor n/4 \rfloor + 1})/4, & \text{երբ } 3n/2 \text{ կենստ է,} \\ (2^{n/2-1} + 2^{\lfloor n/4 \rfloor})/4, & \text{հ. դ.:} \end{cases}$

$$d_T(i, j) = |\{i / n\} - \{j / n\}| + |\{i / m\} - \{j / m\}|:$$

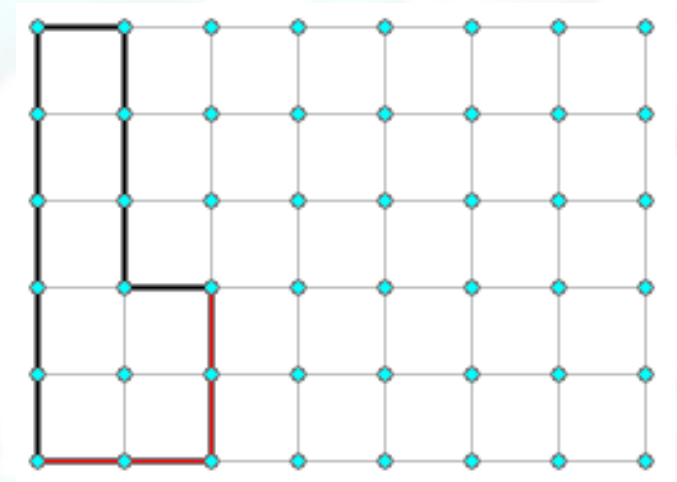
$$d_C(i, j):$$

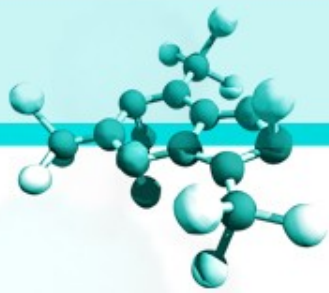
$$f_C^T(k) = \sum_{d_C(i, j)=k} d_T(i, j); \quad k = 1, 2, \dots, nm-1$$

$$f_C^T(1) = mn, \quad f_C^T(2) = 2mn, \quad f_C^T(k) = f_C^T(mn - k):$$

C' և C'' ցիկլերը սիմետրիկ են այն և միայն այն դեպքում, երբ

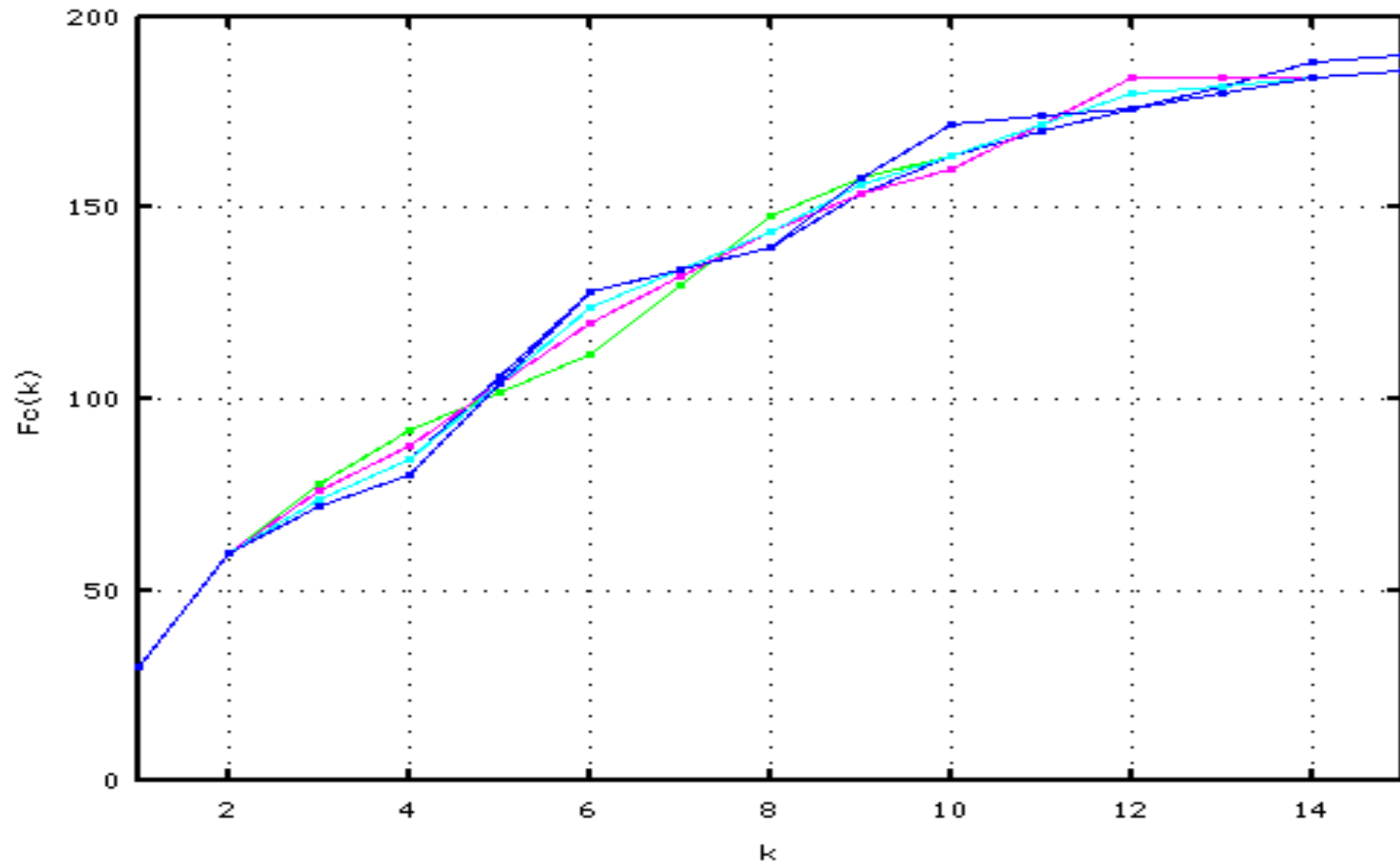
$$f_{C'}^T(k) = f_{C''}^T(k), \quad k = 1, 2, \dots, nm-1:$$



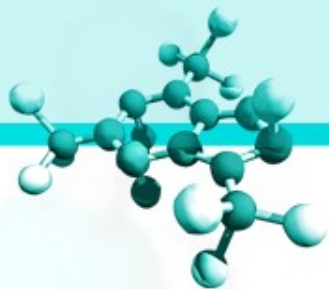


Սիմետրիկ ցիկլեր

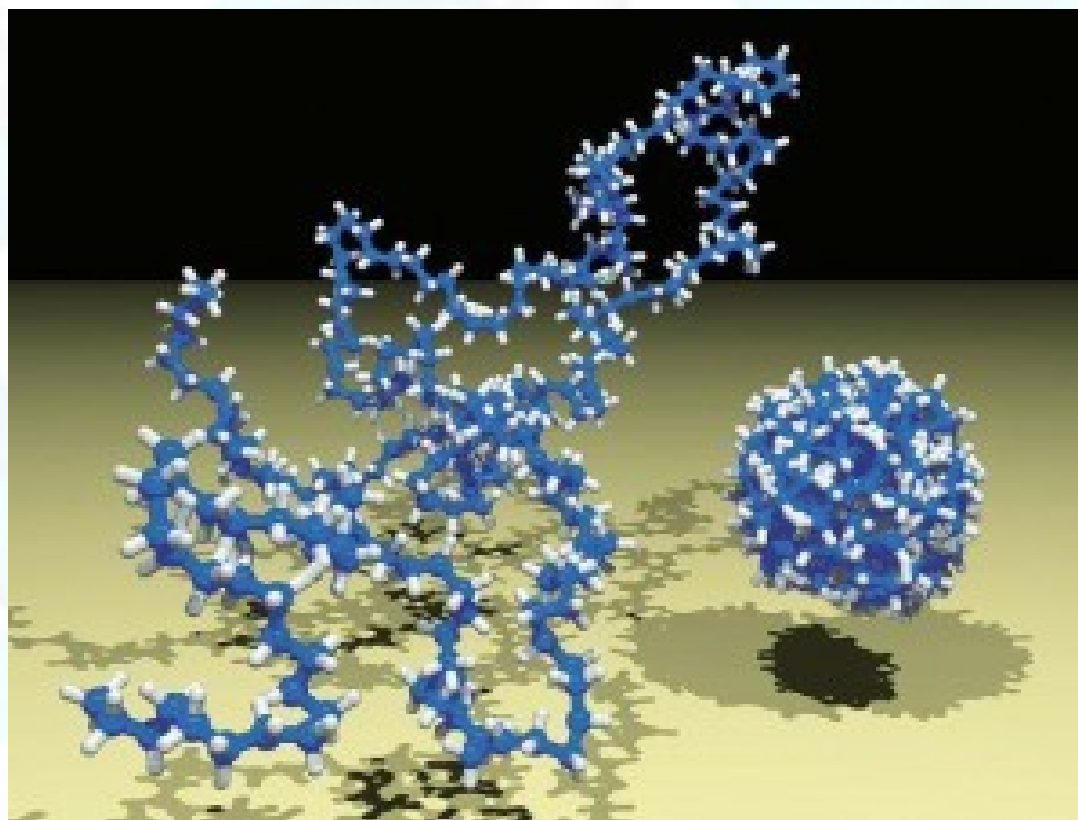
$n=10, m=3$



loop1 - red, loop2 - green, loop3 - blue, loop4 - magenta, loop5 - cyan, loop6 - brown,



Կիրառություններ



Հավելված

Համիլտոնյան ցիկլեր.

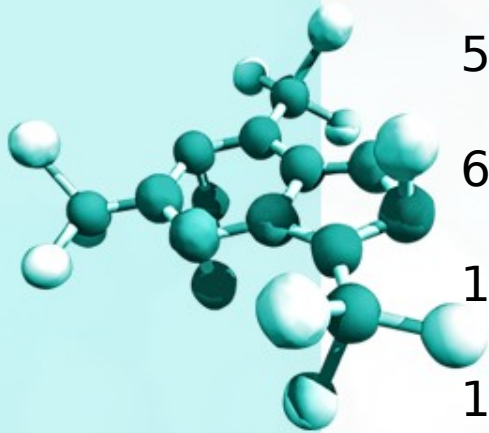
4 x 27 - 29063617746,

5 x 14 - 44653503613184,

6 x 18 - 5950467515104,

10 x 12 - 8091313110371792,

12 x 12 - 1076226888605605706 (37000 բռայե(≈ 26 or)):



Հավելված

Կմախքային ցիկլեր.

2 x 24 - 15386878263120,

3 x 15 - 2922930580320960,

4 x 10 - 490179860527896,

5 x 8 - 1342421467113969,

7 x 7 - 19872369301840986112:

