- Ağırlıklı ortalama; ortanca, tepe değeri, geometrik ortalama gibi farklı bir ortalama yöntemi değildir.
- Birden çok gruba ilişkin ortalama ve gözlem sayılarının var olması durumunda, tüm grubun ortalamasının gözlem değerlerine başvurmadan elde edilmesini sağlar.
- Gözlem sayılan eşit olan iki ya da daha fazla gruba ilişkin aritmetik ortalamalar var ise bu grupların tümünün ortalaması, gruplara ilişkin ortalamaların ortalamasıdır.

- Örneğin, yaşları 18-20 arasında olan erkek ve bayan eltopu (hentbol) oyuncularının hemoglobin düzeyleri ortalamaları aşağıdaki gibi olsun.

Cinsiyet	Hemoglobin (g/dl) $\overline{X}$	n
Erkek	13.5	43
Bayan	12.3	43

- Gruplara ilişkin denek sayılan eşit olduğu için n=86 için aritmetik ortalama, 86 bireyin hemoglobin ölçümlerine gerek kalmadan, (13.5+ 12.3)/2=12.9 *g/dl* olarak bulunur.

- Ancak, denek sayıları eşit değil ise, toplam denek sayısı için elde edilecek aritmetik ortalama, ağırlıklı ortalama yardımıyla kısa yoldan hesaplanabilir.
- Ağırlıklı ortalama;

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

- Burada,
- *k; grup* sayısı,
- *X; i. grubun aritmetik* ortalaması
- n; *i. grubun denek* sayısı' dır.

- Örneğin değişik mesafe koşucularının yüklenme sonrası geri toparlanma sürelerinin ortalamaları aşağıdaki gibi bulunsun.

	Geri Toparlanma Süresi (sn)	
Mesafe	$\overline{X}$	n
Kısa	26.44	76
Orta	22.00	91
Uzun	19.03	55

- Ağırlıklı ortalama bazen ağırlıklarını daha önceden saptadığımız durumlar için de kullanılabilir. Örneğin, istatistik dersi için 3 sınav yapılacağı ve birinci sınavın ağırlığının 1, ikinci sınavın ağırlığının 2 ve üçüncü sınavın ağırlığının 4 olarak saptandığını düşünelim. Bir öğrencinin üç sınava ilişkin sonuçları sırasıyla 50, 80 ve 60 puan ise, puanların ağırlıklı ortalaması

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1(50) + 2(80) + 4(60)}{1+2+4} = 64.28 \text{ puan}$$

- Excel Örnek:

Sınav	Ağırlık (B)	Not (C)
Vize	35	80
Final	45	70
Ödev 1	10	100
Ödev 2	10	60

- Ağırlıklar ile notları çarpıyoruz. **=TOPLA.ÇARPIM(B2:B5;C2:C5)**
- Daha sonra ağırlıkların toplamına

  bölüyoruz. **=TOPLA.ÇARPIM(B2:B5;C2:C5)/TOPLA(B2:B5)**

- Örnek: Yapılan bir ankete göre 100 ailenin çocuk sayıları için verdiği cevapların 20 tanesi 4, 40 tanesi 2, 30 tanesi 1 ve geri kalanıda 5’dir. Buna göre bu verilerin aritmetik ortalamasını, tepe değerini ve geometrik ortalamasını hesaplayınız.

- Aritmetik Ortalama = (20x4 + 40x2 + 30x1 + 10x5) / 100 = 2,4
- Tepe Değeri = 2
- Geometrik Ortalama = $GO = \sqrt[100]{4^{20} x 2^{40} x 1^{30} x 5^{10}} = 2,04513$

- Örnek: Bir ülkedeki hastanelerin yatak kapasitelerine göre gruplandırılmış dağılımları aşağıda verilmiştir. Verilen tabloya göre yatak kapasitesine ilişkin aritmetik ve medyan ortalamayı hesaplayınız.

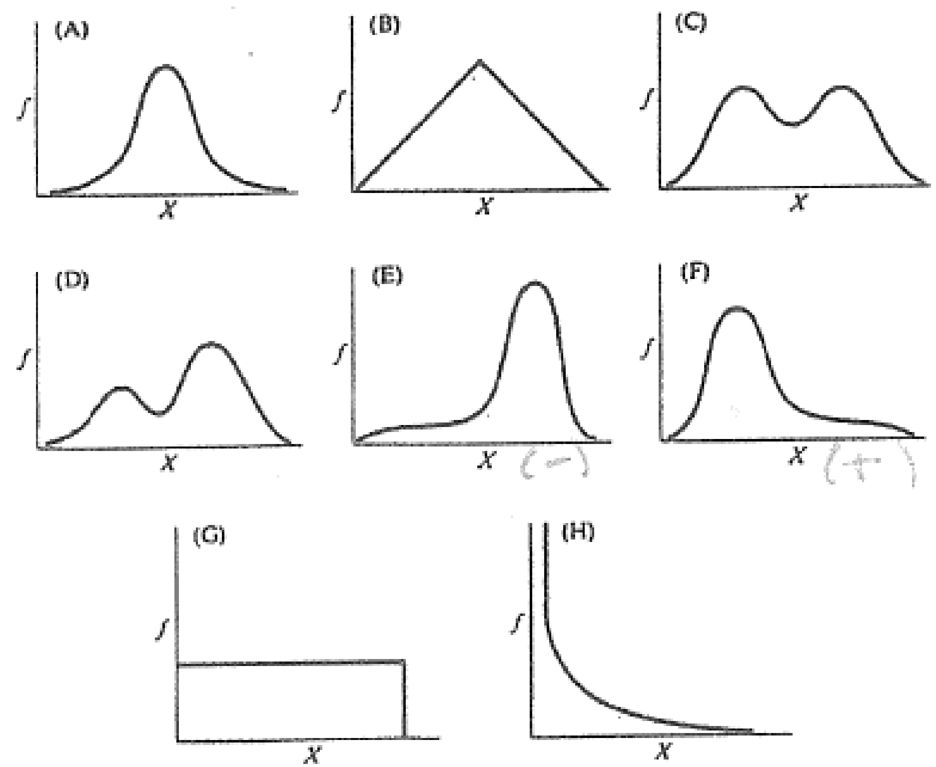
Alt Sınır	Üst Sınır	Sınıf Değeri	Frekans (f)
100	199	149,5	10
200	299	249,5	40
300	399	349,5	60
400	499	449,5	100
500	599	549,5	50
600	699	649,5	30
700	799	749,5	10

Alt Sınır	Üst Sınır	Sınıf Değeri	Frekans (f)	Yığılımlı Frekans
100	199	149,5	10	10
200	299	249,5	40	50
300	399	349,5	60	110
400	499	449,5	100	210
500	599	549,5	50	260
600	699	649,5	30	290
700	799	749,5	10	300

$$AO=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i xs_i}{n}=\frac{1495+9980+20970+44950+27475+19485+7495}{300}=\frac{131850}{300}=439,5$$

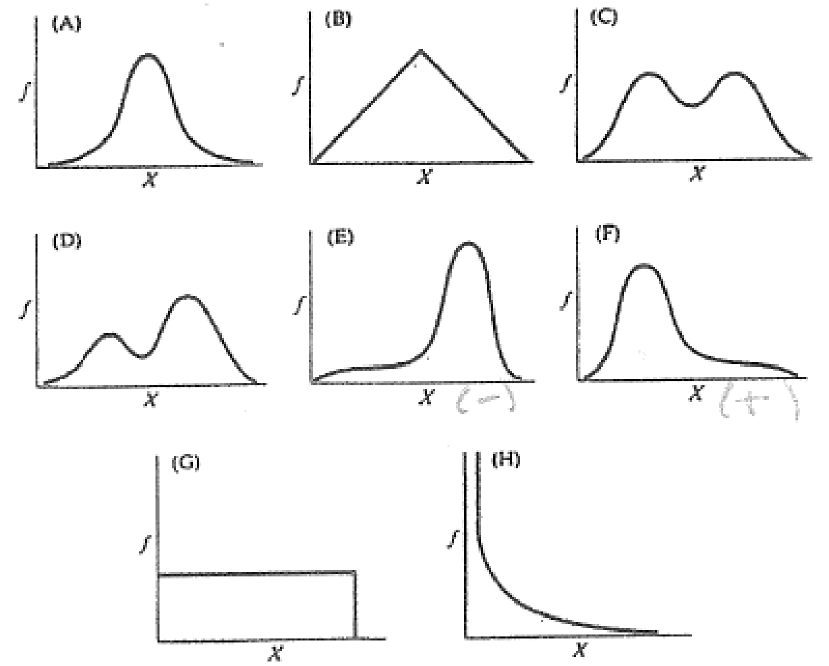
$$MO=L_{med}+\frac{\frac{\sum f_i}{2}-f_l}{f_{med}}xi=400+\frac{150-110}{100}x100=440$$

- Kullanılacak ortalama ölçüsüne karar vermede **veri tipi** ve **dağılımın şekli** iki önemli parametredir.
- Frekans dağılımları elde edilip grafikleri çizildiğinde çok çeşitli şekiller elde edilebilir.
- Bir dağılım ortadan ikiye ayrıldığında iki tarafta aynı şekle sahipse dağılımın **simetrik** olduğu söylenir.
- Örneğin *A, B,* C ve *G* dağılımları simetrik iken *D, E, F* ve *H* dağılımları simetrik değildir.



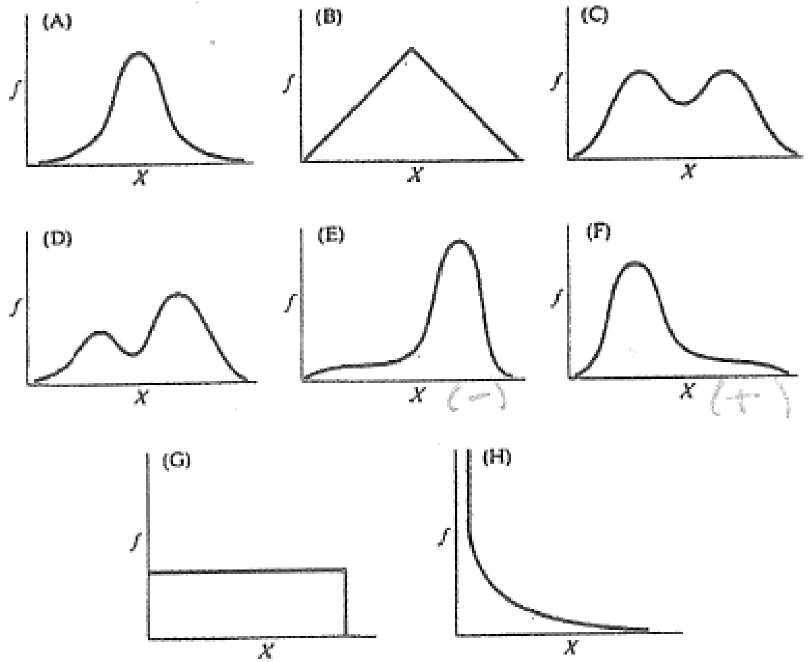
Grafik 2.10. Frakans Dağılımlarına İlişkin Çeşitli Şekiller; A (Normal Eğri-simetrik tek tepeli), B (simetrik tek tepeli), C (simetrik iki tepeli), D (simetrik olmayan iki tepeli), E (negatif çarpık), F (pozitif çarpık), G (dikdörtgen), H (J şeklinde-aşırı çarpık)

- Bu dağılımlar arasında özellikle **negatif çarpık *(E)* ve pozitif çarpık *(F)*** dağılımlara **çok sık** rastlanır.
- E ve F Grafikleri ile gösterilen dağılım incelensin. Dağılımın sağ tarafındaki küçülmelerinin şekli sol taraftaki küçülmelerden farklı bir görünüm vermektedir. Çubuk yüksekliklerinin küçüldükleri taraflara *kuyruk* adı verilir. Genel olarak iki çeşit olan çarpıklık bilinmektedir.
- *Pozitif çarpıklık*: Bu halde sağdaki kuyruk daha uzundur. Dağılımın *kütlesi* genel olarak grafiğin sol tarafında daha yoğun olmuştur.
- *Negatif çarpıklık*: Bu halde soldaki kuyruk daha uzundur. Dağılımın *kütlesi* genel olarak grafiğin sağ tarafında daha yoğun olmuştur.



Grafik 2.10. Frakans Dağılımlarına İlişkin Çeşitli Şekiller; A (Normal Eğri-simetrik tek tepeli), B (simetrik tek tepeli), C (simetrik iki tepeli), D (simetrik olmayan iki tepeli), E (negatif çarpık), F (pozitif çarpık), G (dikdörtgen), H (J şeklinde-aşırı çarpık)

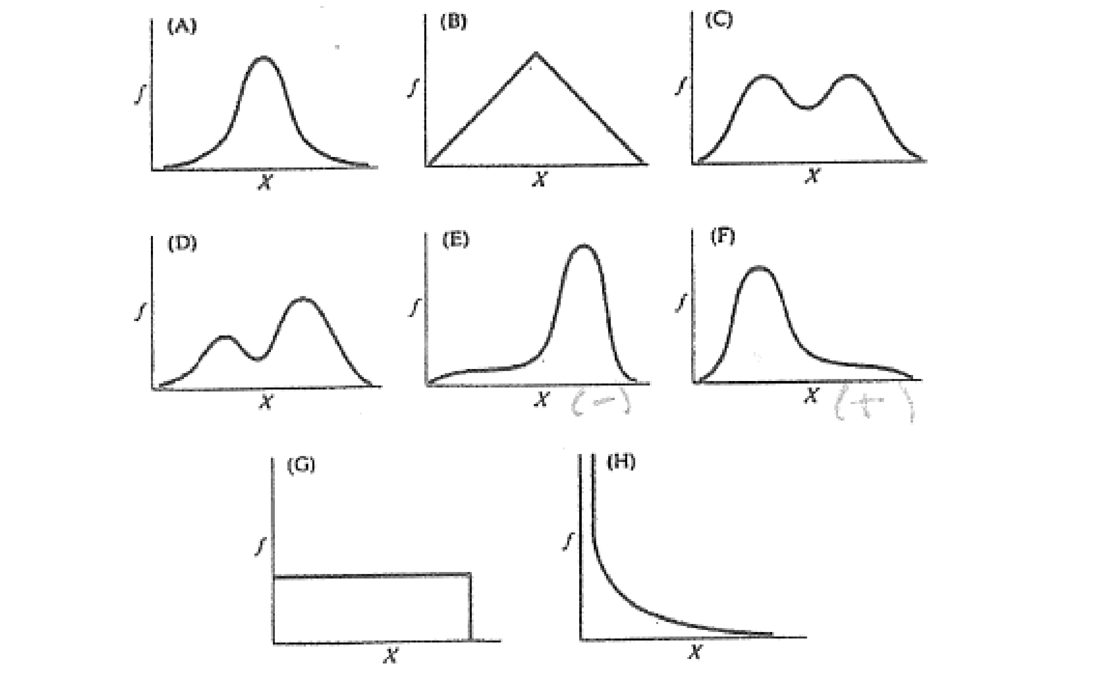
- *G* dağılımı dik dağılımı gösterir. Bu dağılımda bütün sınıflar aynı frekans değerine sahiptir.
- H şeklindeki dağılıma pek rastlanmamakla birlikte örneğin, takımdaki oyuncuların son iki aydaki sakatlanma sayıları bu dağılıma benzer bir şekil gösterebilir. Buna göre, hiç sakatlanmayanların sayısı fazla iken, sakatlanma sayısı arttıkça frekans azalacaktır.



Grafik 2.10. Frakans Dağılımlarına İlişkin Çeşitli Şekiller; A (Normal Eğri-simetrik tek tepeli), B (simetrik tek tepeli), C (simetrik iki tepeli), D (simetrik olmayan iki tepeli), E (negatif çarpık), F (pozitif çarpık), G (dikdörtgen), H (J şeklinde-aşırı çarpık)

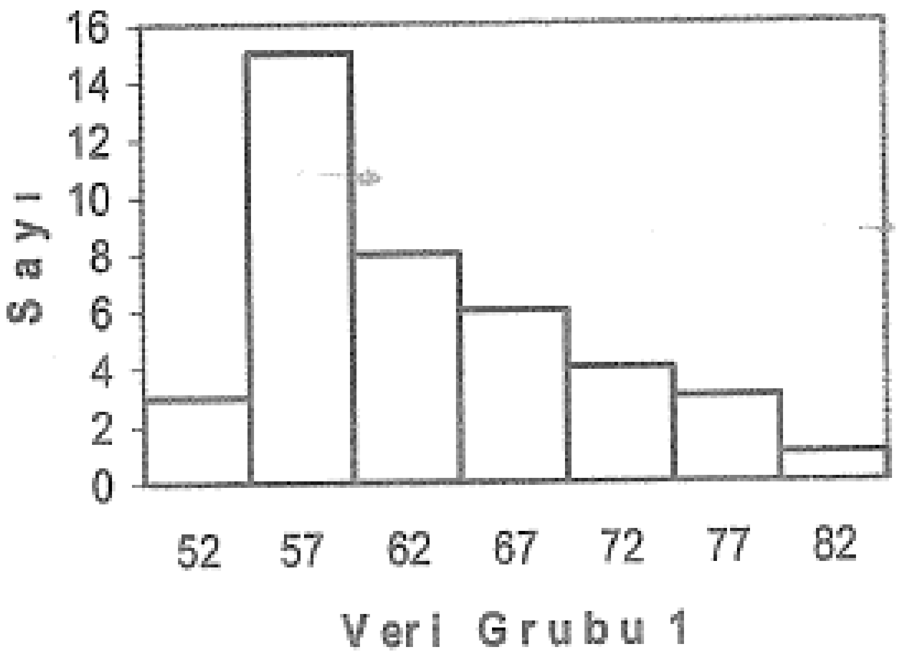
- Eğer bir dağılım simetrik ve A 'daki gibi bir şekil gösteriyorsa ***x=Ortanca* = *Tepe* Değeri'** dir.
- Eğer bir dağılım negatif çarpık bir dağılıma sahipse, aşırı gözlemler küçük değerlerde olacağı için aritmetik ortalama küçük değerlere doğru çekilir ve **x ≤ Ortanca ≤ Tepe değeri** olur.
- Pozitif çarpık bir dağılımda ise ortalamalar arasında
- **x ≥ Ortanca ≥ Tepe Değeri**

şeklinde bir ilişki vardır.



Grafik 2.10. Frakans Dağılımlarına İlişkin Çeşitli Şekiller; A (Normal Eğri-simetrik tek tepeli), B (simetrik tek tepeli), C (simetrik iki tepeli), D (simetrik olmayan iki tepeli), E (negatif çarpık), F (pozitif çarpık), G (dikdörtgen), H (J şeklinde-aşırı çarpık)

- Grafikte, sınıflandırılmış veriler için kullanılan formül yardımıyla bulunan ortalama ölçüleri ve ortalama ölçüleri arasındaki ilişkiler birlikte verilmiştir.



Veri Grubu 1 (Poztif Çarpık)

Arit. Ortalama=62.75

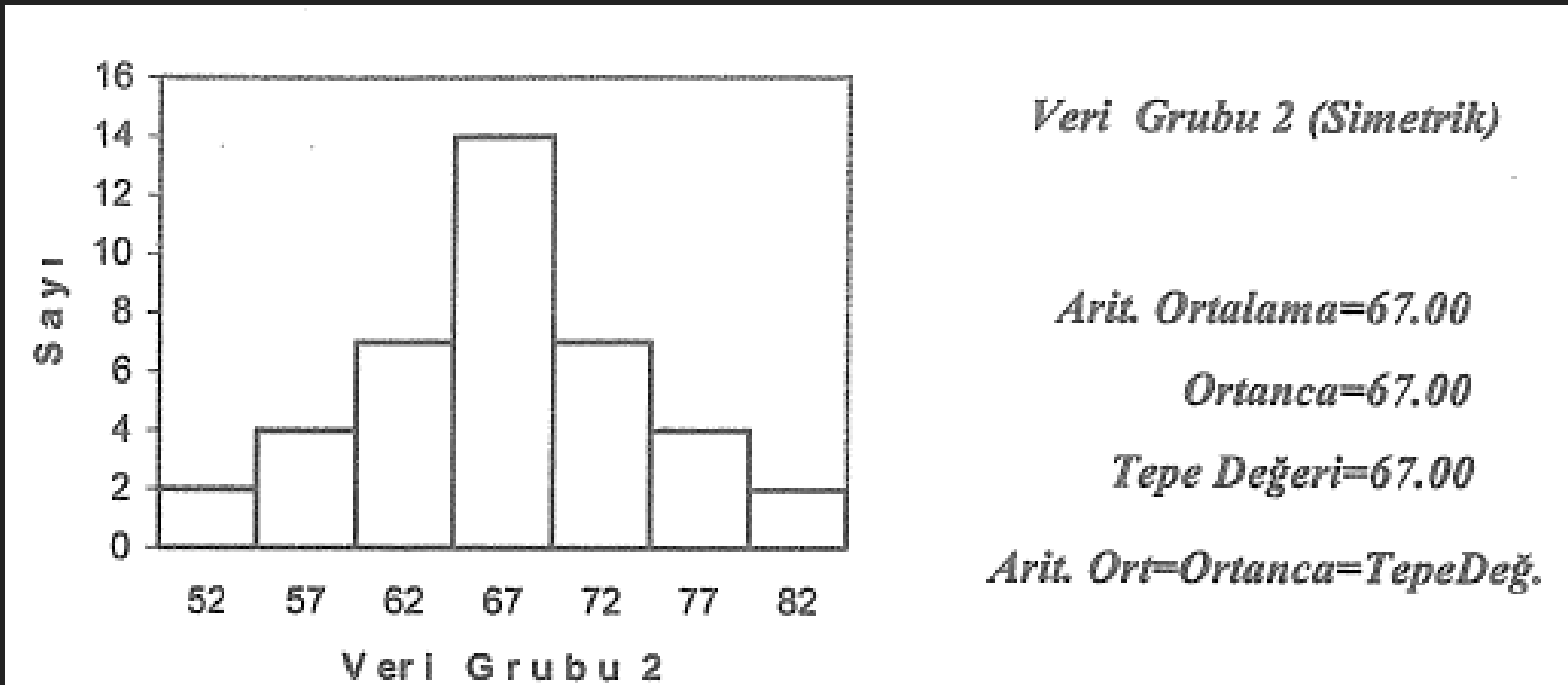
Ortanca=61.75

Tepe Değeri=57.00

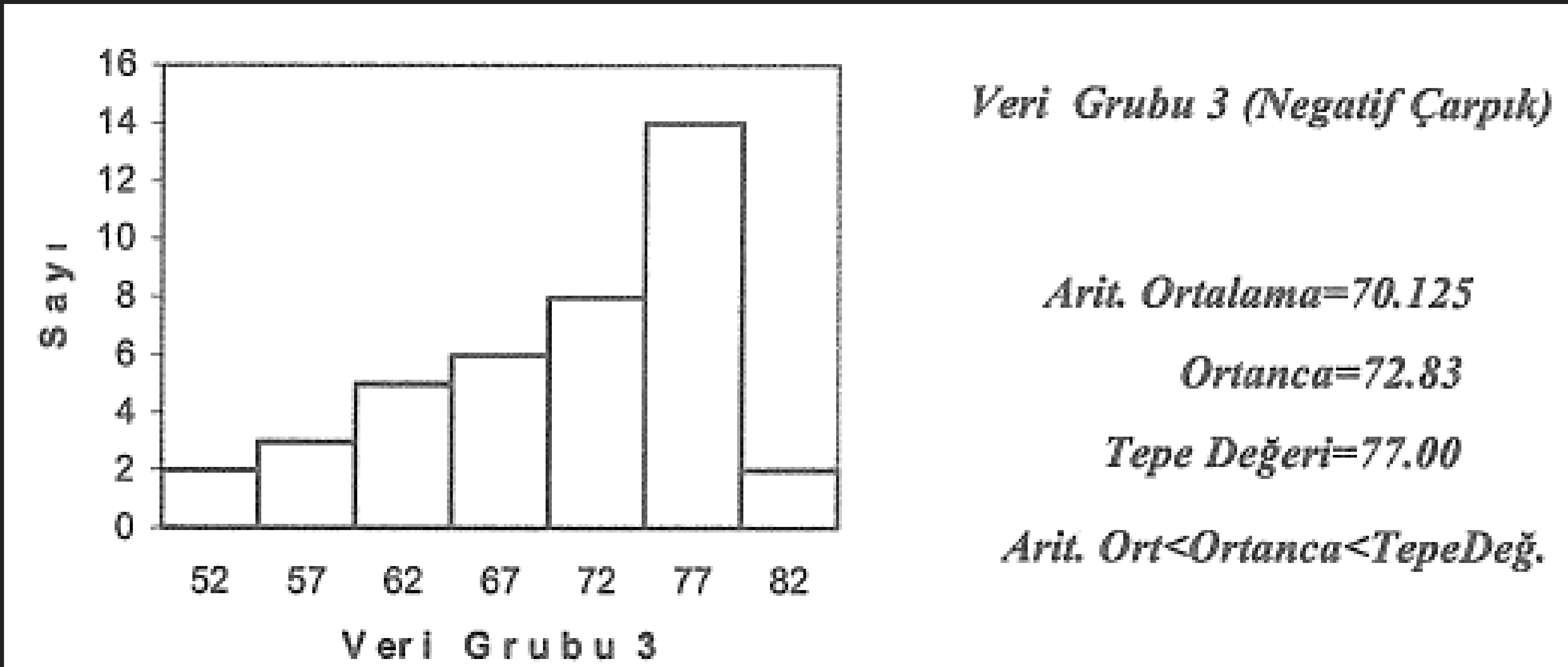
Arit.Ort.>Ortanca>Tepe Değ.

Grafik 2.11. Tablo 2.9'a İlişkin Grafikler

- Grafikte, sınıflandırılmış veriler için kullanılan formül yardımıyla bulunan ortalama ölçüleri ve ortalama ölçüleri arasındaki ilişkiler birlikte verilmiştir.



- Grafikte, sınıflandırılmış veriler için kullanılan formül yardımıyla bulunan ortalama ölçüleri ve ortalama ölçüleri arasındaki ilişkiler birlikte verilmiştir.



- Bu bilgileri de dikkate aldığımızda, **veriler sayısal ve dağılım simetrik** ise ortalama ölçüsü olarak **aritmetik ortalama** kullanılır.
- Eğer **veri sayısal ve çarpık** ise (veride aşırı değerler var ise) **ortanca**nın kullanılması daha uygundur. Ya da aritmetik ortalama ile birlikte ortanca değer de tanımlayıcı ölçü olarak verilmelidir.
- Ortanca, hesaplanmasında gerçek değerler dikkate alınmadığı için verileri ranklardan (sıra sayıları) oluşan dağılımlarda da ortalama ölçüsü olarak kullanılır.
- Tepe değeri ortalama ve ortancaya göre daha kaba bir ortalama ölçüsüdür.

- 1. Aritmetik ortalama hesaplanırken dağılımdaki değerlerin tümü dikkate alınırken, ortanca ve tepe değeri hesaplanırken değerlerin tümü dikkate alınmaz.
- Örneğin ortanca hesabında en çok iki değeri dikkate almak yeterlidir.
- Tepe değeri de dağılımdaki değerlerin bir bölümünü dikkate alır.
- 2. İleride göreceğimiz gibi, aritmetik ortalama diğer birçok istatistiksel işlemlerde kullanıldığı halde, ortanca ve tepe değeri ortalama ölçüsü olmanın dışındaki amaçlar için pek kullanılmamaktadır.

- Yaygınlık ölçüleri, bir dağılımdaki değerlerin farklılıklarının ölçüsünü tanımlar.
- Şöyle ki, bir dağılımdaki değerlerin ortalama değere olan uzaklıkları farklılıklar gösterir. Bu farklılıkların derecesi dağılımın yaygınlığı kavramını oluşturur.
- İki dağılım aynı ortalama, ortanca ya da tepe değerine sahipken yaygınlıkları farklı olabilir.

- Şimdi aşağıda verilen 5'er gözlemli iki dağılımı inceleyelim. Bu iki dağılımın aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değerleri aynı olup 6 'ya eşittir.

Tablo 2.16. Ortalama Ölçüleri Aynı Olan İki Dağılım

Dağılım I		Dağılım II	
2		6	
6	$\overline{X}$ =6	5	$\overline{X}$ =6
1	Ortanca=6	6	Ortanca=6
15	Tepe D.=6	7	Tepe D.=6
6		6	

- Ancak dağılım I'deki değerlerin aritmetik ortalamaya uzaklığı, dağılım II'ye göre daha yaygındır. Bir dağılımdaki değerler aritmetik ortalamadan uzaklaştıkça dağılımın yaygınlığı artar.
- Dolayısıyla, bir dağılımı tanımlamakta sadece tablo ve grafiklerden ya da ortalama ölçülerinden yararlanmak, incelenen dağılım hakkında yeterli bilgiyi sağlamamaktadır.

- Dağılımların yaygınlığı hakkında bilgi veren ve en çok kullanılan ölçü;
- **Standart sapma (standart deviation)** ve onun karesi olan **varyans (variance)** 'tır.

- **Değişim katsayısı**na da sıklıkla başvurulur (coefficient of variation).
- **Dağılım aralığı** (Range),
- **Çeyreklikler arası dağılım aralığı** (interquartiale range-IQR)
- **Çeyrek sapma**(semi-interquartiale range) bu amaçla yaygın kullanılan diğer ölçülerdir.

- Dağılım aralığı en basit yaygınlık ölçüsüdür.
- **Dağılımdaki en büyük değerden en küçük değerin çıkartılması** ile bulunur. Dağılım aralığının göreceli olarak daha küçük olduğu dağılımlarda, değişkenliğin (yaygınlığının) daha az olduğu düşünülür.

Tablo 2.16. Ortalama Ölçüleri Aynı Olan İki Dağılım

Dağılım I		*Dağılım II*	
2		6	
6	$\overline{X}$ =6	5	$\overline{X}$ =6
1	Ortanca=6	6	Ortanca=6
15	Tepe D.=6	7	Tepe D.=6
6		6	

- Daha yaygın olan I. Dağılımın dağılım aralığı R=15-1=14 iken, II. dağılım için bu değer R=7-5=2'dir.

- Ancak, dağılım aralığı dağılımdaki diğer değerlerden oldukça farklı değer(ler) olan aşırı değer(ler)den etkilenmesi ve sadece iki gözleme ilişkin değeri dikkate alması nedeniyle **kaba bir değişkenlik ölçüsüdür.**
- Aşağıdaki iki dağılımı inceleyelim ;

Dağılım A : 0 0 2 3 3 4 5 6 8 9 10 10 10

Dağılım B : 0 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 10

- *A* Dağılımı daha yaygın olmakla birlikte *B* Dağılımı ile aynı dağılım aralığına (genişliğe) sahiptir.
- *B* Dağılımında, en büyük ve en küçük değer çıkartıldığında, dağılım aralığı 10'dan 2'ye düşmektedir.
- Ayrıca, gözlemlerin çoğunun en büyük ya da en küçük değere yakın olduğu durumlarda da gerçek değişkenlik hakkında bilgi vermez.
- Dağılım aralığı daha ileri düzeydeki istatistiksel hesaplamalarda da pek kullanılmaz.

- **Verilerin kesikli ya da sürekli sayısal veri tipi**nde olduğu durumlarda eğer dağılımlar çarpıksa (dolayısıyla, ortalama ölçüsü olarak ortanca kullanılıyorsa) ya da **veri sıralı bir veri** (1.,2., .. ,10., ..gibi) ise **yaygınlık ölçüsü olarak çeyrekler arası dağılım aralığından sıklıkla yararlanılır**.
- Özellikle, araştırıcıların **uçtaki değerlerden çok ortadaki değerlerle ilgilendiği durumlarda** kullanılır.
- Çeyrekler arası dağılım aralığı, 75. yüzdelik değerinden 25. yüzdelik değerinin çıkartılması ile bulunur.
- Dağılım aralığı aşırı uç değerlerden etkilendiği halde *çeyrekler* arası dağılım aralığı aşırı uç değerlerden etkilenmez.

- Örneğin
  - 5 7 9 12 26 33 34 35 38 42 70
- Q1 Medyan Q3

- Çeyrekler Arası Dağılım: Q3-Q1 = 38-9 = 29
- Yüzücülerin *MaxV02* değerlerinin 75. yüzdeliği 62 *ml/kgldk* ve 25. yüzdeliği 53 *ml/kg/dk* olarak bulunur. Buradan, bu dağılımın çeyrekler arası dağılım aralığı 62-53=9 *ml/kg/dk* olarak bulunur.

- Spor Bilimlerinde Uygulamalı İstatistik“Prof. Dr. Reha Alpar”
- http://ekonomiturk.blogspot.com.tr/2010/04/varyansstandart-sapma-nedir.html (erişim: 20.10.2015)
- Olasılık ve İstatistik “Prof. Dr. Fikri Akdeniz”
- İstatistik, Schaum Serisi “Çeviri: Prof. Dr. Salih Çelebioğlu”