Отчет по лабораторной работе №6: Модель ‘Распространение эпидемии’

дисциплина: Математическое моделирование

Швец С., НФИбд-03-18

Содержание

List of Figures

1 Введение

1.1 Цель работы

Изучить простейшую модель эпидемии и построить 2 графика распространения болезни

1.2 Задачи работы

1. Рассмотреть простейшую модель эпидемии: С условием того, что число заболевших не превысит критического значения. С условием того, что число заболевших превышает критическое значение
2. Построить модели 2-х случаев распространения заражения

2 Терминология. Условные обозначения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая изолированная популяция, состоящая из N особей подразделяется на три группы: Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи $S(t)$. Вторая группа – это инфицированные особи, которые так же при этом являются распространителями инфекции $I(t)$. Третья группа $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, пока число заболевших не превысит критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$ тогда инфицированые способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ происходит по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, и выражается следующей формулой:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} \alpha - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающих иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

- α - коэффициент заболеваемости
- β - коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решение соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

- $I(0) \leq I^*$
- $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Формулировка задачи:

Вариант 7

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 20000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 99$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 5$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если $I(0) \leq I^*$
2. Если $I(0) > I^*$

3.2 Решение

Коэффиценты:

a = 0.01 //Коэффициент заболеваемости

b = 0.02 //Коэффициент выздоровления

Начальные значения:

$N = 20000$ //Общая численность популяции

$I(0) = 99$ //Количество инфицированных особей в начальный момент времени

$R(0) = 5$ //Число здоровых людей с иммунитетом к болезни

Код на Julia:

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.01;
b = 0.02;
N =  20000;
I0 = 99;
R0 = 5;
S0 = N - I0 - R0;

# случай 1
    function inf1(dx,x,p,t)
        dx[1] = 0
        dx[2] = -b*x[2]
        dx[3] = b*x[2]
    end
 x0 = [S0, I0, R0]
 tspan = (0, 90)
 prob1 = ODEProblem(inf1, x0, tspan)
 sol1 = solve(prob1, timeseries_steps = 0.01);

p1 = plot(sol1,
    label = ["S(t)" "I(t)" "R(t)"],
    title = "Модель заражания №1",
    titlefontsize = 15)
```

```
#Увеличенный график
ylims!(0,100)


    function inf2(dx,x,p,t)
        dx[1] = -a*x[1]
        dx[2] = a*x[1] - b*x[2]
        dx[3] = b*x[2]
    end
 x0 = [S0, I0, R0]
 tspan = (0, 1000)
 prob2 = ODEProblem(inf2, x0, tspan)
 sol2 = solve(prob2, timeseries_steps = 0.01);

p2 = plot(sol2,
    label = ["S(t)" "I(t)" "R(t)"],
    title = "Модель заражания №2",
    titlefontsize = 10)


savefig(p1,"001.png")
savefig(p2,"002.png")
```

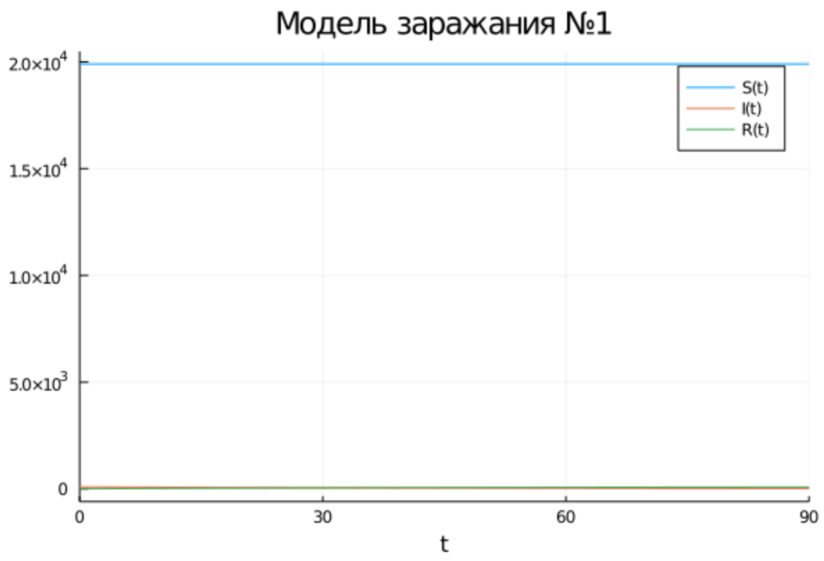

Figure 3.1: Модель заражения I(0) <= I*

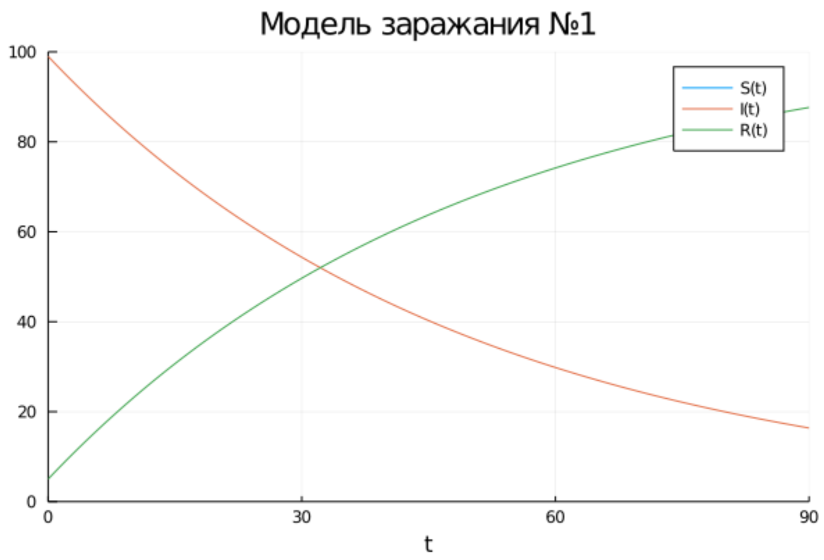

Figure 3.2: Модель заражения I(0) <= I*(Увеличенный график)

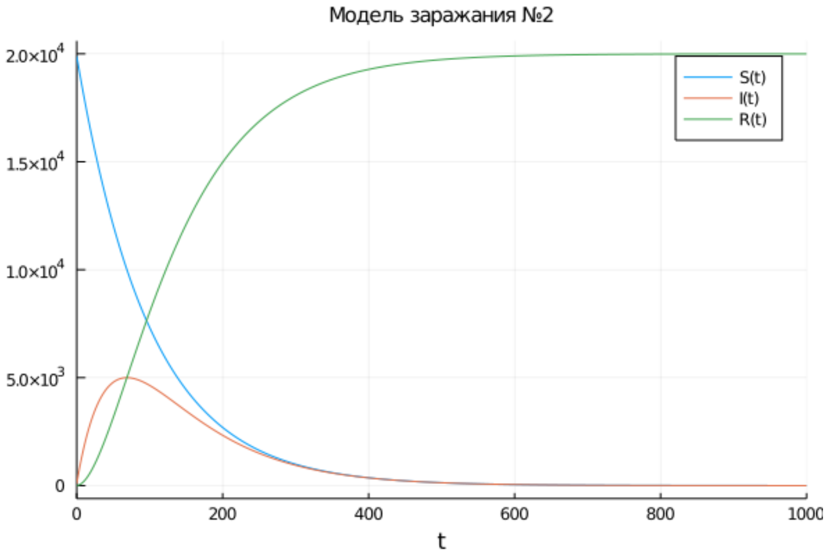

Figure 3.3: Модель заражения I(0) > I*

4 Выводы

Мы изучили простейшую модель эпидемии и построили модели 2-х случаев распостронения болезни