Отчет по лабораторной работе №3: Модель боевых действий

дисциплина: Математическое моделирование

Швец Сергей Сергеевич, НФИбд-03-18

Содержание

Список иллюстраций

1 Введение

1.1 Цель работы

Изучить и построить простейшую модель боевых действий

1.2 Задачи работы

1. Построить график изменения числености двух армий для случая боевых действий между регулярными войсками;
2. Построить график изменения числености двух армий для случая ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

2 Теоретическая справка

Рассмотрим два случая боевых моделей

2.1 Первый случай

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dx}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

$-a(t)x(t) - h(t)y(t)$ - потери, не связанные с боевыми действиями.$a(t), h(t)$ - характеризуют степень влияния различных факторов на потери(болезни, дезертирство и т.д)

$b(t), c(t)$ - коэффиценты, указывающие на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно.

2.2 Второй случай

В этом случае считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на неизвестной территории, пропорционален не только численности армейских соединенй, но и численности самих партизан

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dx}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

2.3 Простейшие модели

2.3.1 Первый случай

Факторы, влияющие на модель: - b, c - постоянны - Не учитваются потери, не с вязанные с боевыми действиями(коэффиценты $a(t), c(t)$) - Не учитывается возможность подхода подкрепления: - x, y - численность противостоящих армий

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -b(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = -c(t)x(t) \end{cases}$$

Тогда:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{cx}$$

$cxdx = bydy$
$cx^2 - by^2 = C$
Влияние C:

- $C < 0$ - армия y выигрывает
- $C > 0$ - армия x выигрывает
- $C = 0$ - истребление обеих армий(требуется бесконечно большое время)

2.3.2 Второй случай

Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -b(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = -c(t)x(t)y(t) \end{cases}$$

$\frac{dx}{dt}$ - изменение численности рнегулярных войск
$\frac{dy}{dt}$ - изменение численности партизанских войск

Уравнение:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t)\right) = 0$$

Введем начальные данные:

$$\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t) = \frac{b}{2}x^2(0) - cy(0) = C_1$$

Влияние C_1:

- $C_1 < 0$ - партизаны побеждают
- $C_1 > 0$ - регулярная армия выигрывает
- $C_1 = 0$ - истребление обоих войск(требуется бесконечно большое время)

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Формулировка задачи:

Вариант 7

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t), y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 24 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 9 500 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

3.2 Решение

Построим графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

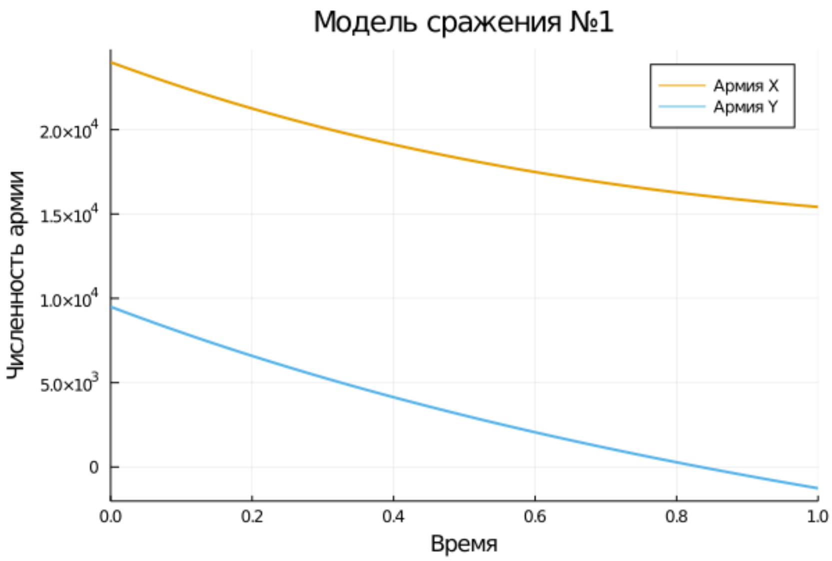
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,3x(t) - 0,87y(t) + sin(2t) + 1 \\ \frac{dx}{dt} = -0,5x(t) - 0,41y(t) + cos(3t) + 1 \end{cases}$$

Код на Julia

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
theme(:wong)
#Численность армий
x0 = 24000;
y0 = 9500;
#Потери, не связанные с боевыми действиями
 a = 0.3;
 h = 0.41;
 #Эффективность боевых действий
 b = 0.87;
 c = 0.5;
 #Подкрепления
 P(t) = sin(2t)+1;

 Q(t) = cos(3t)+1;

 # СДУ
 function m!(dy, y, p, t)
       dy[1]=-a*y[1]-b*y[2]+P(t)
       dy[2]=-c*y[1]-h*y[2]+Q(t)
       end
#Вектор начальных значений
y0 = [x0, y0]
tspan = (0.0,1.0);

#Решение СДУ
 pr = ODEProblem(m!,y0,tspan);
 s = solve(pr);
```

```
#график
  pl = plot(s,title = "Модель сражения №1",
  label = ["Армия X" "Армия Y"],
   xlabel = "Время",
   ylabel= "Численность",
   lw = 2)

   display(pl)

 savefig(pl,"1.png")
```



Модель боевых действий между 2-мя регулярными армиями

Вывод: армия X выигрывает с потерями около 9000 человек(по графику видно, что численность армии Y равна 0 менее чем за единицу времени)

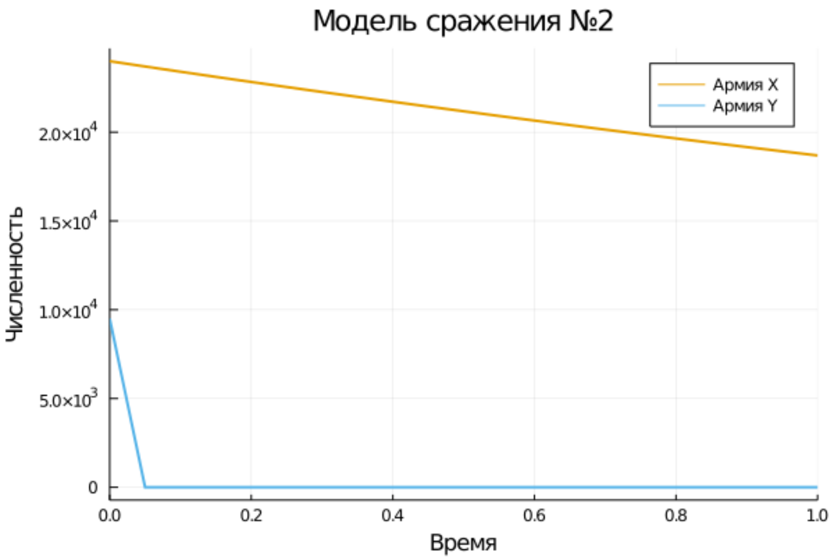
2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,25x(t) - 0,64y(t) + sin(2t+4) \\ \frac{dx}{dt} = -0,2x(t)y(t) - 0,52y(t) + cos(t+4) \end{cases}$$

Код на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations
theme(:wong)
#Начальные значения
x0 = 24000;
y0 = 9500;
#Коэффиценты
 a = 0.25;
 h = 0.52;
 b = 0.64;
 c = 0.2;
#Подкрепление
 P(t) = sin(2t+4)
 Q(t) = cos(t+4);
# СДУ
 function m2!(dy, y, p, t)
       dy[1]=-a*y[1]-b*y[2]+P(t)
       dy[2] = -c*y[1]*y[2]-h*y[2]+Q(t)
       end
y_0 = [x0, y0];
tspan = (0.0, 1.0);
#Решение системы
 prb = ODEProblem(m2!,y_0,tspan);
 sol = solve(prb, saveat = 0.05);
#график
  pl = plot(sol,title = "Модель сражения №2",
  label = ["Армия X" "Армия Y"],
   ylabel= "Численность",
```

```
   xlabel = "Время",
    lw = 2)

   display(pl)
#Сохранение графика
savefig(pl,"2.png")
```



Модель боевых действий между регулярной армией и партизанами

Вывод: армия X выигрывает с небольшими потерями

4 Выводы

Мы изучили простейстейшие модели боевых действий.