Отчет по лабораторной работе №4: Модель гармонических коллебаний

*дисциплина: Математическое моделирование*

Швец С., НФИбд-03-18

Содержание

# Введение

## Цель

Изучить и построить модель линейного гармонического осциллятора

# Терминология. Условные обозначения

**Линейный гармони́ческий осцилля́тор** — система, которая при выведении её из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы , пропорциональной смещению

## Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора

Линеное однородное дифференциальное уравнение второго порядка, является примером динамической системы:

Обозначения:

,

* -переменная, описывающая состояние системы(смещение грузаб заряд конденсатора и т.д)
* - характеризует потерю энергии(трение в механической системе, сопротивление в контуре)
* -собственная частота колебаниц
* - время

## Уравнение осциллятора при остутствие потерь в системе( =0)

Энергия колебаний такого консервативного сохраняется во времени:

Зададим начальные условия:

Уравнение второго порядка:

Начальные условия примут вид:

**Фазовая плоскость** - двумерное пространство в которм “движется” решение

**Фазовая траектория** - гладкая кривая в фазовой плоскости - решение уравнения движения как функции времени.

**Фазовый портрет** - картина, образованная набором фазовых траекторий, когда множество различных решений можно изобразить на одной фазовой плоскости.

# Выполнение лабораторной работы

## Формулировка задачи:

**Вариант 7**

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:
2. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы:
3. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы:

На интервале (шаг 0.05) с начальными условиями

## Решение

Учитывая начальные условия и интервал с шагом построим фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы(рис. 1)(рис. 2)

*Решение на Julia:*

#функция осциляции  
function portret(w, g, x0, y0)  
  
 function SDU(du,u,p,t)  
 du[1] = u[2]  
 du[2] = -w\*w\*u[1]-g\*u[2]-f(t)  
 end  
  
 u0 = [x0, y0]  
 tspan = (0.0, 25)  
  
 prob = ODEProblem(SDU, u0, tspan)  
 sol = solve(prob, RK4(),reltol=1e-6, timeseries\_steps = 0.05)  
  
 N = length(sol.u)  
 J = length(sol.u[1])  
  
 U = zeros(N, J)  
  
 for i in 1:N, j in 1:J  
 U[i,j] = sol.u[i][j]  
 end  
 U  
end  
#грфики  
f(t) = 0  
ans1 = portret(7, 0,1, 1);  
  
Plots.plot(ans1)  
  
set\_default\_plot\_size(30cm, 20cm)  
 Gadfly.plot(x = ans1[:,1], y = ans1[:,2],  
 Guide.title("Колебания без затухания без действия внешней силы"))

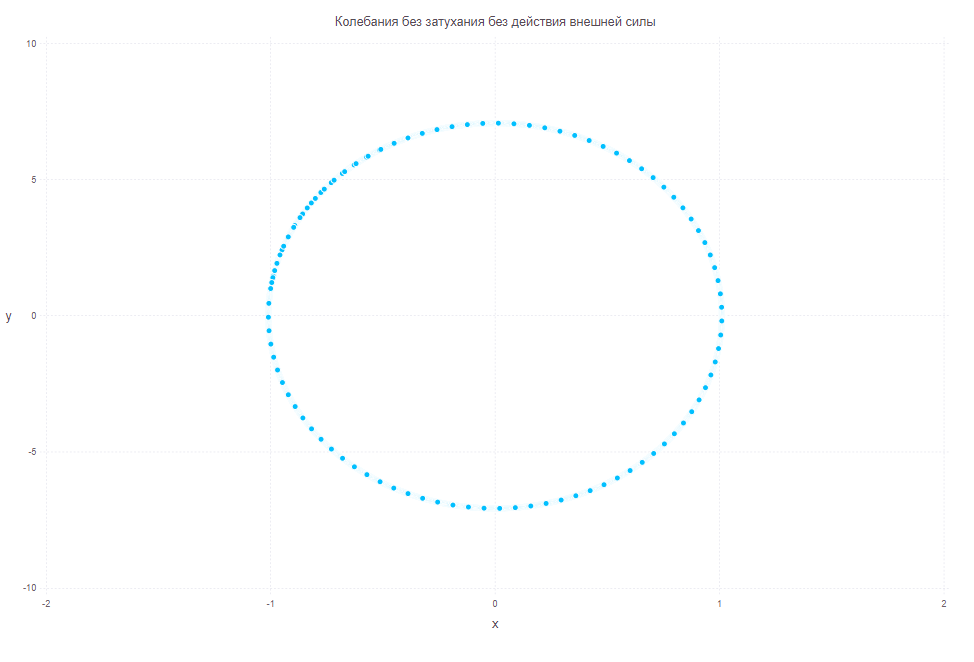


Figure 1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

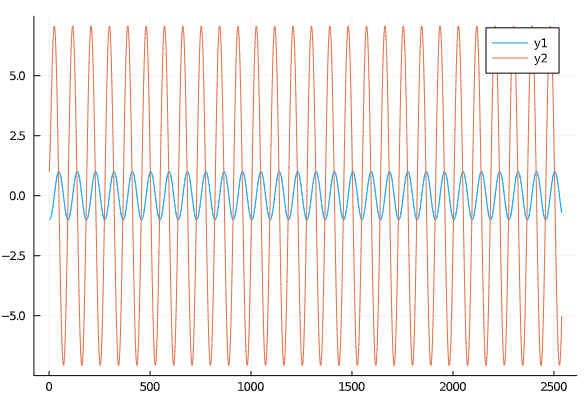


Figure 2: Решение уравнения для модели гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

1. Колебания гармонического осциллятора(рис. 3) c затуханием и без действий внешней силы(рис. 4):

Параметры:



*Решение, реаллизованное с помощью Julia:* код аналогичен, меняем лишь вывод

set\_default\_plot\_size(30cm, 20cm)  
 Gadfly.plot(x = ans1[:,1], y = ans1[:,2],  
 Guide.title("Колебания без затухания без действия внешней силы"))  
  
 Plots.plot(ans2)

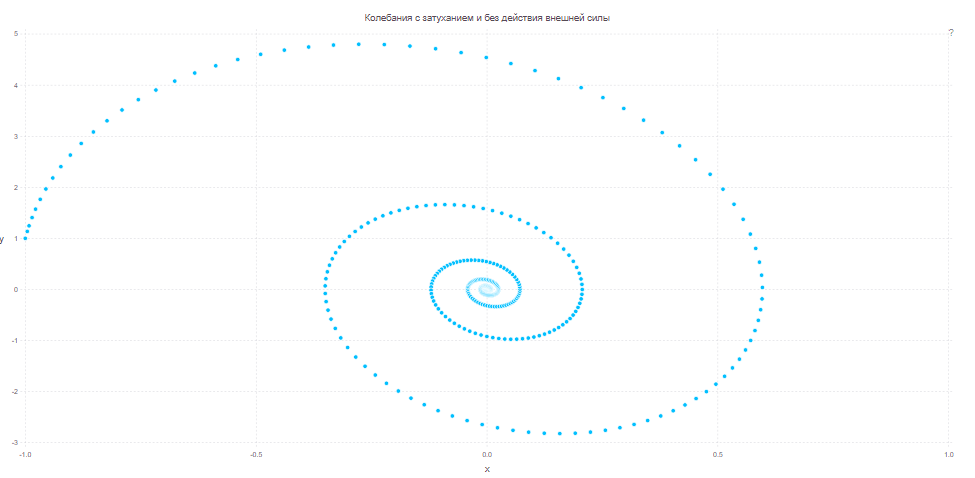


Figure 3: Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы

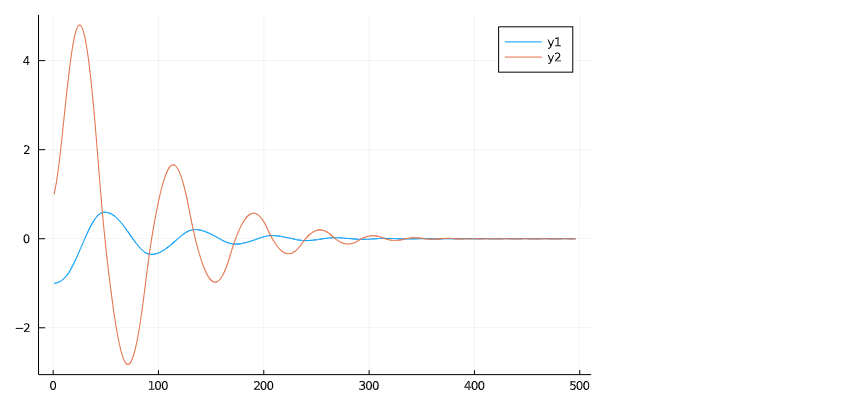


Figure 4: Решение уравнения для модели гармонического осциллятора с затуханиями и без действий внешней силы

1. Колебания гармонического осциллятора(рис. 5) c затуханием и под действием внешней силы(рис. 6):

Параметры:



Начальная функция:

*Решение, реаллизованное с помощью Julia:*

f(t) = cos(3t)  
ans3 = portret(1, 5, -1, 1)  
set\_default\_plot\_size(40cm, 20cm)  
 Gadfly.plot(x = ans3[:,1], y = ans3[:,2],  
 Guide.title("Колебания c затуханием и под действием внешней силы"))  
  
 Plots.plot(ans3)

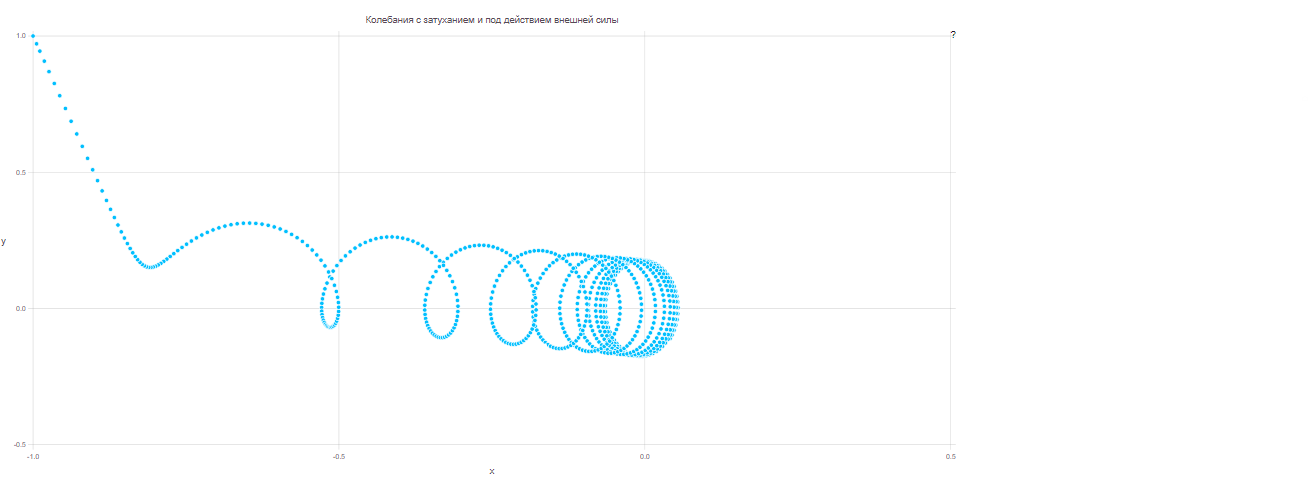


Figure 5: Колебания гармонического осциллятора c затуханием и действием внешней силы

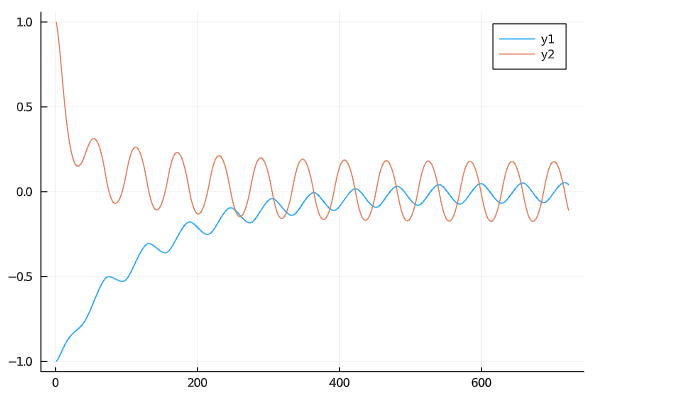


Figure 6: Решение уравнения для модели гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы

# Выводы

Мы изучили модель линейного гармонического коллебания и построили ее фазовую траекторю и график решения