

uNiFTswap の Impermanent loss に関する回答

2021 年 11 月 6 日

by ぐるーん

1. Introduction

Impermanent loss に関して非常に有益な質問がなされたので、丁寧な回答書を作り、公開しようと思います。uNiFTswap はメインネットで動かしているわけではないので注意してください。

uNiFTswap は、

- 一部区間で、普通の DEX よりも impermanent loss を抑えて、impermanent loss の上限を保証をする、ERC20token の DEX であること
- NFT も DEX で swap できること

に特徴があります。

NFT 同士の swap 機能は、NFT コミュニティの拡大方法や新しい NFT の分配方法を提供したり、NFT コミュニティ同士をつなげたり、NFT ゲームを促進したり、NFT の自動価格決定プロセスにより NFT の DeFi を切り開いたりする点に魅力があります。

まず、uNiFTswap についておさらいしていきましょう。uNiFTswap はある数量の token を入れたら、同じ数量のペアとなる token が返ってきます。差額は USDC などの adjustment token を出し入れして調整します。計算式は基本的には $X * Y = K$ です。

同量の token を出し入れすることができるということは、小数点を使わないで token を出し入れすることができるということであり、NFT を swap することが可能であるということがわかると思います。なお、virtual price と差額決定の仕組みから、流動性が低い NFT も擬似的に流動性を高めて取引できるため、NFT 間の swap が機能することになります。

下記の動画は、この特徴を利用して、実際にテストネットで NFT を swap しています。

<https://youtu.be/HG2TdQpbQf0>

今回は uNiFTswap の impermanent loss の計算式についてみていきます。まずは uNiFTswap の impermanent loss の特徴について簡単にまとめます。

uNiFTswap の impermanent loss の仕組みは基本的には Uniswap と同じですが、一部区間において impermanent loss を抑える仕組みが存在します。

下記で説明するとおり、uNiFTswap の impermanent loss の仕組みは、流動性提供者の資産喪失割合の最低保証を提供するため、価値の安定しない NFT のエコシステムにとって極

めて重要です。単純な Uniswap の impermanent loss の仕組みが適用される場合、片方の NFT の暴落によって総資産が 0 になります。NFT はクリエイターごとに千差万別であり、当該 NFT の性質上暴落しやすいものも多いです。しかし、暴落しやすい NFT についても、下記で説明するように impermanent loss に uNiFTswap のブレーキが存在するのであれば、より安心して流動性を供給できるようになります。

なお、uNiFTswap の core の部分は ERC20token のみを扱っているものであり、暴落しやすい ERC20 token は uNiFTswap で取引した方が良いとも言えるのです。Uniswap において、価値の安定しないトークンは、流動性を供給すると、総資産が急激に 0 に向かっていくリスクを抱えています。しかしながら、uNiFTswap の仕組みは、資産喪失リスクに対する最低保証を既に formula に組み込んでいました。この特徴は、黎明期のトークンについて、プール形成をしようと思う人を増やすことができます。例え ETH や BTC などの信頼性が極めて高いトークンについても、その価格が急激に下がるかもしれないと心配しているけれども流動性を供給したいと思う人は、uNiFTswap の上記の仕組みを採用したいと思うかもしれません。Virtual price をうまく設定しないと機能しにくいこと、liquidity provider fee の計算方法がそもそも異なることを考慮すれば、uNiFTswap は Uniswap と単純に比較することはできませんが、将来的に、有望な流動性供給先となる可能性を秘めているということになります。

uNiFTswapa は、捌ける取引量を変化させるプールの形成を可能にします。これは付随的な特徴です。記事の後ろの方で説明する具体例を参照すればよりわかりやすいですが、この特徴について簡単にまとめます。uNiFTswap では、プール内のトークン量を同じにしたとしても、virtual price を操作することで捌ける取引量を変化させ、あるいは impermanent loss の割合を変化させることが可能になっています。この特徴を活かすと、例えば、impermanent loss のリスクを負うことを恐れる人向けに virtual price を大きくした形で pool を形成し、impermanent loss を抑えることが可能です。他方、ドル円のステーブルコインの pair について、virtual price を小さくし、大量取引を捌くという形で uNiFTswap を利用することも可能でしょう。法定通貨間の取引は多くても 10%前後の変動しかないものが多いです。Impermanent loss を多少犠牲にしてもいいと考えることになれば、uNiFTswap で大量の法定通貨間取引を捌くということが考えられます。現在の DEX の問題点としては流動性が十分でないと大量取引を捌くことが難しいという点が挙げられます。uNiFTswap はその問題点を幾らか緩和させ、大量取引を実現させる未来を提供することができるのではないのでしょうか。(ただし、結局は流動性を柔軟に操作できる UniswapV3 やオラクルを利用した curveV2 の方が大規模取引に対してより適切に対応できる可能性が高いことには注意が必要です。この点は様々な問題提起を楽しみにしております。)

それでは、uNiFTswap の formula と impermanent loss の関係について丁寧に説明してい

きます。

2. uNiFTswap formula

uNiFTswap の formula は以下のとおりです。

x: Amount of token0

y: Amount of token1

v: Virtual price

X: Virtual price of token0 ($=x * v$)

Y: Virtual price of token1 ($=y * v$)

N_x : Amount of token2 (when $X > Y$)

N_y : Amount of token2 (when $Y > X$)

$$((X + Y) / 2)^2 = K$$

$$N_x * N_y = 0$$

$$(X + N_x) * (Y + N_y) = K$$

uNiFTswap の impermanent loss の仕組みを知るためには uNiFTswap の formula の理解が不可欠です。簡単に uNiFTswap の公式について説明します。

uNiFTswap は Uniswap の $x*y=k$ を基盤とした数式を採用していますが、Uniswap とは微妙に異なります。

uNiFTswap は ERC20token の DEX です。以下 NFT と述べている部分がありますが、uNiFTswap においては、全ての NFT は 1:1 で ERC20token に convert されることに注意してください。uNiFTswap は convert された ERC20token のみを扱います。uNiFTswap に NFT を入れるとき、ERC20token に変換されて pool 内で取り扱われます。これらの ERC20token は、uNiFTswap から外に出る瞬間に NFT に戻ると理解してください。

Formula の説明をします。まず、 x は NFT の量です。価格ではありません。 y も NFT の量です。価格ではありません。

Virtual price は NFT 一個あたりの計算上の数値です。これらは Pool creator が決定します。 X は、 x に virtual price を掛けたものです。Pool 内の x の total virtual price を示しています。 Y も同様に y の total virtual price を示しています。

ここまでくれば、 $((X + Y) / 2)^2 = K$ によって K の値が求められます。ひとまず K は一定であると考えてください。ここで Uniswap の仕組みを知っている人は流動性の供給や swap の時に K が変化するのではないかと考えたかもしれません。uNiFTswap ではその仕組みは微妙に異なります。uNiFTswap では、K が Uniswap と同じように流動性提供によって変化します。他方、swap 時には、K を変化させるプールを作ることもし、K を変化させずに別の function で fee を計算することもできます。しかし、ひとまず分かりやすさを追求するために、 $((X + Y) / 2)^2 = K$ によって K の値が定まっており、K は一定であるとしてご理解ください。

なお、uNiFTswap では一回の swap で交換する NFT の量は必ず 1:1 です。1 個の NFT を入れたら 1 個の NFT と交換し、差額を adjustment token(token2)で調整します。仮に 2 個 NFT を入れたら 2 個 NFT が出てきます。差額は adjustment token(token2)で調整します。入れた NFT と同じ量の NFT が返ってくるということは重要なルールなので覚えておいてください。

$$(X + N_x) * (Y + N_y) = K$$

この formula をもう一度見てください。N_x or N_y は、adjustment token(token2)です。動画の例では USDC です。N_x or N_y のどちらかは 0 になります。仮に X が 4800 であり、Y が 5200 である場合、N_x が 0 です。XY の量が少ない side の N が 0 になります。この特徴は impermanent loss を理解する上で極めて重要な特徴なので覚えておいてください。ここで、残りの N_y を求めなければならないことがわかります。N_y はプール内にあるべき adjustment token(token2)の量です。例えば、X が 4800、Y が 5200、virtual price が 100、K が 25,000,000 であれば、N_y はおよそ 8.333...です。formula によって、pool 内におよそ 8.333...の USDC が必要であることが算出されました。このようにして、uNiFTswap の formula は NFT 間の差額を事実上算出し、NFT の価値を自動的に算出しています。

ここでわかるのは、計算上、X side は 4800 であり、Y side は 5200+8.333...ということです。流動性供給者は、自分が入れた流動性の割合に応じて流動性を引き出せます。仮にこの例で流動性供給者が 50%の流動性を供給していたら、X side 2400、Y side 2600+4.166...の数値分を引き出せることになります。実際には NFT については virtual price を割る必要があるのですが、x の NFT は 24 個、y の NFT は 26 個、adjustment token は 4.166...個引き出せるということになります。

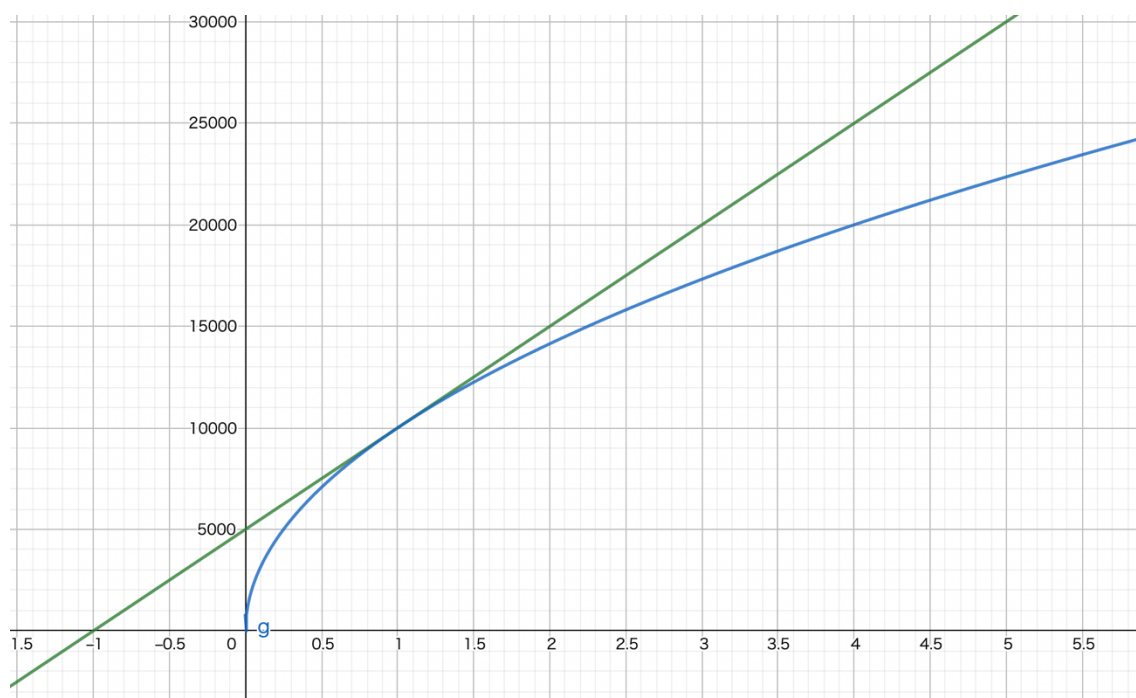
この流動性引き出しの仕組み自体は uniswap とあまり変わりません。

3. Impermanent loss about Uniswap

これを前提にすれば、impermanent loss の仕組みがわかりやすいです。まず、Uniswap の impermanent loss の復習をしましょう。

説明を簡単にするために、1ETH=1USDC であると考えてください(とても安いですね笑)。また、1USDC=1USD であり、USDC の価値は常に一定であると考えてください。

まず、グラフを見てください。ETH の価格変動率 α を横軸に(例えば、最初の時点から ETH の価格が 10 倍になれば α は 10 です。)、あなたの総資産の価値(USD)を縦軸にしています。Hold していたときのグラフは緑で、uniswap に流動性を提供したときのグラフは青です。



あなたは 5,000ETH と 5,000USDC をプールに入れずに持っているとします。あなたの現在の総資産の価値は 10,000USD になります。もし仮に ETH の価値が 4 倍になれば、あなたの総資産の価値は $5,000 * 4 + 5,000 = 25,000USD$ になります。もし仮に ETH の価値が 0 になれば、あなたの総資産の価値 10,000USD は 5,000USD になります。5,000ETH と 5,000USDC を単純に hold していた場合、このようになるのです。数式としては、

$$f(\alpha) = 5000 * (\alpha + 1)$$

で表せます。

5,000ETH と 5,000USDC を Uniswap の pool に入れた場合、hold したときと同じにはなりません。プール内の ETH と USDC の量は $x*y=k$ にしたがって変動するため、ETH の価格変動率を α としたとき、総資産の価値は

$$g(\alpha) = 5000 * 2\sqrt{\alpha}$$

にしたがって変化してしまいます。もし仮に ETH の価値が 4 倍になれば、あなたの総資産の価値は

$$5000 * 2\sqrt{4} = 20,000 \text{ USD}$$

になります。もし仮に ETH の価値が 0 になれば、あなたの総資産の価値 10,000USD は

$$5000 * 2\sqrt{0} = 0 \text{ USD}$$

になります。

Hold していたときに比べて uniswap に入れていたときの方があなたの総資産の価値が減少していることがわかんと思います。これが impermanent loss です。これは一般的に知られている事実であり、このグラフや数式は以下のサイトなどを参照すれば、より簡単に理解できると思います。

<https://academy.binance.com/ja/articles/impermanent-loss-explained>

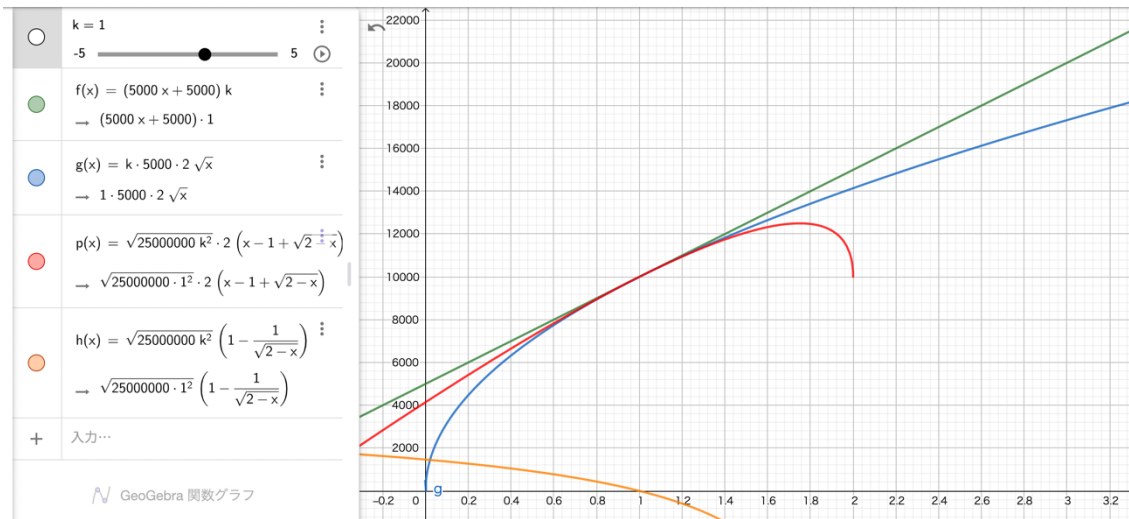
<http://chocottokozukai.click/crypto-currency/impermanent-loss-consideration-2>

このように、Pool に入れば必然的に損失が出ますが、liquidity provider は liquidity fee がもらえるからこそ pool に流動性を提供するわけです。

4. Impermanent loss about uNiFTswap ($\alpha > 1$)

uNiFTswap の impermanent loss について説明します。

まず、今回の例において、uNiFTswap に資産を入れた場合の総資産の価格変動に関するグラフを見てみましょう。uNiFTswap では、基本的に uniswap と同じ青い曲線ですが、横軸が 0 から 1 のとき、赤い曲線になります。Uniswap よりも impermanent loss が抑えられていることがわかるのではないのでしょうか。以下、説明します。



今回の等式は、全て USD 単位であることに注意してください。左辺の単位は USD ですし、右辺の単位も USD です。今回は、まず、USDC.n と ETH.n を想定してください。USDC.n と ETH.n は、それぞれ、USDC と ETH を NFT として wrapped したものです。USDC.n は 100USDC が入っている NFT です。ETH.n は 100ETH が入っている NFT です。なお、ここでも 1USDC=1USD であり、 $\alpha=1$ のとき、1ETH=1USDC であることに注意してください。今回は 50USDC.n と 50ETH.n をプールに入れます。すなわち、5000ETH と 5000USDC がプールに入っている状態です。グラフでも、最初の位置 ($\alpha=1$) において、10000USD 相当の資産を有していることがわかると思います。(ちなみに uNiFTswap の core の部分は NFT を一切扱うことはなく、単に ERC20token のみを扱うので、本来は、USDC や ETH を NFT に wrap して説明する必要はありません。しかし、uNiFTswap は、user に対しては NFT を扱うことを前提にしたプロトコルであり、NFT を扱って説明した方が分かりやすいと思うので NFT としての USDC.n と ETH.n を使って説明します。)

今回は、X は USDC.n であり、Y は ETH.n です。

今回は 1NFT あたりの virtual price を 100 と定義し、adjustment token(token2, N_x or N_y) も USDC と定義します。

uNiFTswap の impermanent loss を理解する上では、formula の理解が不可欠です。

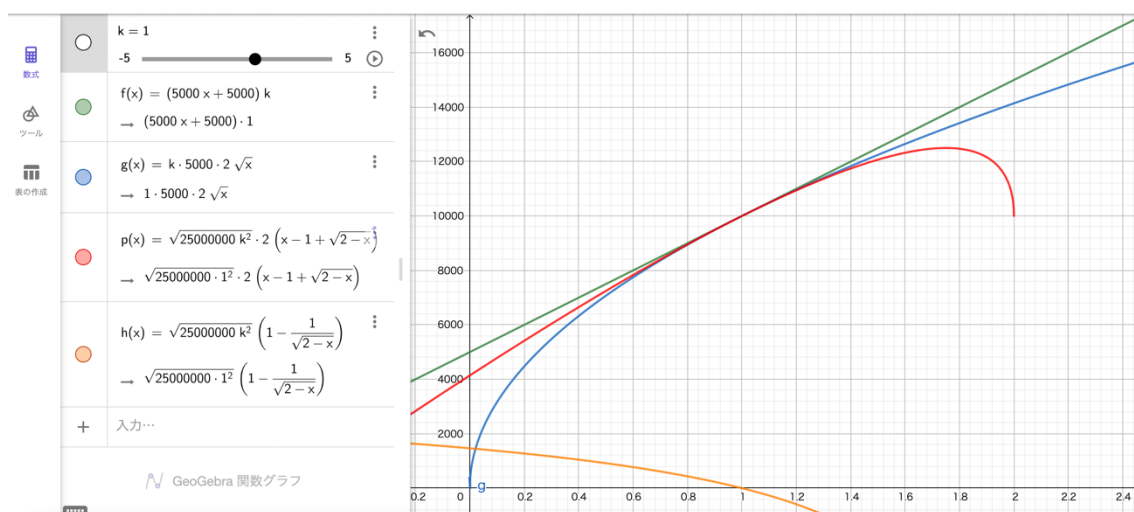
$$(X + N_x) * (Y + N_y) = K$$

これが uNiFTswap の formula です。ここで大事なことは、前に説明した通り、X と Y を比較して、小さい方の N が 0 になり、大きい方の N が adjustment token の量として算出されることです。

この formula を前提にすると、 $X > Y$ のときと $X < Y$ のときの 2 通りの場合分けが必要になります。本件において、 $X > Y$ のとき、すなわちプール内の Y が少ないため、ETH.n の価値が上昇していることとなりますが、このとき、 $\alpha > 1$ となります。この場合、 N_y は 0 なので、

$$(X + N_x) * (Y) = K$$

を考えることになります。X は USDC.n であり、 N_x も USDC でした。USDC.n の中には 100USDC が入っていますが、virtual price も 100 であり、1USDC.n はきちんと 100USD 相当の価値があるものとして計算されることになります。そうだとすると X side は USDC の量を表し、Yside は ETH の量を表すことになります。そのため、 $X > Y$ のとき、formula の機能は uniswap と同じになります。そのため、グラフでは、 $\alpha > 1$ のとき、uniswap と同様の青い曲線を描くことになるというわけです。



5. Impermanent loss about uNiFTswap ($\alpha < 1$)

定義

α : ETH の価格変動率

c: 現在の片方の NFT の total virtual price と、当該 NFT を少量入れたときの total virtual price の差 (small amount \times virtual price)

$p(\alpha)$: uNiFTswap のプールに資産を入れた場合の総資産価値

$h(\alpha)$: プール内の両 NFT の総量を足して 2 で割った数と、 α の時点の片方の NFT の量の差に、virtual price をかけたもの

$K: ((X + Y) / 2)^2$

$\alpha > 1$ のときの変化は直感的に分かりやすいものでした。他方、 $\alpha < 1$ のときはどうでしょ

う。本件において、 $X < Y$ のとき、すなわちプール内の Y が多く、 $Y(\text{ETH.n})$ の価値が減少しているときは、 $\alpha < 1$ になります。この場合、 N_x は 0 なので、

$$(X) * (Y + N_y) = K \quad \dots \textcircled{1}$$

を考えることになります。

私たちは、今から uNiFTswap に 50USDC.n と 50ETH.n を入れた場合、ETH の価値が減少していくとき ($\alpha < 1$) の総資産価値を求める関数 $p(\alpha)$ を求めていきます。プール内の総資産の価値は、プール内の USDC.n(token0) の価値と、ETH.n(token1) の価値と adjustment token(token2 = USDC) の数量(=価値)を足したもののなので、

$$p(\alpha) = X + \alpha Y + N_y \quad \dots \textcircled{2}$$

と表せます (この関数は USD が価値の基準なので X には 1 を掛けてありますが、省略しています。)。これについて、 α と定数 K だけで表すことができれば、関数を求めることができます。

ここで思い出す必要があるのは uNiFTswap の仕組みです。uNiFTswap では同量の NFT を入れれば、同量の NFT が返ってきて、差額を adjustment token で調整するという仕組みでした。最初に流動性を供給した段階 ($\alpha = 1$) はまだプール内に adjustment token は存在しないため、最初の段階では、

$$p(1) = X + Y$$

となります。

何度か swap がなされてプール内の NFT と adjustment token の量が変わったとき、本件の $\alpha < 1$ の場合は当初の X の値 \sqrt{K} から $h(\alpha)$ だけ減少しているはずです。そのため、 X の値は、

$$X = \sqrt{K} - h(\alpha) \quad \dots \textcircled{3}$$

となり、 Y は $h(\alpha)$ だけ増加しているはずなので、

$$Y = \sqrt{K} + h(\alpha) \quad \dots \textcircled{4}$$

となります。ちなみに、 $\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$ を前提にすると、 N_y は、

$$N_y = \frac{K}{\sqrt{K} - h(\alpha)} - (\sqrt{K} + h(\alpha)) = \frac{(h(\alpha))^2}{\sqrt{K} - h(\alpha)}$$

となります。以上より、 $p(\alpha)$ は、

$$p(\alpha) = \sqrt{K} - h(\alpha) + \alpha \left(\sqrt{K} + h(\alpha) \right) + \frac{(h(\alpha))^2}{\sqrt{K} - h(\alpha)} \quad \cdot \cdot \cdot \textcircled{5}$$

となります。これを求めることを前提に話を進めていきます。

少し話を変えます。現在、少量の ETH.n に virtual price をかけたもの(=c)を入れて、どれくらい USDC.n 受け取ることができ、どのくらい adjustment token としての USDC を支払うかが分かれば現在の ETH の価値を判断できます。なお、プール内には ETH.n の方が多いので、ETH.n を入れる形で swap をする場合には、それに応じた adjustment token も入れなければならないことについて注意してください。①によれば、 α の時点であるべき Yside の値は

$$\frac{K}{X}$$

であり、①によれば、少量の ETH.n に virtual price をかけたもの(=c)を入れた場合にプール内にあるべき Yside の値は

$$\frac{K}{X - c}$$

なので、少量の ETH.n に virtual price をかけたもの(=c)を入れた場合にプール内に入れる必要のある Yside の値は、

$$\frac{K}{X - c} - \frac{K}{X}$$

であり、c を入れた場合に入れる必要のある adjustment token の量は、入れる必要のある c を引けば求めることができますが、これは、

$$\frac{K}{X - c} - \frac{K}{X} - c$$

となります。そして、uNiFTswap では入れる NFT の量及び価値と、排出される NFT の量及び価値は同じになります。本件において、USDC=USD であること及び USDC.n=100USD であり、virtual price=100 であることを考慮すれば、排出された USDC.n の価値は、c になります。入れた ETH.n の数量の価値は、排出された USDC.n の価値から入れた USDC(adjunction token)を引いた量となるので、

$$c - \left(\frac{K}{X - c} - \frac{K}{X} - c \right)$$

$$= 2c - \left(\frac{K}{X-c} - \frac{K}{X} \right) \quad \dots \textcircled{6}$$

となります。この ETH.n の価値は、少量の ETH.n の価値であり、 $(c/\text{virtual price})$ 個あたりの価値であることに注意を要します。1 個あたりの ETH.n の価値を求めたい場合は⑥に virtual price をかけて c で割る必要があります。そのため、1 個あたりの ETH.n の価値は、

$$\left(2c - \left(\frac{K}{X-c} - \frac{K}{X} \right) \right) \times \frac{\text{virtual price}}{c}$$

となります。そして、これについて、最初の ETH.n の 1 個あたりの価値で割れば、価格変動率 α が算出されます。本件において、ETH=USDC=USD 及び価値の単位が USD であることを考慮すれば、最初の ETH.n の価値は virtual price 相当数 100 なので、 α は

$$\alpha = \left(2c - \left(\frac{K}{X-c} - \frac{K}{X} \right) \right) \times \frac{\text{virtual price}}{c} \div 100$$

これを計算すると、

$$\alpha = 2 - \frac{K}{X(X-c)}$$

$\dots \textcircled{7}$

になります。この⑦について、 c が限りなく 0 に近い場合、swap による price impact を考慮しなくてもよくなるため、 c を限りなく 0 に近づけます。そうすると、

$$\lim_{c \rightarrow 0} \left(2 - \frac{K}{X(X-c)} \right) = 2 - \frac{K}{X^2} = \alpha$$

となります。これを計算すると、

$$X = \pm \sqrt{\frac{k}{2-\alpha}}$$

となります。uNiFTswap の仕組み上、 $X > 0$ なので、

$$X = \sqrt{\frac{k}{2-\alpha}}$$

前述の通り、③より、

$$h(\alpha) = \sqrt{K} - \sqrt{\frac{k}{2-\alpha}} \quad \dots \textcircled{8}$$

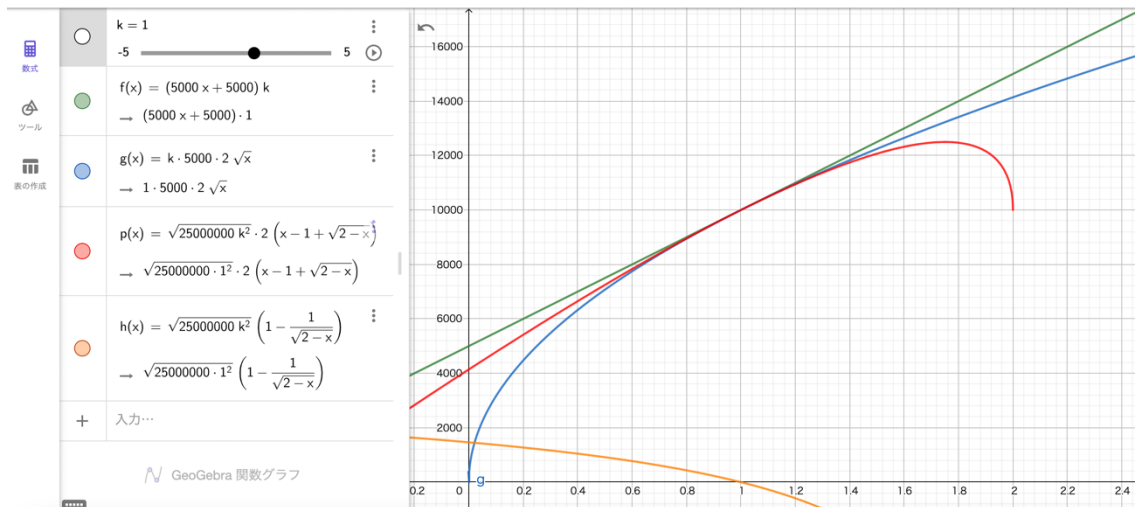
となります。⑤と⑧より、 $p(\alpha)$ に $h(\alpha)$ を代入すると、

$$p(\alpha) = 2\sqrt{k}(\alpha - 1 + \sqrt{2-\alpha})$$

$p(\alpha)$ を K と α だけで表すことができました。

$\alpha < 1$ のとき、 $K=25,000,000$ の場合、先ほど掲載したグラフのように、プール内の総資産の価値は以下の赤い曲線を描きます。事実上 ETH の価値は $\alpha > 0$ なので、赤い曲線の範囲は、 $0 < \alpha < 1$ となります。

下の図から、uNiFTswap は、価値減少局面($0 < \alpha < 1$)において、uniswap よりも impermanent loss を抑えられていることがわかります。特に $\alpha = 0$ の部分を見ると分かりやすいです。 $\alpha = 1$ のときの総資産を 10000 としたとき、 $\alpha = 0$ になったら、hold したときは 5000 になり、uniswap に入れたら 0 になり、uNiFTswap に入れたら大体 4000 となっています。uNiFTswap に入っていたら、総資産の価値はだいたい 40% になるだけであり、0 にはなりません。



ちなみに、流動性を追加で供給した場合、以下のような動きとなります。

<https://twitter.com/uNiFTswap/status/1453327716103561218?s=20>

K はプール内の NFT の総量と、virtual price の値に依存します。ここで、流動性を追加で供給しても、 $0 < \alpha < 1$ における impermanent loss の割合は変わらないということがわかります。つまり、流動性を変動しても、総資産の価値が大体 40% になるという結論は変わらないということが上記の movie からわかるでしょう。

この帰結は、uNiFTswap のプールに後から流動性提供者が参加しても、impermanent loss

の割合が変わらないことを意味します。

なお、総資産の価値がだいたい 40%になると説明しましたが、 $\alpha=0$ のとき、正確には、総資産の価値は 41.414...%になります。これは

$$\frac{p(0)}{p(1)}$$

を計算することによって求められます。これを計算すると、

$$\frac{p(0)}{p(1)} = \sqrt{2} - 1 \approx 0.41421356$$

となります。

つまり、今回の例では最初の時点で K がどんな値であっても impermanent loss を 40% くらいに抑えられるということになります。

まとめると、本件の例では $\alpha > 1$ のとき、Uniswap と同じ曲線になり、 $\alpha < 1$ のとき、Uniswap よりも impermanent loss を抑える曲線になります。このようになる要因としては、uNiFTswap は adjustment token を求めるときに XY のどちらが大きいかにによって場合分けするという点が挙げられます。そして、価値減少局面においては、Uniswap であればプール内に価値の低いトークンの数量が増えるだけですが、uNiFTswap であれば、価値の低いトークンと価値が一定のトークンが増えるため、価値の低いトークンでプールが埋め尽くされる事態が防がれているというわけです。すなわち、USDC は総資産の減少に関するブレーキの役割を果たしているということです。

なお、テストネット上において、実際に 50 あった NFT を 50 回スワップしてプール内の NFT の比率を 50:50 から 100:0 にしたときの記録が、下記のスプレッドシートに記載されています。参考にしてください。

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1jCxDbE-S5Jv4FGZr4k9wZPexiDPyWSiP6JGpUAzcX8/edit#gid=0>

6. uNiFTswap の特徴に関する注意点

本件は、最初、NFT の数量をそれぞれ同じ数にしたからこそ $\alpha=1$ の時点で場合分けが発生し、 $\alpha=1$ を境に異なる曲線が採用されることになりました。しかし、最初に流動性を供給した段階で NFT の量に差異を生じさせ、必要となる adjustment token を入れた場合、曲線

が変更されるタイミングは $\alpha=1$ のときではなくなることに注意が必要です。これは、後発の流動性供給者にも同じことが言えます。ほとんどの後発の流動性供給者は、プール内の NFT の量が同じではない状態で流動性を供給しなければならないため、やはり曲線が変更されるタイミングは $\alpha=1$ のときではなくなります。

もっとも、そのときも、プール内に存在する XY の量を比較して、X(USDC.n)が多ければ uniswap の曲線を採用し、Yが多ければ前述のような $p(\alpha)$ を算出して曲線を求めれば良いということになるでしょう。

7. Impermanent loss about uNiFTswap when virtual price is changed.

uNiFTswap の特徴として、捌くことのできる取引量を変化させることができるという特徴があります。Virtual price を変化させれば捌ける量に変化することに気づくのではないのでしょうか。例えば、impermanent loss が多少大きくても良いから捌ける取引量を増加させたり、impermanent loss を抑える代わりに捌ける取引量を少なくすることが考えられます。

例えば、USDC と JPYC のペアを考えてみましょう。JPYC は日本のステーブルコインです。仮に $1\text{USD}=1\text{USDC}$ であり、最初は $120\text{JPYC}=1\text{USDC}$ であるとします。

例えば、Uniswap の例で、 $120\text{JPYC}=1\text{USDC}$ のとき、 120JPYC と 1USDC をプールに入れたときのことを考えます。仮に JPYC の価値が 10%増加したとき、プール内の USDC の量

は $\sqrt{\frac{11}{10}} \approx 1.048808848 \text{ USDC}$ であり、JPYC の価値が 10%増加したときは USDC が 0.048808848 USDC 必要であることがわかります。

uNiFTswap の例で、 120JPYC と 1USDC をプールに入れたときのことを考えます。Virtual price が USDC の価値と同じであるとき、JPYC の価値が上昇しているときは Uniswap と同じ動きをすることは前述の通りです。すなわち、JPYC の価値が 10%増加したとき、計算すると、プール内の USDC の量は $\sqrt{\frac{11}{10}} \approx 1.048808848 \text{ USDC}$ であり、JPYC の価値が 10%増加したときは USDC が 0.048808848 USDC 必要であることがわかります。

次に uNiFTswap の例で、 120JPYC と 1USDC をプールに入れて virtual price を 2 にしたときのことを考えていきましょう。このように virtual price が 2 倍になっているときには Uniswap と完全に同じ動きをするわけではありません。JPYC の価値が 10%増加したとき、計算すると、プール内の USDC の量は $1.025290226140\text{USDC}$ となります。必要な USDC は約 $0.025290226140\text{USDC}$ となります。捌ける量は約 0.518 倍になり、少なくなっていま

す。しかし捌ける量が少なくなる代わりに impermanent loss の割合が少なくなっているの
で、ここはトレードオフの関係になっています。

他方、uNiFTswap の例で、120JPYC と 1USDC をプールに入れて virtual price を 0.1 にし
たときのことを考えていきましょう。このとき JPYC の価値が 10%増加したとき、計算す
ると、プール内の USDC の量は約 1.3050252531 USDC となります。捌ける量は virtual
price=1 のときに比べて約 6.249 倍になっており、より多くの取引を捌けるようになってい
ます。もちろん、捌ける量が多くなる代わりに impermanent loss が大きくなります。

Virtual price の変化によって impermanent loss の割合が変わることは下記の動画からわか
ると思います。<https://twitter.com/uNiFTswap/status/1456601301391872007?s=20>
なお、水色の曲線は横軸が 1 以上のときのみ適用されることに注意してください。

8. 補足

上記は分かりやすく説明するために ETH、USDC、JPYC を例に挙げましたが、他の token
ペアでも他の NFT ペアでも曲線の動きは変わらないと考えられます。また、adjustment
token が USDT や MATIC などの他の token であっても、それがステーブルであると仮定
して思考できるのであれば、論理的な帰結は変わらないということになります。もっとも、
これはペアの片方及び adjustment token がステーブルであることを前提にした議論です。
特に adjustment token が変動する場合にどのような動きになるのかについてはさらなる議
論が必要です。