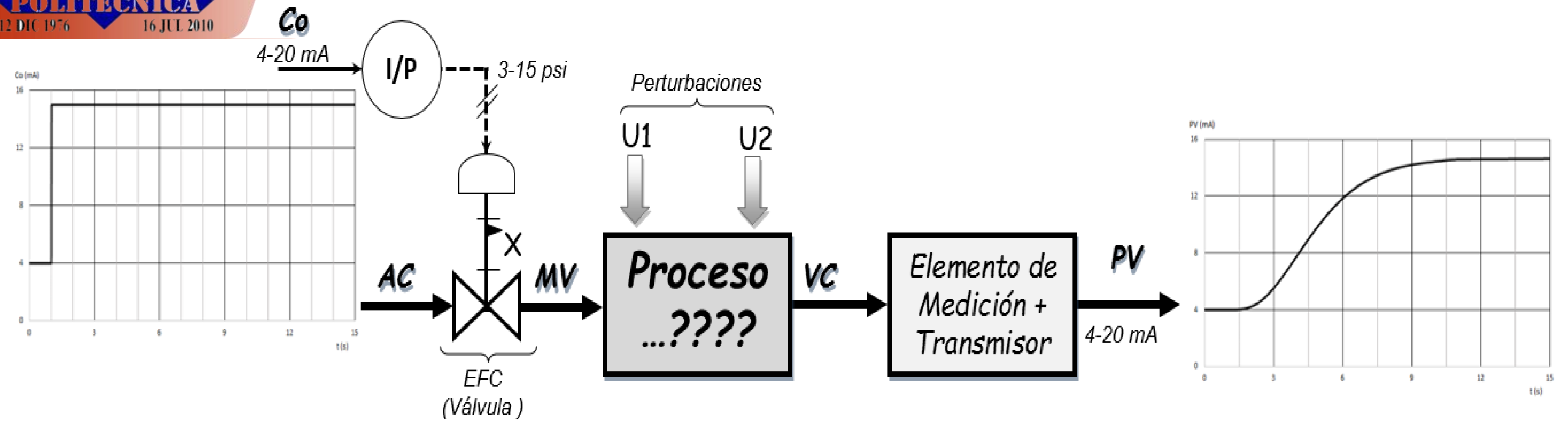
Identificación de sistemas basados en la curva de reacción del proceso



✓ *Polo doble más tiempo muerto (PDMTM)*

$$G_{p(s)} = \frac{k_p}{(\tau \cdot S + 1)^2} \cdot e^{-t_m \cdot S}$$

Para obtener un modelo de segundo orden con un polo doble más tiempo muerto dado con base a los métodos de dos puntos en los tiempos requeridos para alcanzar dos puntos específicos en la curva de reacción del proceso. Se puede usar el método de Ho y el de Vitecková, que también se basan en dos puntos sobre la curva de reacción del proceso ajustando los valores de constantes para obtener el modelo según la Tabla

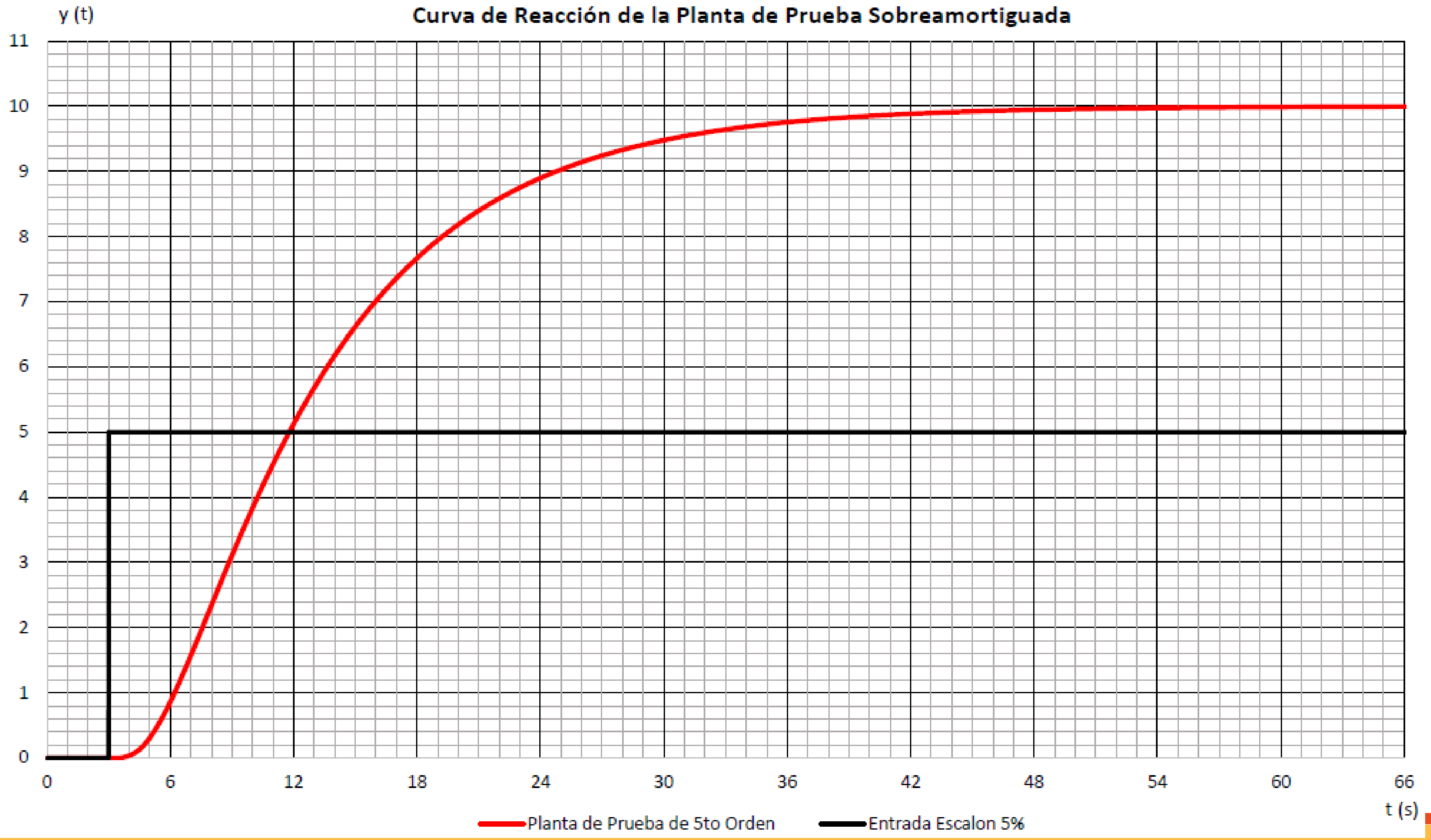
$$t_m = c \cdot t_1 + d \cdot t_2$$

$$\tau = a \cdot t_1 + b \cdot t_2$$

Métodos	% p1	% p2	a	b	c	d
Ho (2do)	35	85	-0,463	0,463	1,574	-0,574
Vitecková (2do)	33	70	-0,749	0,749	1,937	-0,937

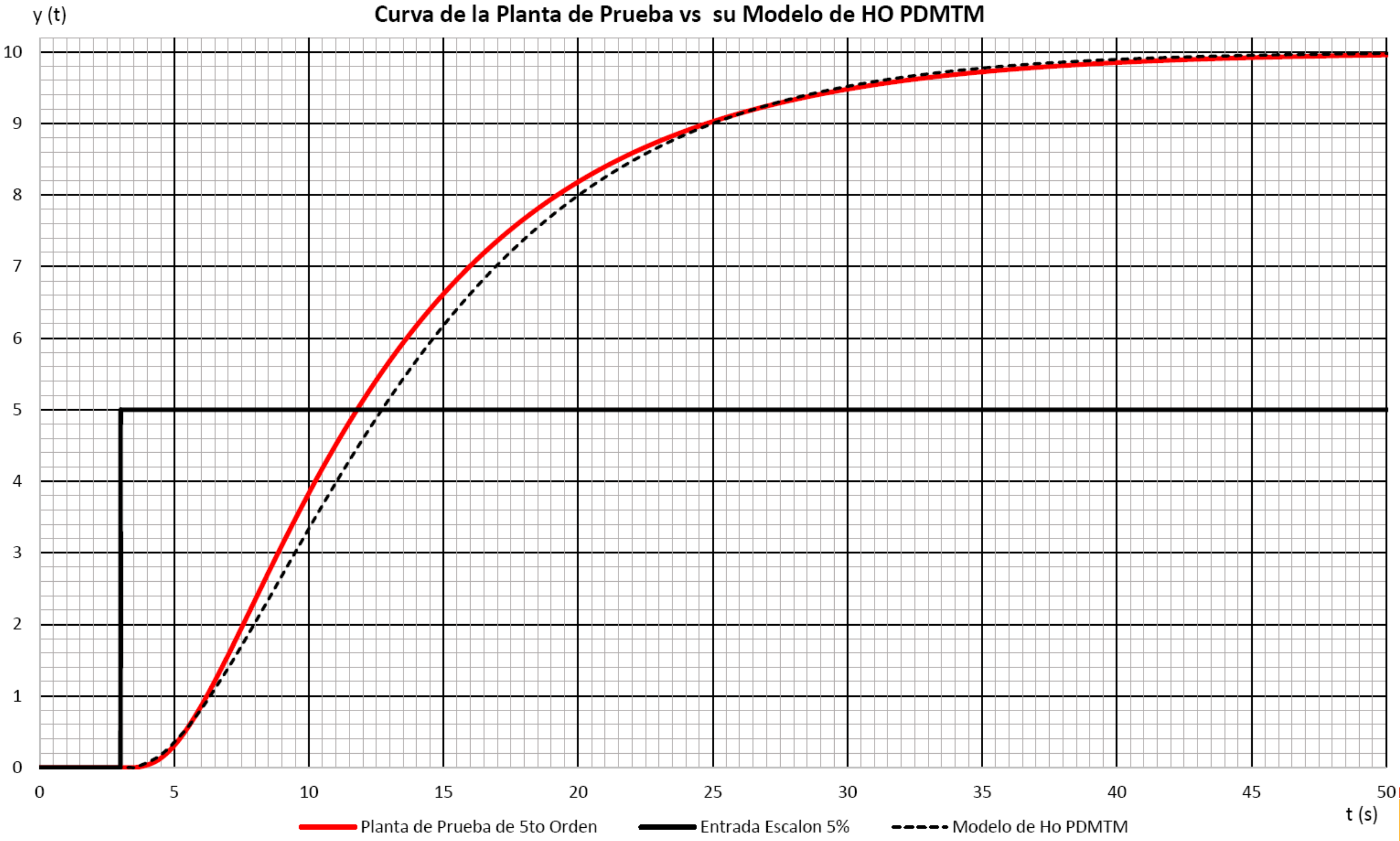
Prueba comparativa de validación método basado en dos puntos sobre la curva de reacción

$$G_{p(s)} = \frac{3{,}75}{(S+5)(S+3)(S+0{,}5)(S+0{,}125)(S+2)}$$



Control Avanzado y Métodos Numéricos

Métodos	*% P1*	*% P2*	t_1 *(s)*	t_2 *(s)*	τ *(s)*	t_m *(s)*	*Planta Modelo*
Ho (2^do)	*35*	*85*	*6,5*	*18,5*	*5,556*	*0,388*	$G_{p(s)} = \dfrac{2 \cdot e^{-0{,}388 \cdot S}}{(5{,}556 \cdot S + 1)^2}$
Vitecková (2^do)	*33*	*70*	*6,25*	*13*	*5,05575*	*0,07475*	$G_{p(s)} = \dfrac{2 \cdot e^{-0{,}07475 \cdot S}}{(5{,}05575 \cdot S + 1)^2}$



Método general de identificación de sistemas basados en "Tres puntos de la curva"

Los modelos de Segundo Orden más tiempo muerto, tiene dos retardos de tiempo en adición al tiempo muerto de la respuesta del sistema, con su ganancia K observada en régimen estable, por lo que se requieren tomar muestra de tres puntos sobre la curva de reacción para identificar el proceso.

$$G_{p(s)} = \frac{k_p}{(\tau_1 \cdot S + 1)(\tau_2 \cdot S + 1)} \cdot e^{-t_m \cdot S}$$

Método de Stark

Los instantes seleccionados en este método fueron los tiempos requeridos para que la respuesta alcance el 15 % (t_{15}), el 45 % (t_{45}) y el 75 % (t_{75}) del valor final. Su procedimiento de identificación está dado por:

$$X = \frac{t_{45} - t_{15}}{t_{75} - t_{15}}$$

$$f_3(\zeta) = 0{,}922 \cdot (1{,}66)^{\zeta}$$

$$t_m = t_{45} - \frac{f_3(\zeta)}{\omega_n}$$

$$\zeta = \frac{0{,}0805 - 5{,}547 \cdot (0{,}475 - X)^2}{X - 0{,}356}$$

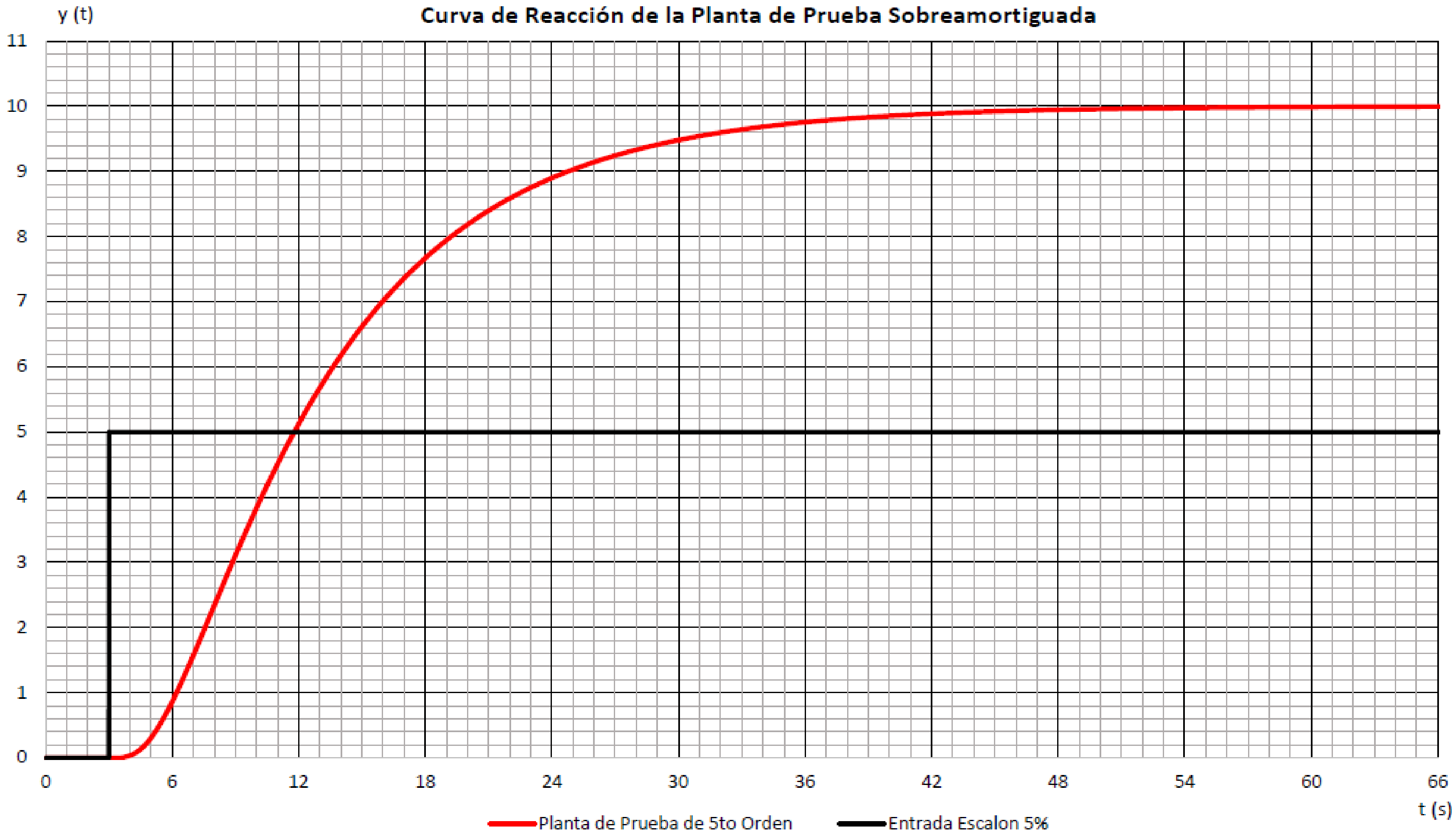
$$\omega_n = \frac{f_2(\zeta)}{t_{75} - t_{15}}$$

$$\tau_1, \tau_2 = \frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \qquad ; para \quad \zeta > 1$$

$$f_2(\zeta) = 2{,}6 \cdot \zeta - 0{,}6 \qquad ; para \quad \zeta > 1$$

$$G_{p(s)} = \frac{3{,}75}{(S+5)(S+3)(S+0{,}5)(S+0{,}125)(S+2)}$$

Para hacer las pruebas de validación de este método de tres puntos se utilizó la planta de sobreamortiguada de 5to Orden dada por



Al analizar la curva de reacción observamos que la ganancia:

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10}{5} \Longrightarrow K_p = 2$$

$$P_1 = 0{,}15 \cdot \Delta y = 0{,}15 \cdot 10 = 1{,}5 \Longrightarrow t_{15} = 6{,}875 - 3 = 3{,}875 \ s$$

$$P_2 = 0{,}45 \cdot \Delta y = 0{,}45 \cdot 10 = 4{,}5 \Longrightarrow t_{45} = 11 - 3 = 8 \ s$$

$$P_3 = 0{,}75 \cdot \Delta y = 0{,}75 \cdot 10 = 7{,}5 \Longrightarrow t_{75} = 17{,}4 - 3 = 14{,}4 \ s$$

$$X = \frac{8 - 3{,}875}{14{,}4 - 3{,}875} = 0{,}3919$$

$$\zeta = \frac{0{,}0805 - 5{,}547 \cdot (0{,}475 - 0{,}3919)^2}{0{,}3919 - 0{,}356} = 1{,}1753$$

$$f_2(\zeta) = 2{,}6 \cdot 1{,}1753 - 0{,}6 = 2{,}45578 \qquad ; para \quad \zeta > 1$$

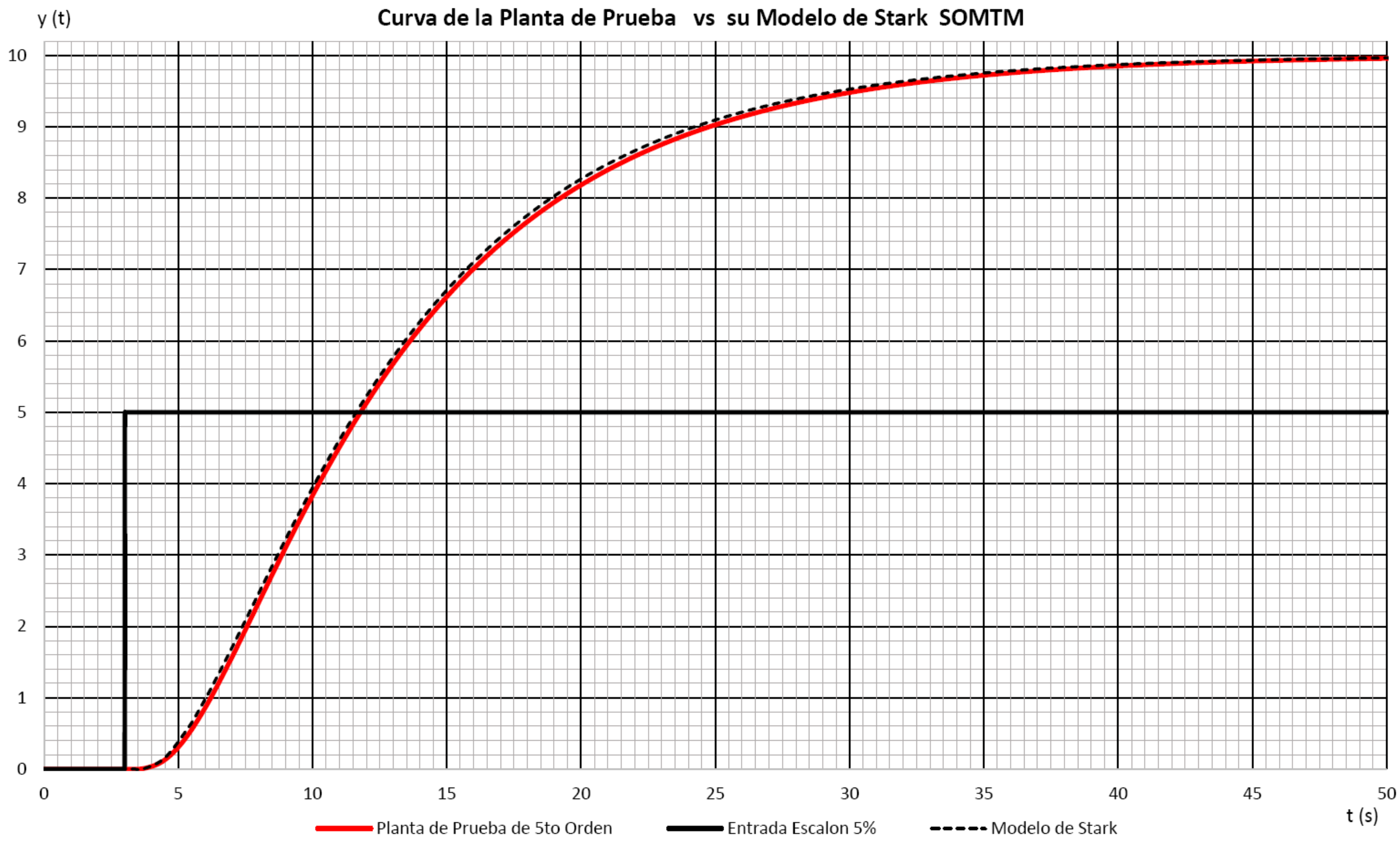
$$f_3(\zeta) = 0{,}922 \cdot (1{,}66)^{1{,}1753} = 1{,}67272$$

$$\omega_n = \frac{2{,}45578}{14{,}4 - 3{,}875} = 0{,}2333 \ rad/s \qquad t_m = 8 - \frac{1{,}67272}{0{,}2333} = 0{,}830176 \ s$$

$$\tau_1 = \frac{1{,}1753 + \sqrt{1{,}1753^2 - 1}}{0{,}2333} = 7{,}6846 \ s$$

$$\tau_2 = \frac{1{,}1753 - \sqrt{1{,}1753^2 - 1}}{0{,}2333} = 2{,}3908 \ s$$

El modelo obtenido de muestra en la Segundo orden sobreamortiguado más tiempo Muerto (SOMTM)



$$G_{p(s)} = \frac{2}{(7{,}6846 \cdot S + 1)(2{,}3908 \cdot S + 1)} \cdot e^{-0{,}830176 \cdot S}$$

Método de tres puntos 123c de Alfaro

Este método está basado en los tiempos requeridos para que la respuesta del proceso a un cambio escalón en la entrada, alcance el 25 % (t25), el 50 % (t50) y el 75 % (t75) de su valor final.

$$a = \frac{-0{,}6240 \cdot t_{25} + 0{,}9866 \cdot t_{50} - 0{,}3626 \cdot t_{75}}{0{,}3533 \cdot t_{25} - 0{,}7036 \cdot t_{50} + 0{,}3503 \cdot t_{75}}$$

$$\tau_1 = \frac{t_{75} - t_{25}}{0{,}9866 + 0{,}7036 \cdot a}$$

$$\tau_2 = a \cdot \tau_1$$

$$t_m = t_{75} - (1{,}3421 + 1{,}3455 \cdot a) \cdot \tau_1$$

$$\boxed{G_{p(s)} = \frac{2}{(8{,}012546 \cdot S + 1)(1{,}840282 \cdot S + 1)} \cdot e^{-1{,}1703 \cdot S}}$$

Al analizar la curva de reacción observamos que la ganancia:

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10}{5} \Longrightarrow K_p = 2$$

$$P_1 = 0{,}25 \cdot \Delta y = 0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5 \Longrightarrow t_{25} = 8{,}2 - 3 = 5{,}2\ s$$

$$P_2 = 0{,}50 \cdot \Delta y = 0{,}50 \cdot 10 = 5{,}0 \Longrightarrow t_{50} = 11{,}75 - 3 = 8{,}75\ s$$

$$P_3 = 0{,}75 \cdot \Delta y = 0{,}75 \cdot 10 = 7{,}5 \Longrightarrow t_{75} = 17{,}4 - 3 = 14{,}4\ s$$

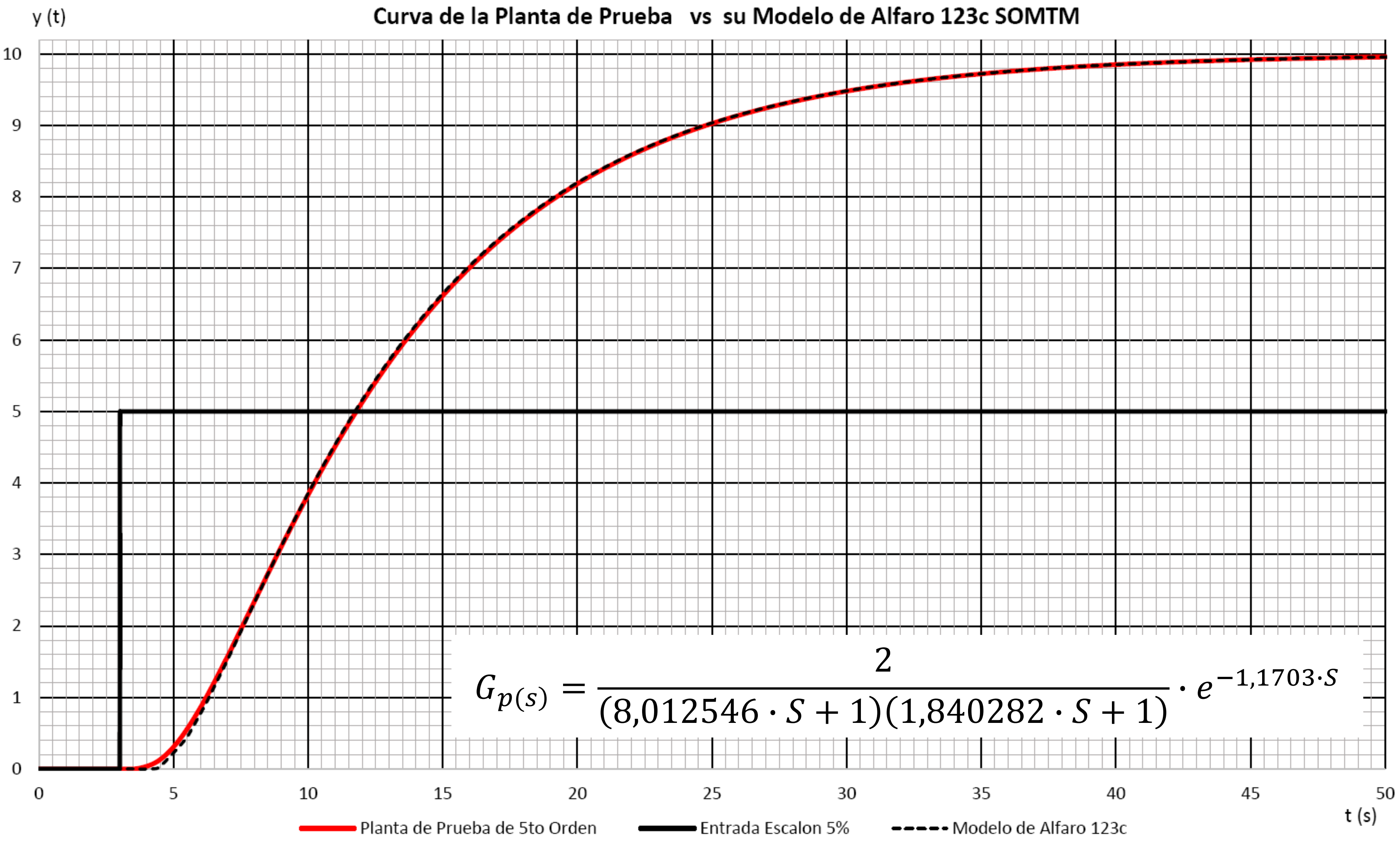
$$a = \frac{-0{,}6240 \cdot 5{,}2 + 0{,}9866 \cdot 8{,}75 - 0{,}3626 \cdot 14{,}4}{0{,}3533 \cdot 5{,}2 - 0{,}7036 \cdot 8{,}75 + 0{,}3503 \cdot 14{,}4} = 0{,}229675$$

$$\tau_1 = \frac{14{,}4 - 5{,}2}{0{,}9866 + 0{,}7036 \cdot 0{,}229675} = 8{,}012546\ s$$

$$\tau_2 = 0{,}229675 \cdot 8{,}012546 = 1{,}840282\ s$$

$$t_m = 14{,}4 - (1{,}3421 + 1{,}3455 \cdot 0{,}229675) \cdot 8{,}012546 = 1{,}1703\ s$$

Control Avanzado y Métodos Numéricos

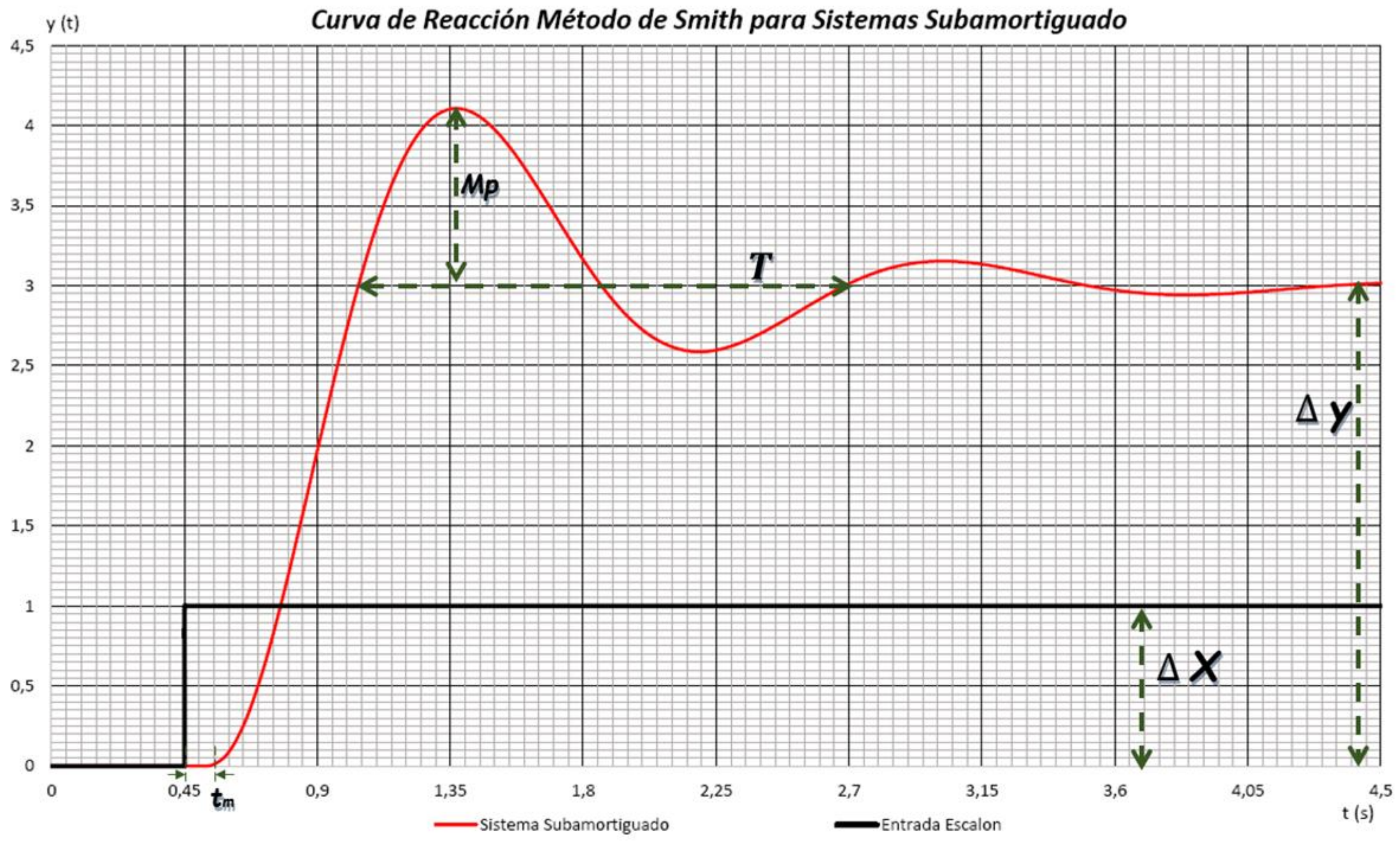


Obtención experimental de modelos de segundo orden subamortiguado

Los modelos de Segundo Orden subamortiguados más tiempo muerto, se estudian a partir de su comportamiento temporal considerando como dominante el polo complejo conjugado, por lo que se obtiene un modelo aproximado en adición al tiempo muerto

$$G_{p(s)} = \frac{k_p \cdot {\omega_n}^2}{S^2 + 2\delta\omega_n S + {\omega_n}^2} \cdot e^{-t_m \cdot S}$$

$$G_{p(s)} = \frac{92160}{(S+40)(S+48)(S^2+2{,}4 \cdot S+16)} \cdot e^{-0{,}05 \cdot S}$$



✓ *Procedimiento de Calculo en el Modelo de Smith*

Ganancia

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} \Longrightarrow K_p = 3$$

En la curva se observa la primera oscilación

entre $t_1 = 1{,}05\ s$ y $t_2 = 2{,}675\ s$

$$T = t_2 - t_1 = 2{,}675\ s - 1{,}05\ s = 1{,}625\ s$$

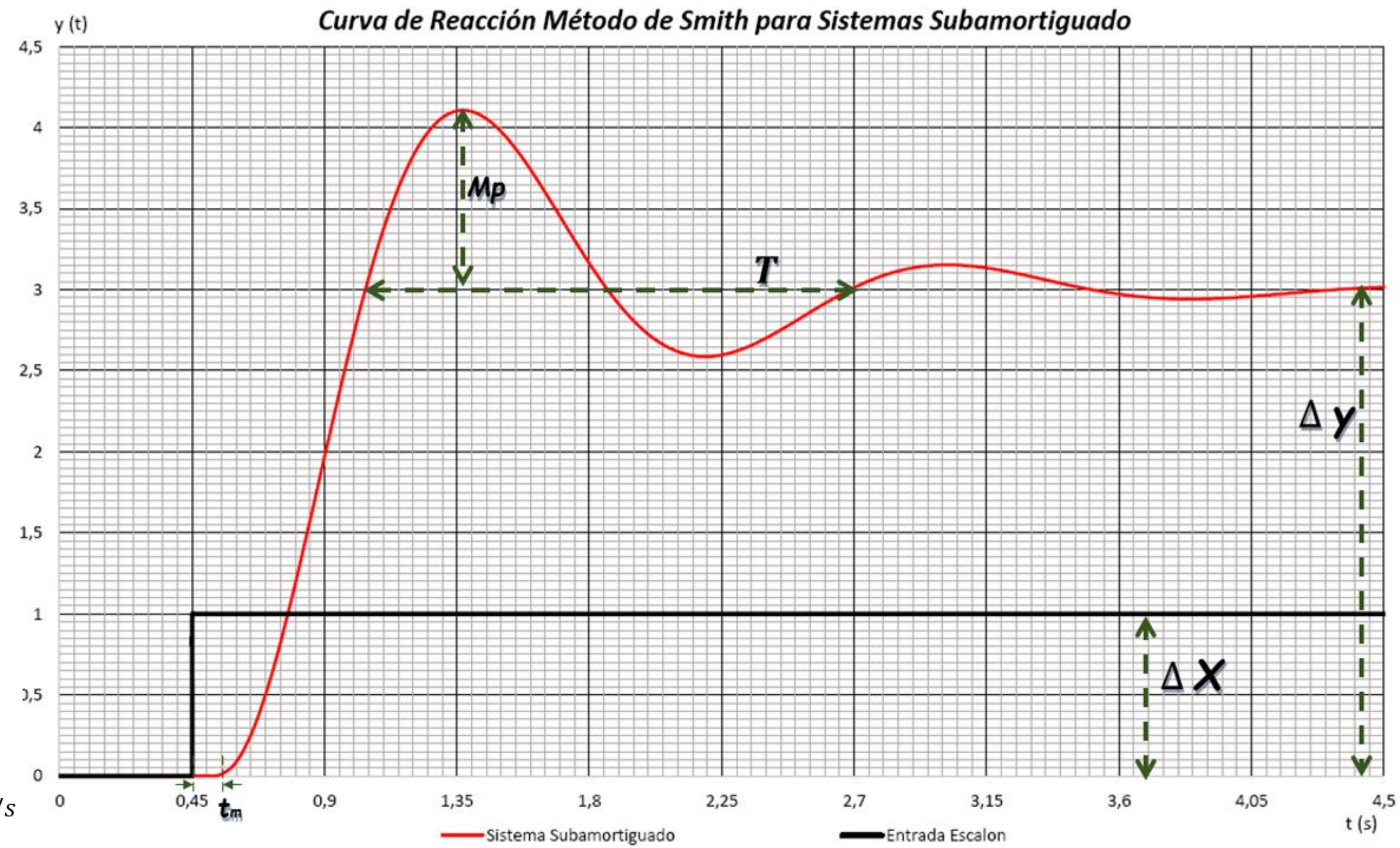
además que $t_m = 0{,}1\ s$

el máximo valor alcanzado es $y_p = 4{,}1072$

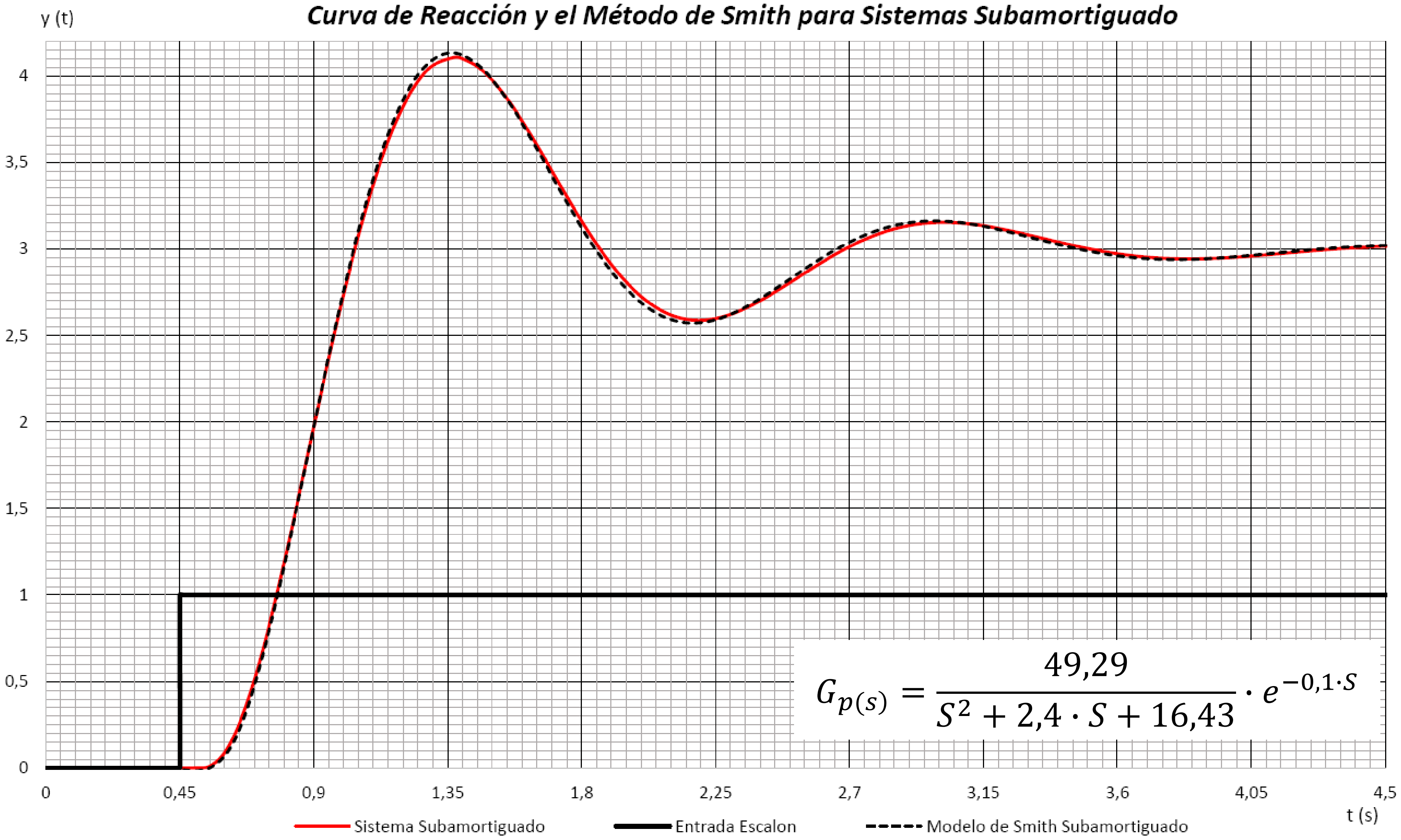
$$M_p = \frac{y_p - y_\infty}{y_\infty} = \frac{4{,}1072 - 3}{3} \Longrightarrow M_p = 0{,}369$$

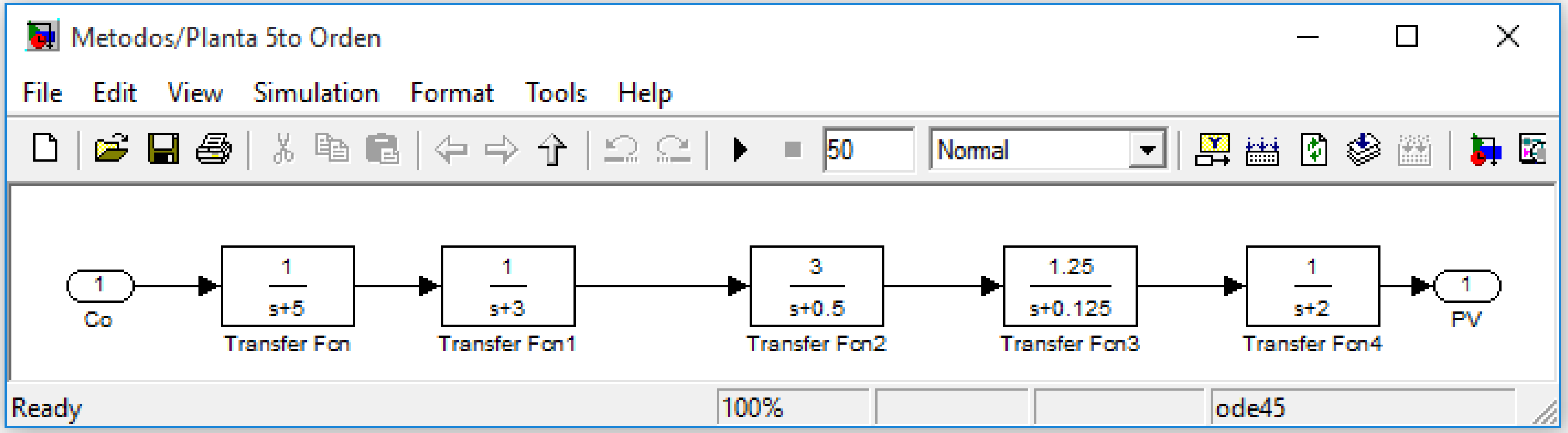
$$\delta = \sqrt{\frac{[\ln M_p]^2}{\pi^2 + [\ln M_p]^2}} \qquad \omega_n = \frac{2\pi}{T \cdot \sqrt{1-\delta^2}}$$

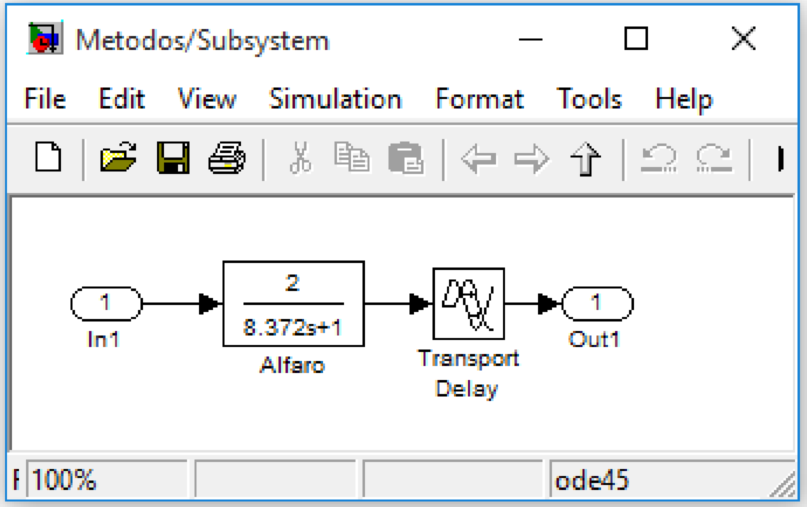
$$\delta = \sqrt{\frac{[\ln 0{,}369]^2}{\pi^2 + [\ln 0{,}369]^2}} = 0{,}3 \Longrightarrow \omega_n = \frac{2\pi}{1{,}625 \cdot \sqrt{1-0{,}3^2}} \approx 4{,}053\ rad/s$$

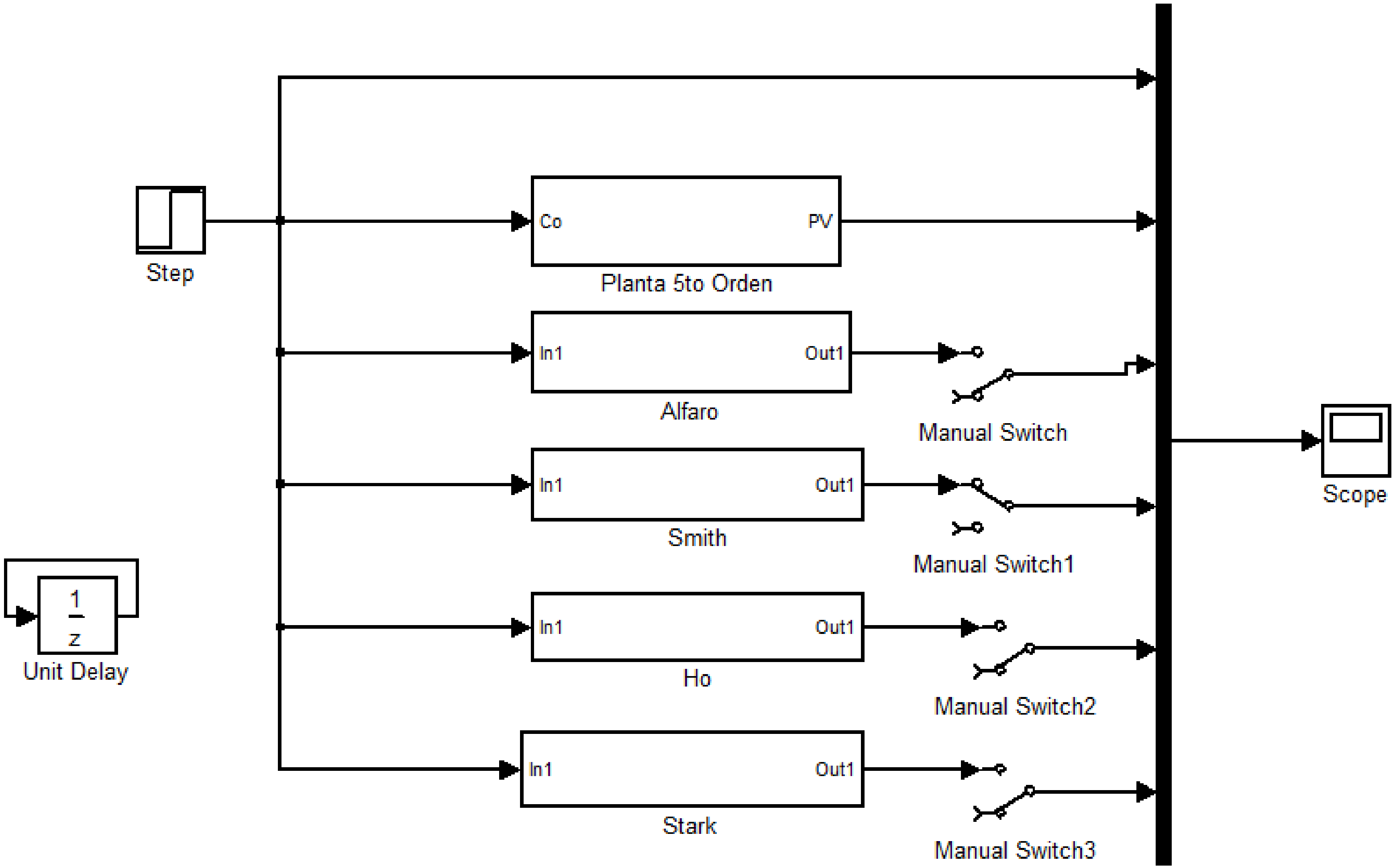


Control Avanzado y Métodos Numéricos




Metodos/Planta 5to Orden
File Edit View Simulation Format Tools Help
50
Normal
1
Co
1
s+5
Transfer Fcn
1
s+3
Transfer Fcn1
3
s+0.5
Transfer Fcn2
1.25
s+0.125
Transfer Fcn3
1
s+2
Transfer Fcn4
1
PV
Ready
100%
ode45


Metodos/Subsystem
File Edit View Simulation Format Tools Help
1
In1
2
8.372s+1
Alfaro
Transport
Delay
1
Out1
100%
ode45


Step
Co
PV
Planta 5to Orden
In1
Out1
Alfaro
Manual Switch
In1
Out1
Smith
Manual Switch1
Scope
1
z
Unit Delay
In1
Out1
Ho
Manual Switch2
In1
Out1
Stark
Manual Switch3