

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS



INFORME DE LABORATORIO

INFORMACIÓN BÁSICA					
ASIGNATURA:	ANÁLISIS Y DISEÑO DE ALGORITMOS				
TÍTULO DE LA PRÁCTICA:	PROGRAMACIÓN DINÁMICA				
NÚMERO DE PRÁCTICA:	P2	AÑO LECTIVO:	2024	SEMESTRE:	PAR
ESTUDIANTES:					
20230464, SEQUEIROS CONDORI LUIS GUSTAVO					
DOCENTES: Marcela Quispe Cruz, Manuel Loaiza, Alexander J. Benavides					

RESULTADOS Y PRUEBAS

El informe se presenta con un formato de artículo.

Revise la sección de Resultados Experimentales.

CONCLUSIONES

El informe se presenta con un formato de artículo.

Revise la sección de Conclusiones.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

El informe se presenta con un formato de artículo.

Revise la sección de Diseño Experimental.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

El informe se presenta con un formato de artículo.

Revise la sección de Referencias Bibliográficas.

Programación Dinámica - Ejemplos de Aplicación

Resumen

Este artículo explora la aplicación del método SRTBOT y la programación dinámica en la resolución de problemas de programación competitiva. A partir de una selección aleatoria de problemas, se empleó una metodología de diseño que permite descomponer cada problema en subproblemas. Luego, se aplicó memoización para optimizar el uso de recursos y mejorar la eficiencia de las soluciones. La implementación inicial en Python facilitó la validación de la lógica y la depuración de errores, mientras que la versión final en C++ optimizó el rendimiento en términos de tiempo de ejecución.

El objetivo de este trabajo fue fortalecer el conocimiento en programación dinámica y familiarizarse con el uso del método SRTBOT. Entre los principales logros se encuentran el desarrollo de soluciones eficientes y el aprendizaje de técnicas avanzadas de modelado y análisis algorítmico. Las dificultades encontradas incluyeron la correcta identificación de casos base y la optimización de la estructura recursiva en problemas con restricciones complejas.

Este artículo se organiza de la siguiente forma: se presenta la teoría y el contexto de las técnicas utilizadas, el diseño experimental para la selección de problemas, la implementación de las soluciones y, finalmente, las conclusiones donde se destacan los logros y las áreas de mejora.

1. Introducción

Una forma de entrenar la resolución de problemas y la construcción de algoritmos es mediante la resolución de problemas de programación competitiva. Este artículo se enfoca en el uso de técnicas avanzadas, como el método SRTBOT y la programación dinámica, para abordar problemas complejos de manera estructurada y eficiente. Estas técnicas permiten descomponer problemas en subproblemas más pequeños y reutilizar soluciones previas. De esta manera, se optimizan los recursos computacionales necesarios para la ejecución.

El objetivo principal de este trabajo es reforzar los conocimientos en programación dinámica y aplicar el método SRTBOT para la resolución de problemas. A través de esta experiencia, se pretende consolidar habilidades en el diseño de algoritmos recursivos optimizados. Los logros alcanzados incluyen el análisis sistemático de cada problema y la implementación de soluciones eficientes C++.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe los fundamentos teóricos de las técnicas utilizadas. La Sección 3 presenta el diseño experimental y el proceso de selección de problemas. La Sección 4 muestra los resultados obtenidos en la implementación de las soluciones. Finalmente, la Sección 5 expresa las conclusiones del trabajo, resaltando los logros alcanzados y las dificultades encontradas.

2. Marco Teórico Conceptual

Programación dinámica fue propuesta por Bellman (1952). Esta es una técnica que busca la resolución de problemas que pueden ser divididos en subproblemas superpuestos, cada uno de ellos tiene una solución independiente y considerada óptima. Por ello, estas subsoluciones pueden ser almacenadas y recordadas cuando sea necesario; de esta manera se mejora la eficiencia de la solución. Asimismo, la solución del problema general viene dada por la unión de las soluciones óptimas de los subproblemas.

El nemotécnico SRTBOT propuesto por Demaine (2021) ayuda en el diseño de algoritmos recursivos para resolver un problema. A continuación, se explican los seis conceptos de SRTBOT.

Subproblemas El primer paso consiste en dividir el problema original en subproblemas. Para esto es necesario definir etapas y estados, así como las transiciones entre ellos. Se deben considerar las precondiciones y postcondiciones del problema. De este modo, se puede modelar la signatura de una función que aplique programación dinámica.

Relaciones Recursivas En este paso se deben relacionar, unir o combinar las subsoluciones de manera que se obtenga una solución óptima dependiendo del tipo de problema. En esta etapa se modela la implicación matemática de la función.

Topología Dibujar la topología ayuda a comprender cómo se relacionan las etapas, estados y sus transiciones. Asimismo, ayuda a visualizar el flujo del problema. De esta forma, se corrobora que el problema va a tener una solución finita.

Bases Aquí se formalizan los casos base. Un caso base se define como la situación o estado en el que el problema tiene una solución ya conocida y simple. Por lo tanto, no es necesario calcularla con subsoluciones.

Original Ahora se debe resolver el problema original; es decir, con la información de los cuatro puntos anteriores se diseña el algoritmo recursivo en pseudocódigo. Agregar **memoización** ayudará a mejorar la eficiencia de la solución gracias al almacenamiento de soluciones a subproblemas superpuestos.

Tiempo Finalmente se debe analizar el tiempo de ejecución de la solución para confirmar su eficiencia. En caso no sea eficiente, es recomendable analizar nuevamente la solución y optimizarla o utilizar otro enfoque diferente de programación dinámica.

3. Diseño Experimental

A continuación, se describen los pasos que se siguieron en esta investigación para seleccionar y dar solución a los problemas escogidos.

3.1. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son:

- Reforzar los conocimientos del método de programación dinámica.
- Aplicar el método de programación dinámica para resolver algunos problemas propuestos.

3.2. Actividades

El estudiante deberá realizar las siguientes acciones.

- 1. Se creó un usuario en http://vjudge.net dientificado como **gustadev**. El registro permitió acceder a una variedad de problemas de programación competitiva en un entorno unificado. Asimismo, facilitó el seguimiento de los resultados y la evaluación del progreso.
- 2. Se seleccionaron aleatoriamente tres problemas de la lista disponible en http://bit.ly/3UxdCVL. Al cargar la hoja de cálculo con la lista de problemas, se combinó su orden utilizando una función de mezcla aleatoria para asegurar una distribución imparcial. A partir de esta lista mezclada, se generaron tres números aleatorios utilizando el generador de números aleatorios de Google, lo que permitió determinar las posiciones de los problemas seleccionados.
- 3. Se diseñaron soluciones para cada problema utilizando la técnica SRTBOT. Esta técnica facilitó el modelado de las soluciones gracias al análisis estructurado del problema antes de la implementación. Durante este proceso, se encontraron algunas dificultades en la identificación de subproblemas y en la optimización del enfoque recursivo. Para este último, en los tres problemas se tuvo dificultades, ya que no se identificaron condiciones de quiebre al comienzo el diseño. Esto se traducía en cálculos de subsoluciones innecesarios.

- 4. Se elaboraron dos versiones del pseudocódigo recursivo para cada problema: una versión inicial sin memoización y una versión optimizada con memoización. Esto permitió comparar el impacto de la optimización en términos de eficiencia y comprender mejor los beneficios del almacenamiento de resultados previos.
- 5. Se implementaron las soluciones en C++ siguiendo el modelo SRTBOT. Esta implementación en C++ se realizó tras verificar la funcionalidad en Python. Se hicieron notorias mejoras significativas en términos de tiempo de ejecución y aprovechamiento de memoria.
- 6. Se generó un PDF de cada solución aceptada en la plataforma http://vjudge.net y se anexó al final del artículo como evidencia de la correcta resolución de los problemas. Esto sirvió para demostrar la efectividad de las soluciones y el cumplimiento de los objetivos del trabajo.

4. Resultados

En esta sección se muestra el proceso de resolución para cada uno de los problemas escogidos.

4.1. Problema 10074 – Take the Land

Subproblema: Encuentre A(x, y, k, z) para las coordenadas de matriz $0 \le x < N$, $0 \le y < M$. Asimismo, para la base del mayor rectángulo k y su altura permitida z, se cumple: $0 < k \le x$, $0 < z \le y$ si se trabaja horizontalmente y $0 < k \le y$, $0 < z \le x$ si es verticalmente. Para hallar la altura z que cumple con las condiciones de un rectángulo z = Z(x, y), donde la altura Z se halla dependiendo la dirección: horizontal o vertical.

Relaciones Recursivas:

$$A(x,y,k,z) = \begin{cases} A(x+1,y,1,Z(x,y)), & Horizontal \land z = 0 \\ A(x,y+1,1,Z(x,y)), & Vertical \land z = 0 \end{cases}$$

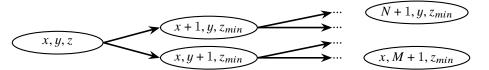
$$\max(z*k,A(x+1,y,k+1,min(Z(x,y)))), & Horizontal \land z > 0 \end{cases}$$

$$\max(z*k,A(x,y+1,k+1,min(Z(x,y)))), & Vertical \land z > 0 \end{cases}$$

$$T(x*k,x) = \int M_{x,y} + Z(x+1,y), & Horizontal \end{cases}$$

 $Z(x, y, k, z) = \begin{cases} M_{x,y} + Z(x+1, y), & Horizontal \\ M_{x,y} + Z(x, y+1), & Vertical \end{cases}$

Topología:



Básico: A(x, y, k, z) = 0, Z(x, y) = 0 si $x \ge N \lor y \ge M$

Original:

Algorithm A(x, y, k, z, s) // sin memoización

Input: posición x, posición y, orientación s, valor k, mínimo de ceros z

Output: área máxima

- 1: **if** $y \ge M$ **or** $x \ge N$ **then**
- 2: **return** 0
- 3: $zc \leftarrow Z(x, y, \neg s)$
- 4: $minZ \leftarrow if z \neq 0$ then min(z, zc) else zc
- 5: $maxA \leftarrow 0$
- 6: $vx \leftarrow \mathbf{if} \ s$ es horizontal then x + 1 else x
- 7: $vy \leftarrow \mathbf{if} \ s$ es horizontal then y else y + 1
- 8: **if** minZ = 0 **then**
- 9: $maxA \leftarrow A(vx, vy, s, 1, minZ)$
- 10: **else**
- 11: $maxA \leftarrow máx(minZ \cdot k)$
- 12: A(vx, vy, s, k + 1, minZ))
- 13: **return** *maxA*

Algorithm Z(x, y, s) // sin memoización

Input: posición *x*, posición *y*, orientación *s* **Output:** número de ceros consecutivos

- 1: **if** $y \ge M$ **or** $x \ge N$ **then**
- 2: **return** 0
- $3: r \leftarrow 0$
- 4: **if** s es horizontal **then**
- 5: $r \leftarrow 1 + Z(x + 1, y, s, m)$
- 6: else
- 7: $r \leftarrow 1 + \mathbf{Z}(x, y + 1, s, m)$
- 8: **return** *r*

Algorithm AM(x, y, k, z, s) // con memoización

Input: posición x, posición y, orientación s, valor k, mínimo de ceros z

Output: área máxima

- 1: **if** $y \ge M$ **or** $x \ge N$ **then**
- 2: **return** 0
- 3: Inicializar MZ, memoria para Z
- 4: $zc \leftarrow ZM(x, y, \neg s)$
- 5: $minZ \leftarrow if z \neq 0$ then min(z, zc) else zc
- 6: **if** M[x, y, s, minZ] is defined **then**
- 7: **return** M[x, y, s, minZ]
- 8: $maxA \leftarrow 0$
- 9: $vx \leftarrow \mathbf{if} \ s$ es horizontal then x + 1 else x
- 10: $vy \leftarrow \mathbf{if} \ s$ es horizontal then y else y + 1
- 11: **if** minZ = 0 **then**
- 12: $maxA \leftarrow AM(vx, vy, s, 1, minZ)$
- 13: **else**
- 14: $maxA \leftarrow máx(minZ \cdot k)$
- 15: AM(vx, vy, s, k + 1, minZ))
- 16: $M[x, y, s, minZ] \leftarrow maxA$
- 17: **return** *maxA*

Algorithm ZM(x, y, s) // con memoización

Input: posición x, posición y, orientación s **Output:** número de ceros consecutivos

- 1: **if** $y \ge M$ **or** $x \ge N$ **then**
- 2: **return** 0
- 3: **if** MZ[x, y, s] **then**
- 4: **return** MZ[x, y, s]
- $5 \cdot r \leftarrow 0$
- 6: **if** *s* es horizontal **then**
- 7: $r \leftarrow 1 + \text{ZM}(x+1, y, s, m)$
- 8: else
- 9: $r \leftarrow 1 + \text{ZM}(x, y + 1, s, m)$
- 10: $MZ[x, y, s] \leftarrow r$
- 11: **return** *r*

Tiempo: AM $(x, y, k, z) \in O(x * y)$, ZM $(x, y) \in O(x, y)$

Código:

```
1 #include <iostream>
                                                                 74
                                                                      {
                                                                  75
 2 #include <vector>
                                                                        maxA = maxArea((s ? x + 1 : x).
 3 #include <unordered_map>
                                                                  76
                                                                        (s ? y : y + 1), s, 1, minZ, m, memo);
                                                                  77
 4 #include <tuple>
5 #include <algorithm>
                                                                  78
                                                                      else
                                                                  79
                                                                      {
7 using namespace std;
                                                                 80
                                                                        maxA = max(minZ * k, maxArea((s ? x + 1 : x),
8
                                                                 81
                                                                        (s ? y : y + 1), s, k + 1, minZ, m, memo));
9 struct MemoKey
                                                                  82
10 {
                                                                  83
                                                                      memo[key] = maxA;
11 int x, y, minZ;
                                                                  84
                                                                      return maxA;
12
    bool s;
                                                                 85 }
13 bool operator==(const MemoKey &o) const
                                                                 86
                                                                 87 int max_land(int x, int y, bool s,
15
                                                                 88 const vector<vector<int>>> &m)
      return tie(x, y, s) == tie(o.x, o.y, o.s);
16 }
                                                                 89 {
                                                                  90
17 };
                                                                 91
18
                                                                      unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> memo;
                                                                 92
19 struct MemoKeyHash
20 {
                                                                  93
                                                                      if (s && x >= 0 && y >= 0)
                                                                 94
2.1
    size_t operator()(const MemoKey &key) const
22
                                                                 95
                                                                        for (int i = x; i < m[y].size(); ++i)</pre>
23
      return hash<int>()(key.x)^hash<int>()(key.y)
                                                                  96
                                                                 97
24
       ^ hash<int>()(key.minZ)^hash<bool>()(key.s);
                                                                          r = max(r, maxArea(i, y, s, 1, 0, m, memo));
25
                                                                 98
26 };
                                                                 99
                                                                        if(x == 0)
27
                                                                 100
28 int zeros(int x, int y, bool s,
                                                                 101
                                                                          r = max(r, max\_land(x, y - 1, s, m));
29 const vector<vector<int>> &m.
                                                                 102
30 unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> &mZ)
                                                                 103
                                                                        else
31 {
                                                                 104
                                                                        {
32.
                                                                105
    if (y >= m.size() || x >= m[y].size())
                                                                          r = max(r, max\_land(x - 1, y, !s, m));
33
      return 0;
                                                                 106
34
    if (m[y][x] == 1)
                                                                 107
35
      return 0;
                                                                 108
                                                                      else if (!s && y >= 0 && x >= 0)
36
                                                                 109
    MemoKey key = \{x, y, s\};
37
                                                                110
                                                                        for (int i = y; i < m.size(); ++i)</pre>
38
    if (mZ.find(key) != mZ.end())
                                                                111
39
                                                                112
                                                                          r = max(r, maxArea(x, i, s, 1, 0, m, memo));
40
      return mZ[key];
                                                                113
41
                                                                 114
                                                                        if (y == 0)
42
                                                                115
43
    int result;
                                                                116
                                                                          r = max(r, max\_land(x - 1, y, s, m));
44
    if (s)
                                                                 117
                                                                        }
45
                                                                118
                                                                        else
46
      result = 1 + zeros(x + 1, y, s, m, mZ);
                                                                119
47
                                                                120
                                                                          r = max(r, max\_land(x, y - 1, !s, m));
    }
                                                                121
48
    else
49
                                                                 122
50
      result = 1 + zeros(x, y + 1, s, m, mZ);
                                                                123
                                                                      return r;
                                                                124 }
51
                                                                125 int main()
52
    mZ[key] = result;
                                                                126 {
53
    return result;
54 }
                                                                 127
55
                                                                128
                                                                      cin >> m >> n;
56 int maxArea(int x, int y, bool s,
                                                                129
                                                                      while (m != 0 || n != 0)
57 int k, int minZeros,
                                                                 130
58 const vector<vector<int>>> &m,
                                                                131
                                                                        vector<vector<int>> grid(m, vector<int>(n));
59 unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> &memo)
                                                                132
                                                                 133
60 {
                                                                        for (int i = 0; i < m; ++i)
61 if (y >= m.size() || x >= m[y].size())
                                                                134
62
       return 0;
                                                                 135
                                                                          for (int j = 0; j < n; ++j)
                                                                 136
63
    unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> mZ;
                                                                          {
    int zerosC = zeros(x, y, !s, m, mZ);
                                                                137
                                                                             cin >> grid[i][j];
    int minZ = (minZeros != 0)
                                                                 138
    ? min(minZeros, zerosC) : zerosC;
                                                                 139
                                                                        }
                                                                 140
    MemoKey key = \{x, y, minZ, s\};
    if (memo.find(key) != memo.end())
                                                                 141
69
                                                                142
                                                                        max_land(n - 1, m - 1, true, grid) << '\n';
70
      return memo[key];
                                                                143
                                                                        cin >> m >> n;
71
                                                                144
                                                                145
72.
    int maxA = 0;
                                                                     return 0;
    if (minZ == 0)
                                                                 146 }
```

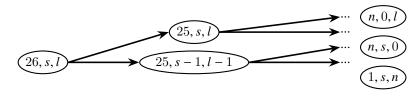
4.2. Problema 10912 – Simple Minded Hashing

Subproblema: Encuentre H(n, s, l) para las letras en minuscula 0 < n < 27, la suma de hashing 0 < s < 10000 y la cantidad de letras a utilizar 0 < l < 10000

Relaciones Recursivas:

$$H(n, s, l) = \begin{cases} H(s, s, l), & n > s \\ H(n - 1, s, l) + H(n - 1, s - n, l - 1), & n \le s \end{cases}$$

Topología:



Básico: H(n, 0, 0) = 1, H(n, s, l) = 0 si $n > 27 \lor l < 0 \lor s < 0 \lor s < l \lor s > l * n$

Original:

Algorithm H(n, s, l) // sin memoización

Input: letra n, cantidad restante para hashing s, cantidad de letras restantes l

Output: cuántas maneras

1: **if** s = 0 **and** l = 0 **then**

2: return 1

3: **if** $n \le 0$ **or** l < 0 **or** s < 0 **then**

4: **return** 0

5: **if** s < l **or** s > l * n **then**

6: **return** 0

7: **if** n > s **then**

8: **return** H(s, s, l-1)

9: **else**

10: **return** H(n-1, s-n, l-1) + H(n-1, s, l)

Algorithm HM(n, s, l) // con memoización

Input: letra *n*, cantidad restante para hashing *s*, cantidad de letras restantes *l*

Output: cuántas maneras

1: **if** n > 27 **or** l < 0 **or** s < 0 **then**

2: **return** 0

3: **if** s = 0 **and** l = 0 **then**

4: **return** 1

5: **if** M[n, s, l] *is de fined* **then**

6: **return** M[n, s, l]

7: **if** s < l **or** s > l * n **then**

8: **return** 0

9: **if** n > s **then**

10: M[n, s, l] = HM(s, s, l)

11: **else**

12: M[n, s, l] = HM(n-1, s-n, l-1) + HM(n-1, s, l)

13: **return** M[n, s, l]

Tiempo: $\operatorname{HM}(n, s, l) \in O(s * l)$

Código:

```
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 #include <algorithm>
5 using namespace std;
7 int hashNumber(int n, int s, int 1,
8 vector<vector<vector<int>>>> &memo)
9 {
10
   if (s == 0 && 1 == 0)
11
      return 1;
12
    if (1 <= 0 || s < 0 || n <= 0)
13
      return 0:
14
    if (memo[n][s][l] != -1)
15
      return memo[n][s][l];
16
    if (s < 1 | | s > 1 * n)
17
      return 0;
18
19
    if (n > s)
20
      memo[n][s][l] = hashNumber(s, s, l, memo);
2.1
    else
22
      memo[n][s][1] =
23
      hashNumber(n - 1, s - n, l - 1, memo)
24
      + hashNumber(n - 1, s, 1, memo);
25
    return memo[n][s][l];
26 }
```

```
27 int main()
28 {
29
    int 1, s;
30
    int i = 1;
31
32
     vector<vector<int>>>> memo(27,
33
    vector<vector<int>>>(10001,
34
     vector<int>(101, -1)));
35
36
    cin >> 1 >> s:
37
     while (1 != 0 && s != 0)
38
       cout << "Case" << i << ":"
39
40
       << hashNumber(min(s, 26), s, 1, memo)</pre>
41
       << '\n':
42
       cin >> 1 >> s;
43
44
45
46
    return 0;
47 }
```

4.3. Problema 497 – Strategic Defense Initiative

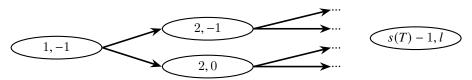
Subproblema: Encuentre D(i, l) para el objetivo a destruir i y para el último objetivo destruido l

Relaciones Recursivas:

$$D(i,l) = \begin{cases} D(i+1,l), & T[i] \le T[l] \\ max\{D(i+1,l), 1+D(i+1,i)\}, & T[i] > T[l] \end{cases}$$

donde T son los objetivos mapeados por índices y s(T) es la cantidad de objetivos.

Topología:



Básico: D(s(T), l) = 0

Original:

Algorithm D(i, l)// sin memoización **Input:** posición del objetivo actual i, posición del último objetivo destruido l

Output: máximo de objetivos destruídos

```
1: if i \ge s(T) then
     return 0
3: if T[i] > T[l] then
     return max\{D(i+1, l), 1+D(i+1, i)\}
4:
5: else
     return D(i+1,l)
6:
```

Algorithm DM(i, l)// con memoización **Input:** posición del objetivo actual i, posición del último objetivo destruido l

Output: máximo de objetivos destruídos

```
1: if i \ge s(T) then
     return 0
2:
3: if M[i][l] is defined then
     return M[i][l]
5: if T[i] > T[l] then
6:
     M[i][l] = max\{DM(i+1, l), 1+DM(i+1, i)\}
7: else
     M[i][l] = DM(i+1, l)
8:
9: return M[i][l]
```

Tiempo: $DM(i, l) \in O(s(T)^2)$

Código:

```
1 #include <iostream>
 2 #include <vector>
 3 #include <algorithm>
 4 #include <sstream>
 5 #include <cstring>
 7 using namespace std;
 9 long long maxHits(int i, int 1,
10 \text{ const} \text{ vector} < \mathbf{long} \text{ long} > &a,
11 vector<vector<long long>> &m)
12 {
13 if (i >= a.size())
14
      return 0;
15 if (m[i][1] != -1)
16
      return m[i][l];
17
    long long t = 0;
18 if (a[i] > a[l])
19
      t = 1 + maxHits(i + 1, i, a, m);
20
    long long nt = maxHits(i + 1, 1, a, m);
21
    m[i][l] = max(t, nt);
    return m[i][l];
23 }
24 void rec(const vector<long long> &a,
25 const vector<vector<long long>> &m)
26 {
27
    if (a.size() == 1)
28
    {
29
       cout \ll a[0] \ll '\n';
30
       return:
31
32
    long long 1 = 0;
33
     long long i{0};
34
     while (i < a.size() - 1)</pre>
35
36
       if (a[i] > a[l] && m[i][l] == 1 + m[i+1][i])
37
38
         cout << a[i] << '\n';</pre>
39
         1 = i;
40
       }
41
       ++i;
42
     }
```

```
if (a[i] > a[l])
       cout << a[i] << '\n';</pre>
44
45 }
46
47 int main()
48 {
49
     int n:
50
     cin.ignore().ignore();
52
53
     for (int i = 0; i < n; i++)
55
       string line;
56
       vector<long long> a;
57
       a.push_back(-1):
58
       while (getline(cin, line) && !line.empty())
59
60
         long long j;
61
         istringstream ss(line);
62
         ss >> i:
63
         a.push_back(j);
64
65
66
       if (a.size() == 1)
67
         continue;
68
69
       vector<vector<long long>> m(a.size(),
       vector<long long>(a.size() + 1, -1));
70
71
       m[0][0] = -1;
72
       long long maxLength = maxHits(1, 0, a, m);
       cout << "Max_hits:.." << maxLength << '\n';</pre>
73
74
75
       rec(a, m);
       if (i != n - 1)
76
77
         cout << '\n';</pre>
78
79
80
    return 0:
81 }
```

5. Conclusiones

En este artículo se aplicó el método SRTBOT para el diseño de soluciones recursivas. Esta técnica facilitó el análisis y la estructuración de cada problema en subproblemas más manejables. Asimismo, permitió comprender la lógica subyacente de cada problema y diseñar soluciones eficientes debido a su enfoque sistemático.

Gracias al uso de programación dinámica y memoización, las soluciones implementadas optimizaron el uso de recursos al evitar la recalculación de subproblemas ya resueltos. La implementación inicial en Python permitió una rápida validación y corrección de errores de lógica, mientras que la versión final en C++ mejoró el rendimiento.

A pesar de los logros, surgieron algunas dificultades al identificar correctamente los casos base y optimizar la estructura recursiva en problemas con condiciones de borde no expícitas. No obstante, la experiencia adquirida en el uso de SRTBOT y programación dinámica refuerza el aprendizaje de técnicas avanzadas de resolución de problemas.

6. Referencias Bibliográficas

Bellman, R. (1952). On the theory of dynamic programming. *Proceedings of the national Academy of Sciences*, 38(8), 716-719.

Demaine, E. (2021). *Dynamic Programming, Part 1: SRTBOT, Fib, DAGs, Bowling*. MIT OpenCourseWare. http://youtu.be/r4-cftqTcdI

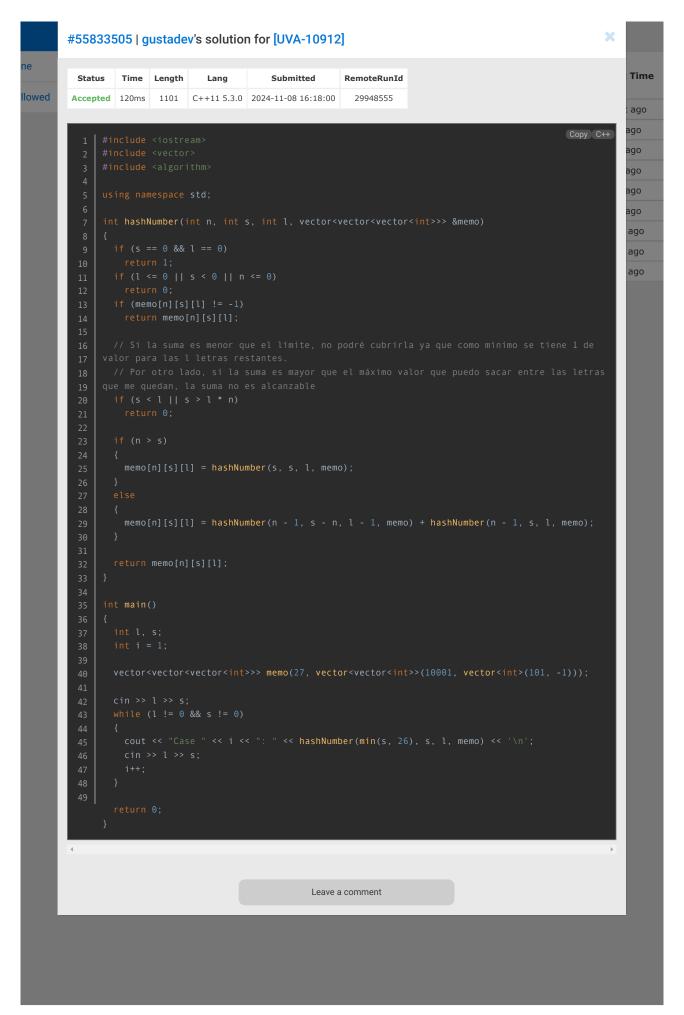
7. Anexos

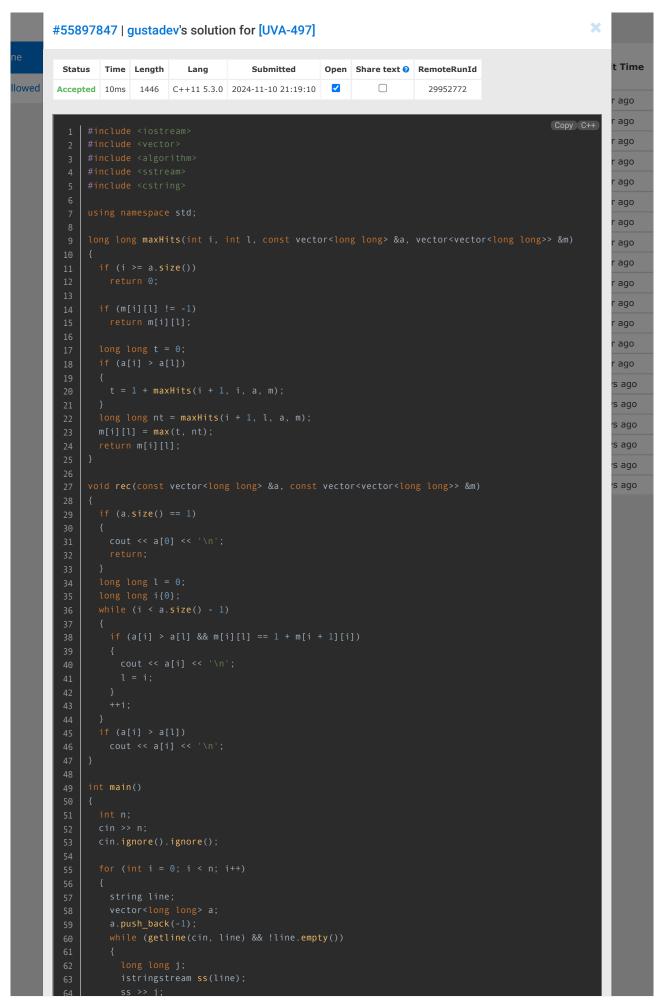
En las siguientes páginas se anexó el resultado de la plataforma http://vjudge.net al evaluar el código propuesto.



```
unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> mZ;
                                                                                                                   mit Time
lowed
                                                                                                                   min ago
                                                                                                                    hr ago
                                                                                                                    hr ago
                                                                                                                    hr ago
               unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> memo;
```

```
mit Time
lowed
                                                                                                                    min ago
                                                                                                                     hr ago
                                                                                                                     hr ago
                unordered_map<MemoKey, int, MemoKeyHash> memo;
                                                                                                                     hr ago
                  vector<vector<int>> grid(m, vector<int>(n));
                                                      Leave a comment
```





Página 15 de <mark>16</mark>

```
t Time
lowed
                                                                                                                     ago
                                                                                                                     ago
                                                                                                                    s ago
                                                                                                                    s ago
                                                                                                                    s ago
                                                                                                                    s ago
                                                                                                                    s ago
                                                                                                                    s ago
               cin.ignore().ignore();
                 a.push_back(-1);
                  while (getline(cin, line) && !line.empty())
                    a.push_back(j);
                                                      Leave a comment
```