ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ CAD ΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ – ΗΡΥ 608 / 419

Πρώτο Σετ Ασκήσεων - Εαρινό Εξάμηνο 2023
Προθεσμία: Παρασκευή 10/3/23, υποβολή on-line στο eClass

ΑΣΚΗΣΗ 1η
Η ΜΕΘΟΔΟΣ NEWTON – RAPHSON

Έχουμε διδαχθεί στο μάθημα την μέθοδο Newton – Raphson (και την συναφή μέθοδο της τέμνουσας - secant). Στο σετ αυτό θα την υλοποιήσετε και θα μελετήσετε θέματα σύγκλισης, αριθμού επαναλήψεων, αλλά και αριθμητικής προσέγγισης (μέθοδος τέμνουσας) στην πρώτη παράγωγο σε σχέση με αναλυτική προσέγγιση. Για να κρατήσουμε απλό το πρόβλημα, θα θεωρήσουμε ότι η συνάρτησή μας είναι ένα πολυώνυμο έως 5^{ου} βαθμού, το αποδεκτό σφάλμα e= 10^{-3} (0,1%) και οι πράξεις θα γίνουν με αριθμητική κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας (float, όχι double). *Προσοχή*: στο παράδειγμα της διάλεξης στις 1/3/22 είχαμε e=10^{-1}.

Σε σχέση με το σφάλμα, όπως είπαμε στο μάθημα υπάρχουν εναλλακτικές προσεγγίσεις, και αναφέραμε ότι μία προσέγγιση είναι ότι αποδεχόμαστε το x_k αν $|x_k - x_{k-1}| < e$ ενώ η άλλη είναι $|f(x_k)| < e$. Το παράδειγμα στο μάθημα της 1/3/22 ήταν με τον πρώτο τρόπο, για την άσκηση θα χρησιμοποιήσουμε τον δεύτερο, με την κατανόηση ότι υπάρχουν και άλλοι τρόποι να οριστεί το σφάλμα.

Θυμίζουμε ότ[illegible] – στο μάθημα εξηγήσαμε και πως προκύπτει.

Η είσοδος (μπορει να υπάρχει κάποιο Prompt στον χρήστη) θα είναι ο βαθμός του πολυωνύμου, και σε ξεχωριστή γραμμή οι συντελεστές κάθε δύναμης της μεταβλητής. Π.χ. η είσοδος

5
8 3 6 2 0 12

σημαίνει $8x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 0x + 12 = 0$

Εσείς πρέπει να βρείτε κάποια ρίζα, αλλά για να κρατήσουμε το πρόβλημα ρεαλιστικό μπορείτε [illegible] (ενθαρρύνεστε όμως να πειραματιστείτε και με άλλα πολυώνυμα). Αποφύγετε όμως τετριμμένες εκδοχές του πολυωνύμου όπως μία πενταπλή ρίζα, κάτι που συμβαίνει π.χ. στο $(x - 5)^5$. Αυτό που ζητάμε είναι εύκολο αν ο βαθμός του πολυωνύμου είναι περιττός και [illegible] Η παραδοχή αυτή είναι ρεαλιστική γιατί εν γένει στα εργαλεία CAD μία είναι η ρίζα που μας ενδιαφέρει – δηλαδή το σημείο ισορροπίας του συστήματος (η τάση στο παράδειγμα που περιγράψαμε στο μάθημα), όπως η τάση σε κάποιο κόμβο όπου το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων από τον Νόμο του Kirchhoff είναι 0.

[illegible] του προγράμματός σας [illegible] δηλ. από το ποιο [illegible] που επιλέγει το πρόγραμμά σας) και σε κάθε αριθμό επανάληψης [illegible] μέχρι να συγκλίνει το πρόγραμμα, βάζοντας ένα [illegible]ς, όπου αν δεν συγκλίνει το πρόγραμμα να τερματίζει (κάτι που θα [illegible]). Στο τέλος του προγράμματος πρέπει να βγαίνουν τα στατιστικά όπως [illegible]

[illegible] κανόνας του Horner μπορεί να σας είναι χρήσιμος στον κώδικα.

Για να καταλάβουμε καλύτερα πως η προσέγγιση επηρρεάζει τα αποτελέσματα, λύσετε το πρόβλημα με δύο διαφορετικούς τρόπους (ουσιαστικά είναι ένας κώδικας, με την παράγωγο υλοποιημένη με δύο διαφορετικούς τρόπους):

?

[illegible]

Ενδεχόμενα να ανακοινωθεί κάποιο dataset εκτός από το τι θα δοκιμάσετε μόνοι σας, ώστε να μπορούμε να κάνουμε συγκρίσεις πράξεων, επαναλήψεων, κλπ.

Πρέπει να λύσετε το πρόβλημα σε μία γλώσσα όπως C (να είναι procedural, structured, και τουλάχιστον το ίδιο το πρόγραμμα να είναι strongly typed ακόμη και αν η γλώσσα δεν είναι – η C δεν είναι strongly typed) για να έχετε μεγαλύτερο έλεγχο των πράξεων, και όχι απλά την παραγωγή αποτελέσματος. Υποβάλετε στο eClass το πρόγραμμα (κώδικα πηγής και εκτελέσιμο), καθώς και αναφορά, με [illegible] Προσοχή: οι κώδικες πρέπει να έχουν καλά σχόλια και η βασική δομή να αναφερεται και στην αναφορά (όχι μόνο τα αποτελέσματα).

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

- Βρίσκω κώδικα για derivative σε C
- Γράφω σε κώδικα την πράξη που χρειάζεται για Newton-Raphson

Αρχικά έχουμε πολυώνυμο βαθμού $n \leq 5$, αριθμούς float και δεδομένο $e = 10^{-3}$

?

Διαλέγω x_n ώστε $f(x_n) < \varepsilon$

Να ρωτήσω για το x_n αν ισχύει αυτό ή είναι τυχαίο τύπου 10 ή απλά τυχαίο ώστε $f(x_n) < \varepsilon$

Τώρα χρειάζομαι $f(x_\kappa)$ και $f'(x_\kappa)$

το $f(x_\kappa)$ θα υπολογιστεί 1ος αναλυτικά από C και 2ος με $f'(x_\kappa) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_\kappa)}{x_\kappa - x_{\kappa+1}}$

Πως θρίσκουμε το $x_{\kappa+1}$ σε C τώρα;

Στο χαρτί είναι εκεί που τέμνει η εφαπτομένη στο $f(x_\kappa)$ τον άξονα x'x

2ος Η θρίσκω $f'(x_\kappa) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_\kappa+\delta) - f(x_\kappa)}{\delta}$ με δ μικρό

π.χ $\delta = 10^{-5}$

? Πόσο δ;

Τέλος μετράω επαναλήψεις, τις διαμετράω στις 2s και μετράω κάθε πράξη ξεχωριστά

? Γιά άλλο ρωτάω: Πως φροντίζω το πολυώνυμο να έχει μοναδική ρίζα με τα θέτουμε το προς του άξονα y ώστε να τον τέμνει μία μόνο φορά;

Απάντηση: Παρατηρώ το γράφημα του πολυωνύμου και το μετατοπίζω κατάλληλα ώστε να έχει μια μόνο τομή με τον $y'y \Rightarrow$ το πολυώνυμο θα έχει μια μόνο λύση (το τσεκάρω με Gpt)

- Κώδικας: Ξεκινάω με το να γράφω κώδικα εισαγωγής πολυωνύμου και αποθήκευσης συντελεστών

- Μετατρέπω τον κώδικα σε πολλαπλές ροές

Τελικά χρειάζομαι μόνο την 1η παράγωγο

degree = 3 $\quad 3x^3 + 2x^2 + x + 0$

0	1	2	3
0	1	2	3

0	1	2	3
0	2	6	4

$4x^3 + 6x^2 + 2x + 0$

Sol $9x^2 + 4x + 1$

0	1	2	3
0	2	12	12

find derivative $\quad$ coeffs[3-0]

$i = 0 \quad der(0) = (3-0)\cdot 3 = 9$

coeffr[2]

$i = 1 \quad der(1) = (3-1)\cdot 2 = 4 \quad 1$

θ θέλω αυτό

$i = 3\cdot coef(3)$

$i = 2 \quad der(2) = (3-2)\cdot 1 = 1$

12	12	2	0

der

0	1	2	3
9	4	1	0

αυτό

θέλουμε deg prints

Print for: $i = 3-1$ print der(2)

$i = 3-2$ print der(1)

$i = 0$ print der(0)

print der(0)

print der(1)

print der(2)

$i = 3 \quad der(3) = (3)\cdot 3$ /auto

0	1	4	9	...

$i = 2 \quad der(2) = 2 \cdot 2$

$i = 1 \quad der(1) = 1\,1$

$i = 0 \quad der(0) = 0$

Πως προχωράω;

- Φτιάχνω τις συναρτήσεις με τα δεδομένα του χρήστη
- Βάζω τους περιορισμούς, ε, x_0, δ

  $\varepsilon = 10^{-4} - 10^{-3}$ $x_0 = 0$ ή 1 ότι θα βάλει
- Φτιάχνω την μαθηματική πράξη αρχικά για την $f'(x)$
- Βάζω τους counters στις πράξεις
- Φτιάχνω τις πράξεις με το δεύτερο τρόπο
- Τα πάνω αποτελέσματα
- Βάζω διάφορες παραμέτρους να

Δύο πιθανές διαφορές

• Φ ειαχνω αναφορά

coeffs

0	1	2	3	4	5
12	0	2	6	3	8

i = 0 deriv(0) = 5 · coeffs(5) = 40

i = 1 deriv(1) = 4 coeffs(4) = 12

i = 2 deriv(2) = 3 coeffs(3) = 18

0	1	2	3	4
40	12	18	4	0

Εωσια

Πρέπει να καταλήξωσε

Η Παράγωγος υπολογίζεται μία φορά και μένει ίδια, αλλάζει μόνο το Xn