UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Modelación y Simulación - CC2017

Sección 21

Ing. Luis Alberto Suriano

Laboratorio No. 4

José Pablo Orellana 21970

Diego Alberto Leiva 21752

Gustavo Andrés González 21438

GUATEMALA, 20 de agosto del 2024

Parte 1 - Task 1

Suponga que en un escenario totalmente ficticio existe un virus conocido como el virus T. Se ha descubierto que este existe en el 0.5% de la población, y a la vez se ha desarrollado una prueba que es efectiva detectando el 97% de las veces si una persona está infectada. Pero, esta prueba da un falso positivo el 0.1% de las veces. Considerando esto conteste.

- **Si una persona resulta con una prueba positiva para el virus T, ¿cuál es la probabilidad de realmente tener dicho virus?**
  - **Datos Importantes**

    $Prevalencia\ del\ virus\ (P(T)):\ 0.5\%\ =\ 0.005$
    $Sensibilidad\ de\ la\ prueba\ (P(Positivo|T)):\ 97\%\ =\ 0.97$
    $Falso\ positivo\ (P(Positivo|No\ T)):\ 0.1\%\ =\ 0.001$

    Teorema de Bayes

    $P(T|Positivo)\ = \frac{P(Positivo|T)\cdot P(T)}{P(Positivo)}$

    Para calcular P(Positivo)P(Positivo)P(Positivo), se usa la ley de la probabilidad total

    $P(Positivo)\ =\ P(Positivo|T)\cdot P(T)\ +\ P(Positivo|NoT)\cdot P(NoT)$
    $P(NoT)\ =\ 1\ -\ P(T)\ =\ 0.995.$

    $P(Positivo)\ =\ (0.97\times 0.005)\ +\ (0.001\times 0.995)$
    $P(Positivo)\ =\ (0.00485)\ +\ (0.000995)\ =\ 0.005845$

    Teorema de Bayes de nuevo

    $P(T|Positivo)\ = \frac{97\times 0.005}{0.0058450} \approx \frac{00485}{0.0058450} \approx 0.8296\ =\ 82.96\%$

    La probabilidad de que una persona realmente tenga el virus dado que su prueba resultó positiva es aproximadamente 82.96%.

- **Si un grupo de 5 personas se han tratado de refugiar y para ello han hecho una prueba cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 resulten positivos? Si dado el caso estos tres resulten positivos en la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 tengan el virus?**

- **Primer Pregunta**

    - **X = número de personas que salen positivo.**
    - $P(X = 3) = (\frac{5}{3})\cdot p^3\cdot(1 - p)^2$
    - $p = P(Positivo) = 0.005845$ $(la\ probabilidad\ de\ un\ positivo)$
    - $(5/3)$ $es\ el\ número\ de\ combinaciones\ de\ 3\ éxitos\ en\ 5\ ensayos$
    - $= \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$
    - $P(X = 3) \approx 10\cdot(0.0000002)\cdot(0.988348) = 10\cdot0.000000197 \approx 0.00000197$

    La probabilidad de que 3 de las 5 personas resulten positivas es aproximadamente 0.000197%.

- **Segunda Pregunta**

    - $P(T|Positivo) = 0.8296$
    - $P(al\ menos\ 2\ tengan\ el\ virus) = P(X\geq2|X = 3)$
    - **Lo anterior es igual a** $P(X\geq2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$
    - $P(X = 0) = (03)\cdot(0.8296)0\cdot(0.1704)3 \approx 0.00494$
    - $P(X = 1) = (13)\cdot(0.8296)1\cdot(0.1704)2 \approx 0.0723$
    - $P(X\geq2) \approx 1 - (0.00494 + 0.0723) = 1 - 0.07724 \approx 0.9228$

    La probabilidad de que al menos 2 de los 3 que resultaron positivos tengan el virus es aproximadamente 92.28%.