

lab5-task2

August 28, 2024

0.1 Task 2

Su po ngamos
 que
 es
 sim-
 ple
 generar
 vari-
 ables
 aleato-
 rias
 con
 fun-
 ción
 de
 prob-
 a-
 bil-
 i-
 dad
 acu-
 mu-
 lada
 $F_i(x)$
 para
 i
 de
 1
 a
 n .
 Ten-
 emos
 la
 vari-
 able
 aleato-
 ria
 V
 con
 una
 fun-
 ción
 de
 prob-
 a-
 bil-
 i-
 dad
 acumulada:

$$F(x) = \prod_{i=1}^n p_i F_i(x)$$

donde p_i constituye una distribución probabilística.

1. *Describa
2. un algoritmo para generar V^{**} *De-muestre que el algoritmo genera adecuadamente V^{**}

```

**      Hi      nt:**
          Prob-
          a-
          ble-
          mente
          le
          sea
          de
          util-
          i-
          dad
          el
          método
          de
          composición.

```

0.1.1 1. Descripción del Algoritmo para Generar (V)

El método de composición es una técnica común en simulación para generar una variable aleatoria V cuya función de distribución acumulada $F(x)$ es una combinación de otras distribuciones acumuladas $F_i(x)$ ponderadas por probabilidades p_i .

1. **Generación de una variable auxiliar U :**

- Genera una variable aleatoria uniforme U en el intervalo $[0, 1]$.

2. **Selección de la distribución:**

- Divide el intervalo $[0, 1]$ en n subintervalos según las probabilidades p_i .
- Selecciona el subintervalo donde cae U . Si U cae en el intervalo $[P_{i-1}, P_i)$, entonces selecciona la distribución acumulada $F_i(x)$. Aquí, P_i es la suma acumulativa de p_i , es decir:

$$P_i = \sum_{j=1}^i p_j$$

3. **Generación de la variable aleatoria:**

- Una vez seleccionada la distribución $F_i(x)$, genera una variable aleatoria V según esta distribución.

4. **Retornar el valor de V . - - -**

0.1.2 2. Demostración de que el Algoritmo Genera Adecuadamente (V)

Para demostrar que el algoritmo genera adecuadamente V , mostramos que la distribución acumulada $F(x)$ generada por este método es la correcta.

Distribución acumulada $F(x)$:

- Para un valor de x , $F(x) = P(V \leq x)$.
- Esto se puede descomponer como la suma ponderada de las probabilidades de que $V \leq x$ dado que la distribución seleccionada es $F_i(x)$.

$$F(x) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot P(V \leq x \mid F_i(x)) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot F_i(x)$$

Esto coincide con la función de distribución acumulada $F(x)$ definida en este task. Por lo tanto, el algoritmo genera adecuadamente la variable aleatoria V con la distribución acumulada $F(x)$.

[]: