

Lista 2

Gustavo Luís Rodrigues Caldas

9 de dezembro de 2020

Questão 1

Esta é a Questão 2 da lista anterior.

O modelo dinâmico foi feito através da resolução numérica usando o *solver* do MATLAB. A figura abaixo ilustra as variáveis de estado do modelo transiente para faixas de velocidade espacial de interesse.

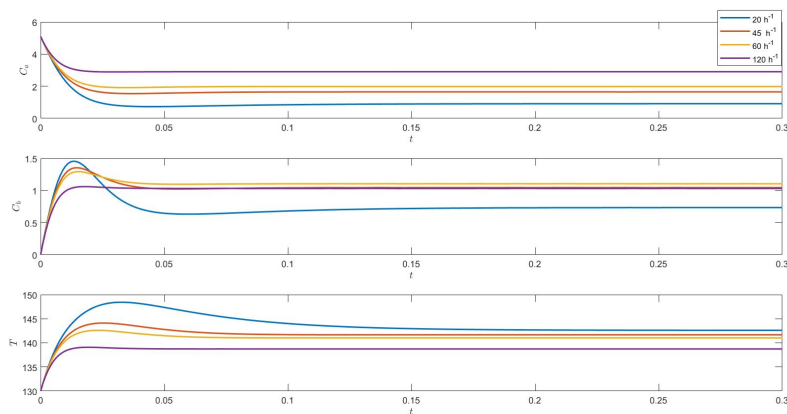


Figura 1: Variáveis de estado do modelo dinâmico do reator de Van de Vusse para uma faixa de velocidades espaciais.

Pode-se inferir que maiores valores de vazão correspondem a maiores valores de C_a no estado estacionário. Para C_b , a recíproca não é verdadeira,

pois a concentração de B aumenta sucessivamente na faixa de vazão até 60 h^{-1} até que entre esse valor e 120 h^{-1} , ocorre uma pequena diminuição. Para a temperatura, ocorre o oposto do primeiro caso, em que maiores vazões implicam em menores temperaturas no reator.

Questão 2

a

O mapeamento estacionário de C_b está ilustrado na figura 2. Verifica-se que nessas condições operacionais ocorre uma inversão do sinal do ganho estacionário entre a concentração de B e a velocidade espacial, passando de positivo para negativo. Este sistema exemplifica o risco potencial caso a estratégia de controle PID fosse adotada, pois o ganho do controlador deve ser de mesmo sinal do processo e ocorrendo a inversão, pode-se levar a uma resposta na direção oposta a que se deseja no que tange ao controle.

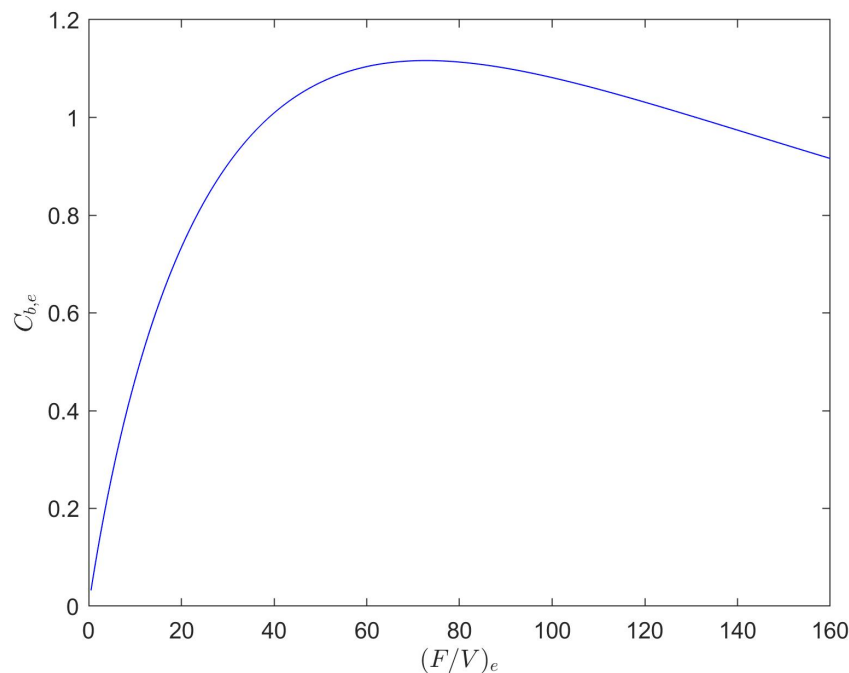


Figura 2: Mapeamento estacionário para C_b na faixa de velocidade espacial de zero a 160 h^{-1} .

b

As funções de transferência foram obtidas a partir da linearização em torno dos estados estacionários (EEs). As linearizações encontram-se no código em MATLAB e no apêndice.

Nesse caso, o modelo é expresso no espaço de estados, que relaciona as saídas com suas respectivas variáveis de estado, variáveis de entrada e distúrbios. No exemplo do reator de Van de Vusse, as variáveis de estado são C_a , C_b e T , pois descrevem o estado ou a configuração do reator. As variáveis de saída são os estados a serem medidos, no caso podem escolhermos qualquer uma das três. Para este caso escolheu-se C_b e T .

Em relação às variáveis de entrada, são variáveis que induzem mudanças no sistema de forma independente, vamos considerar aqui como u variáveis a serem manipuladas e d distúrbios. No caso, u corresponde à vazão de alimentação, ou de forma, indireta à velocidade espacial F/V e ainda, a temperatura na camisa do reator T_K . Os parâmetros são as propriedades do sistema na qual o problema é resolvido matematicamente, no caso, são todos as demais variáveis envolvidas no processo.

O procedimento é como se segue: calcula-se os valores de C_a , C_b e T nos EEs, dessa forma, obtém-se a matriz de estados A , a matriz de entradas B , a matriz que relaciona os estados a saídas C e a matriz de alimentação D , que é um valor nulo. Poder-se-ia obter ainda a matriz que relaciona os parâmetros a saídas Γ , mas não estamos nesse momento interessados em obter as funções de transferência para os distúrbios. A função de transferência é do tipo:

$$G_p = \begin{pmatrix} \frac{C_b}{F/V} & \frac{C_b}{T_k} \\ \frac{T}{F/V} & \frac{T}{T_k} \end{pmatrix} \quad (1)$$

b.1 $u_1 = 20h^{-1}$

$$G_p = \begin{pmatrix} \frac{-0.734s^2 + 240.7s + 5295}{s^3 + 230.3s^2 + 1.438e^4s + 2.498e^5} & \frac{0.02555s - 8.762}{s^3 + 230.3s^2 + 1.438e^4s + 2.498e^5} \\ \frac{-12.6s^2 - 2393s - 6266}{s^3 + 230.3s^2 + 1.438e^4s + 2.498e^5} & \frac{0.03083s^2 + 6.895s + 382.7}{s^3 + 230.3s^2 + 1.438e^4s + 2.498e^5} \end{pmatrix}$$

b.2 $u_1 = 45h^{-1}$

$$G_p = \begin{pmatrix} \frac{-1.045s^2 + 57.45s + 5032}{s^3 + 296.8s^2 + 2.655e^4s + 8.146e^5} & \frac{0.08219s - 7.998}{s^3 + 296.8s^2 + 2.655e^4s + 8.146e^5} \\ \frac{-11.67s^2 - 2305s - 3.476e^4}{s^3 + 296.8s^2 + 2.655e^4s + 8.146e^5} & \frac{0.03083s^2 + 8.596s + 591.1}{s^3 + 296.8s^2 + 2.655e^4s + 8.146e^5} \end{pmatrix}$$

b.3 $u_1 = 60h^{-1}$

$$G_p = \begin{pmatrix} \frac{-1.104s^2 - 26.94s + 2701}{s^3 + 334.9s^2 + 3.515e^4s + 1.289e^6} & \frac{0.1162s - 3.98}{s^3 + 334.9s^2 + 3.515e^4s + 1.289e^6} \\ \frac{-11.02s^2 - 2319s - 5.508e^4}{s^3 + 334.9s^2 + 3.515e^4s + 1.289e^6} & \frac{0.03083s^2 + 9.515s + 723.1}{s^3 + 334.9s^2 + 3.515e^4s + 1.289e^6} \end{pmatrix}$$

b.4 $u_1 = 120h^{-1}$

$$G_p = \begin{pmatrix} \frac{-1.031s^2 - 229.1s - 1.241e^4}{s^3 + 489s^2 + 7.973e^4s + 4.507e^6} & \frac{0.2194s + 21.81}{s^3 + 489s^2 + 7.973e^4s + 4.507e^6} \\ \frac{-8.736s^2 - 2550s - 1.475e^5}{s^3 + 489s^2 + 7.973e^4s + 4.507e^6} & \frac{0.03083s^2 + 13s + 1352}{s^3 + 489s^2 + 7.973e^4s + 4.507e^6} \end{pmatrix}$$

Nota-se que o sistema de Van de Vusse possui resposta inversa para G_{p11} e G_{p12} (zeros positivos) à exceção de $u_1 = 120h^{-1}$. A figura 3 ilustra G_{p11} na velocidade espacial de $60 h^{-1}$, quando submetido a um degrau na vazão de $50 h^{-1}$ em $t = 0.1 h$. Para fins de comparação com o modelo dinâmico da questão anterior, a fig. 4 ilustra a mesma situação para o modelo dinâmico depois que este atingiu o estado estacionário (atingiu antes de ser submetido ao degrau).

Nota-se, portanto, que há diferenças: para o modelo linear de função de transferência, o novo EE alcançado é maior que o anterior (linha preta do gráfico), enquanto para o modelo dinâmico, é menor. Essa discrepância entre os modelos é esperada, pois a linearização ocorreu no entorno do primeiro EE, estando distante do ponto e um degrau ao qual o sistema é submetido, correspondente a 50 unidades de vazão.

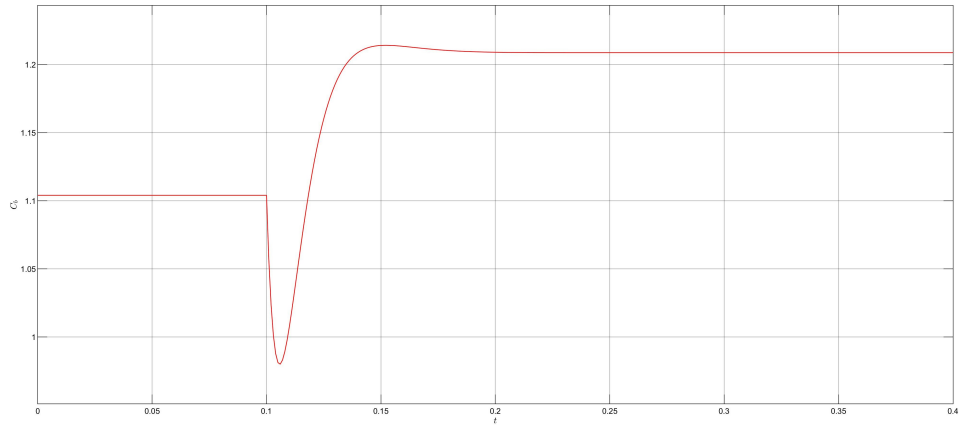


Figura 3: Resposta C_b de um modelo de função de transferência a um degrau de 50 h^{-1} cujo valor inicial correspondia a 60 h^{-1} .

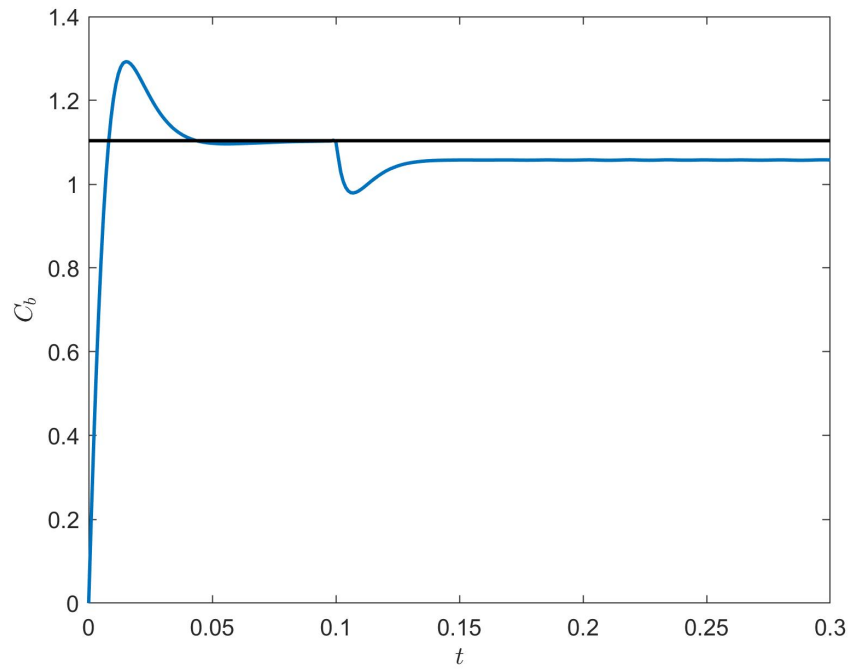


Figura 4: Resposta C_b de um modelo dinâmico a um degrau de 50 h^{-1} cujo valor inicial correspondia a 60 h^{-1} .

c

Os ganhos relativos λ_{11} estão na figura 5.

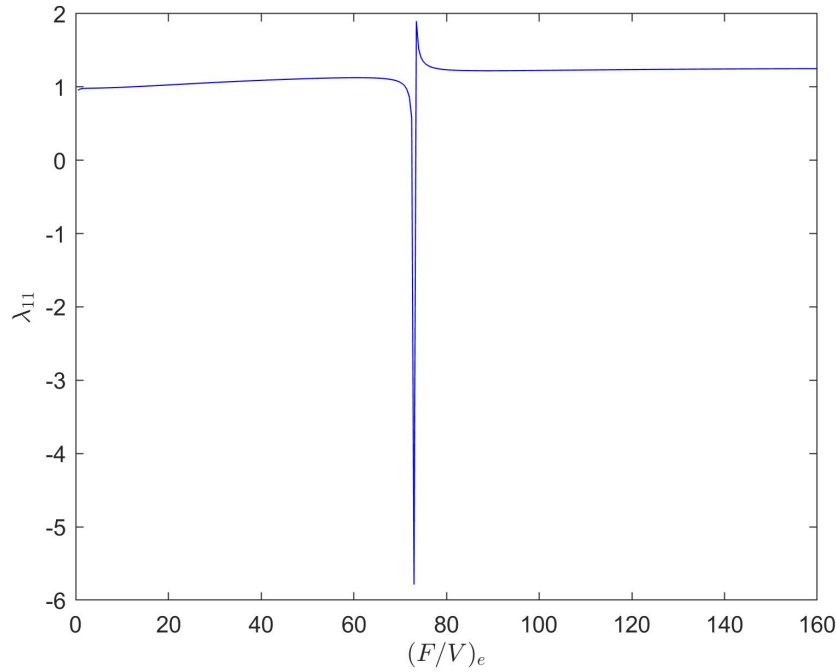


Figura 5: Ganhos relativos de Van de Vusse para C_b como saída e F/V como entrada na faixa de velocidade espacial de zero a 160 h^{-1} .

O ganho próximo a unidade durante toda o intervalo da entrada de zero a 160 h^{-1} sugere que o emparelhamento ótimo é $u_1 - y_1$ e $u_2 - y_2$, ou seja a concentração de B seria controlada a partir da velocidade espacial e a temperatura do reator pela temperatura da camisa (T_k).

O evento de maior risco para o controle ocorre no ponto em que C_b é máximo, nesse ponto, os ganhos relativos para o emparelhamento indicado são negativos. Para ilustrar a situação perigosa, note que para a malha 1 ($u_1 - y_1$), o controlador foi projetado para um ganho em malha fechada positivo (fechado para todas as malhas, exceto a malha 1, que foi mantida aberta), sendo o sinal do controlador igual do processo, ou seja, de ação reversa ($K_c > 0$). Para esse caso, abrir as demais malhas em específico pode levar ao sistema a se desestabilizar pela própria ação do controlador, pois a ação do processo vai em direção oposta ao caso anterior, implicando em ganho

de malha negativo e para contornar a situação, a ação do controlador teria que alterada.

Segundo o critério de Niederlinski, valores positivos do seu índice em sistemas 2x2 é condição necessária e suficiente para o sistema ser estruturalmente estável. O índice de Niederlinski está ilustrado na figura 6. Para o sistema $u_1 - y_1$ e $u_2 - y_2$, ele é estruturalmente estável para toda a faixa de estudo, exceto para o ponto em que C_b é máximo (em torno de 73.5 h^{-1}), pois retorna um índice negativo. Conforme o critério de Bristol já havia antecipado, o RGA corresponde a valores negativos nesse ponto. Portanto, a análise de Bristol e Niederlinski é equivalente para sistemas 2x2.

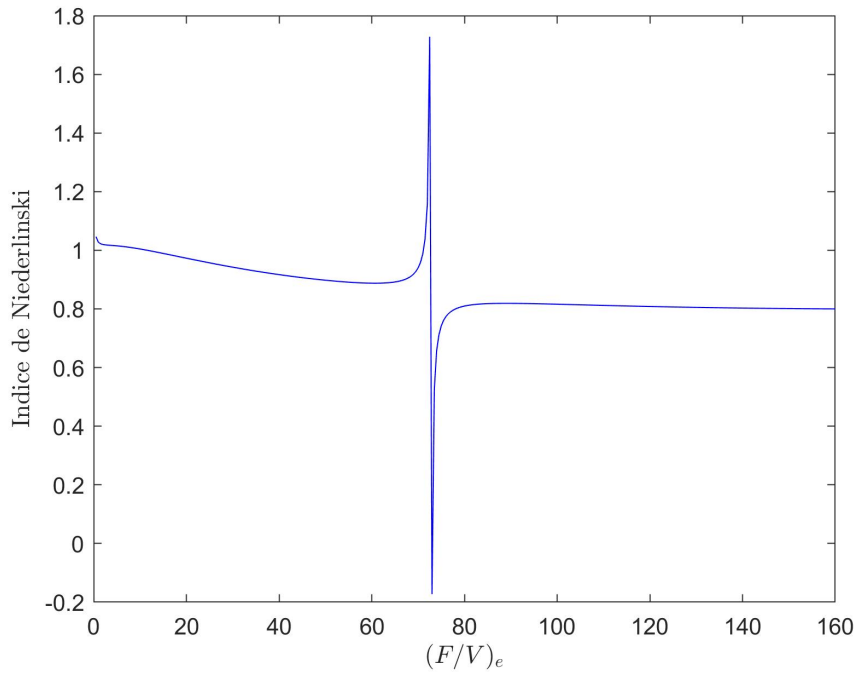


Figura 6: Índice de Niederlinski para o sistema reator de Van de Vusse considerando emparelhamento 1-1 e 2-2 na faixa de velocidade espacial de zero a 160 h^{-1} .