SEL-0339 Introdução à Visão Computacional

Aula 3

Processamento Espacial: Transformações por vizinhança

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira
Prof. Dr. Adilson Gonzaga

Processamento Espacial

- Transformações ponto a ponto
  - Histograma
  - Transformações lineares
  - Transformações não-lineares
- Transformações por vizinhança
  - Convolução
  - Filtros lineares
  - Filtros derivativos – detectores de borda

Operadores Locais (Vizinhança).

Utiliza os valores de intensidade de um certo número de pixels vizinhos (janela) para calcular o novo valor de intensidade na imagem de saída.

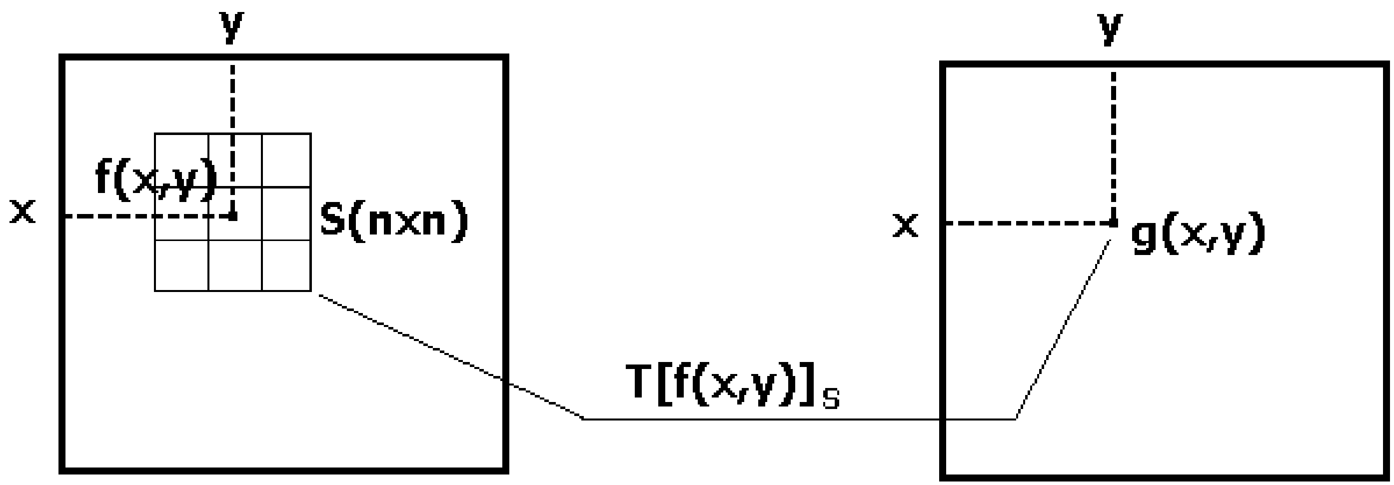
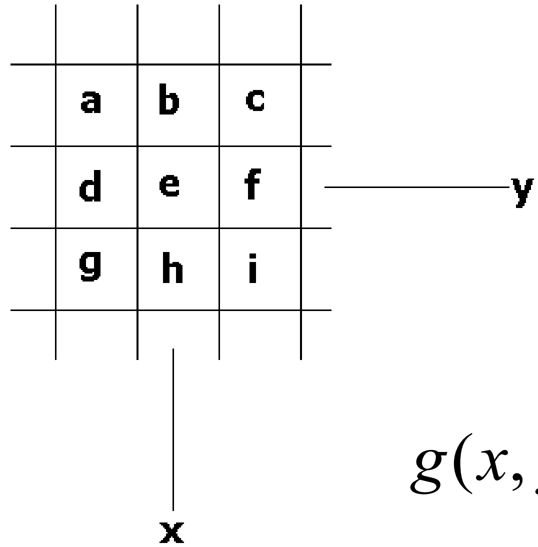


Imagem de Entrada   Imagem de Saída

$T[f(x,y)]_S$ ==> Operação sobre todos os píxels dentro da janela S centrada em f(x,y)

E

Imagem --- f(x,y)



Template
k = 3 x 3 = 9

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$$g(x,y) = \sum_{i=1}^{k} w_i . f(x,y)$$

- (a,b,c,d,e,f,g,h,i) são os valores dos níveis de cinza na mesma vizinhança de f(x,y) = e , comparativamente ao Template.

- (w_1 a w_9) são os "pesos" , ou seja, os valores dos níveis de cinza em cada posição do Template.

O valor do pixel g(x,y) na nova Imagem , na posição (x,y) será dado por:

$$g(x,y) = w_1.a + w_2.b + w_3.c + w_4.d + w_5.e + w_6.f + w_7.g + w_8.h + w_9.i$$

Convenção:

- Máscaras de organização par (2 x 2, 4 x 4 , ...) o resultado é colocado sobre o Primeiro Pixel.

- Máscaras de organização ímpar (3 x 3, 5 x 5, ...) o resultado é colocado sobre o Pixel de Centro.

Convolução e Correlação Cruzada:

- No domínio do espaço, a diferença entre a Convolução e a Correlação Cruzada reside apenas no espelhamento do Template a ser utilizado, que deve ser feito na Convolução.

- Como, em geral, os Templates são simétricos, a equação da Correlação Cruzada tem sido empregada com o nome de Convolução na área de Processamento de Imagens.

Convoluir um Template com uma Imagem equivale à operação:

Espelhamento, Desloca, Multiplica e Soma

Exemplo de máscara simétrica, onde a operação de convolução e de correlação são idênticas:

Template

1	0
0	1

T(i,j)

Imagem Original

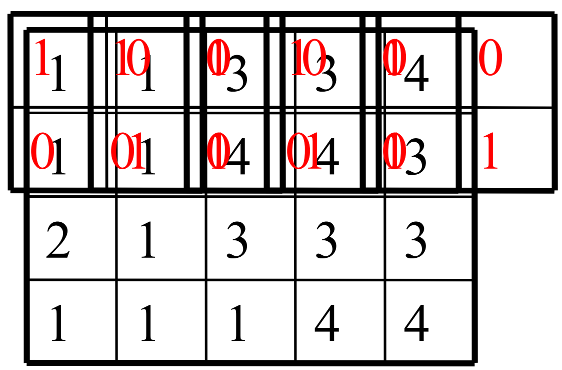
1	1	3	3	4
1	1	4	4	3
2	1	3	3	3
1	1	1	4	4

f(x,y)

Imagem Final

2	5	7	6	*
2	4	7	7	*
3	2	7	7	*
*	*	*	*	*

T(i,j) * f(x,y)



Os valores marcados com * não podem ser calculados.

Solução para os pixels das bordas:

Podem ser usadas cinco soluções:

- Atribuindo valor zero aos resultados não calculáveis;
- Preenchimento da imagem com 0´s ou 1´s (padding), antes do cálculo da imagem final;
- Replicação dos pixels das bordas;
- Espelhamento;
- Convolução periódica;

Exemplo 1: Atribuindo zero aos resultados não calculáveis

Template

1	1	1
0	0	0
1	1	1

Imagem

1	2	3	4	5
0	1	3	4	0
1	1	3	2	0
0	0	4	5	6
1	0	7	8	0

Resultado

0	0	0	0	0
0	11	15	17	0
0	8	17	22	0
0	13	21	20	0
0	0	0	0	0

Primeiro Ponto ==> (1x1) + (1x2) + (1x3) + (0x0) + (0x1) + (0x3) + (1x1) + (1x1) +(1x3) = 11

Exemplo 2: *Padding* com zeros

Centra-se o Template com o primeiro pixel da imagem atribuindo o valor 0 aos valores inexistentes na imagem.

Template

1	1	1
0	0	0
1	1	1

Imagem

1	2	3	4	5
0	1	3	4	0
1	1	3	2	0
0	0	4	5	6
1	0	7	8	0

Resultado

1	4	8	7	4
4	11	15	17	11
1	8	17	22	15
3	13	21	20	10
0	4	9	15	11

Primeiro Ponto ==> (1x0) + (1x0) + (1x0) + (0x0) + (0x1) + (0x2) + (1x0) + (1x0) +(1x1) = 1

Exemplo 3: Convolução Periódica

O Template é deslocado sobre todos os pixels da imagem original como se esta fosse adjacente em suas extremidades.

Template

1	1	1
0	0	0
1	1	1

Imagem

1	2	3	4	5
0	1	3	4	0
1	1	3	2	0
0	0	4	5	6
1	0	7	8	0

Resultado

2	12	23	22	13
10	11	15	17	13
7	8	17	22	15
3	13	21	20	12
14	10	18	27	21

Primeiro Ponto ==> (1x0) + (1x1) + (1x0) + (0x5) + (0x1) + (0x2) + (1x0) + (1x0) +(1x1) = 2

Observações:

- O custo computacional da Convolução espacial é alto.

- Se a Imagem é de tamanho M x M e o Template N x N, o número de multiplicações é de $M^2.N^2$

- Ou seja, se a Imagem é de 512 x 512 e o Template é de 16 x 16 , são necessárias 67.108.864 multiplicações.

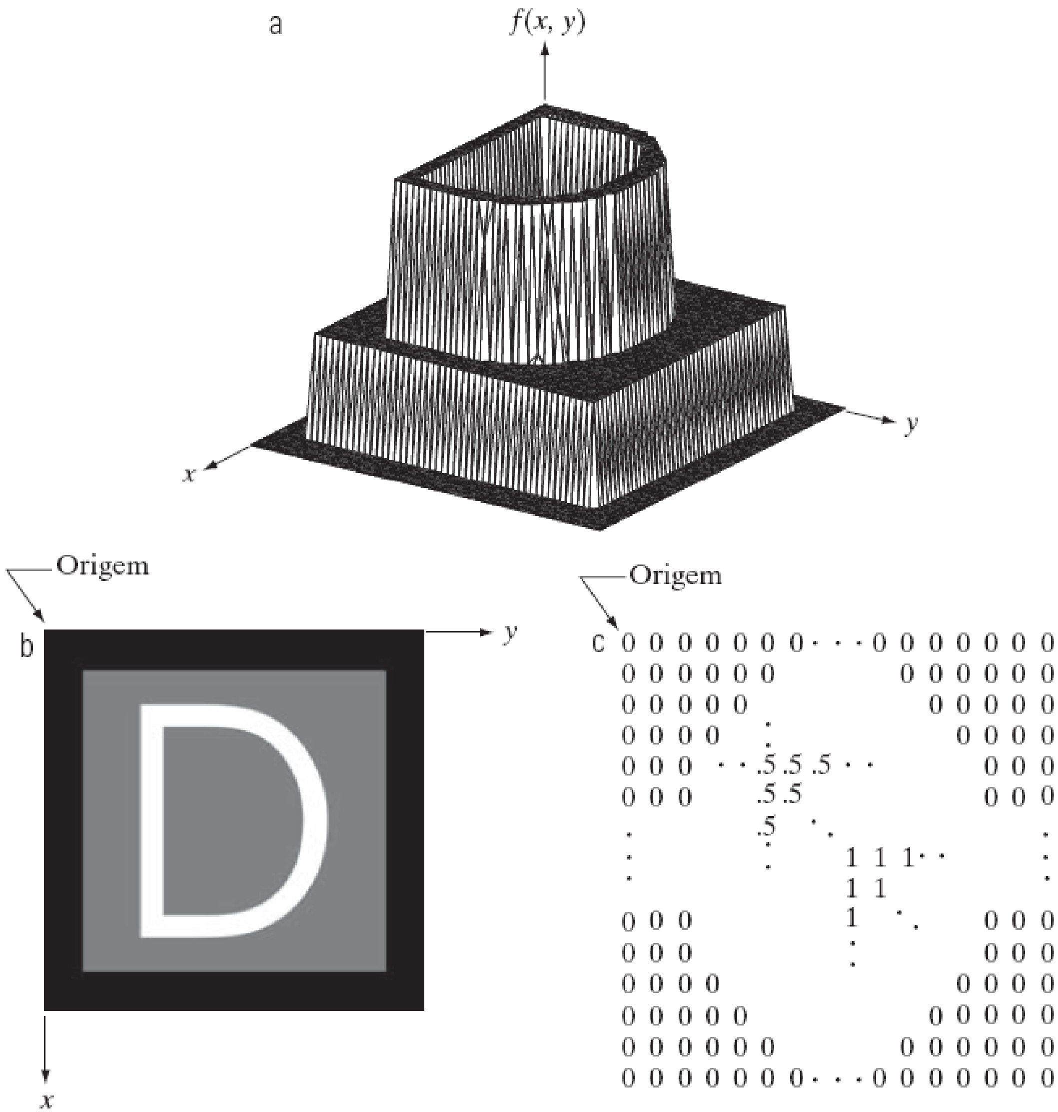
- A alternativa é transformar a Imagem e o Template para o domínio da frequência (Fourier) e multiplicar elemento a elemento.

- A transformação só é justificável se o Template for maior que 32 x 32 , devido ao custo da Transformada de Fourier.

Filtragem Espacial

- Filtros Passa-Baixa
- Filtros Passa-Alta
- Filtros Derivativos

Representação de uma Imagem como Superfície Isométrica



Filtragem Espacial: Passa Baixa

- Uma das aplicações da Convolução espacial de uma Imagem com Templates é a Suavização (Smoothing) ou Filtragem Passa Baixa.

- Um filtro espacial Passa Baixa é implementado através de uma Máscara que realiza a Média da Vizinhança.

- Uma Máscara de Média é tal que seus pesos são positivos e a soma é igual a 1.

  - Exemplos de algumas Máscaras de Filtros Passa Baixa:

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{32}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo de Média da Vizinhança.

f(x,y)

20	30	24	34	60	80	89	90	12	00
23	24	56	67	88	99	00	00	00	00
12	23	35	65	66	77	88	99	00	00
11	22	99	99	99	99	99	98	88	88
12	12	12	22	22	44	55	65	77	88
11	44	55	76	87	55	66	33	33	33
12	33	44	55	66	77	88	00	00	00

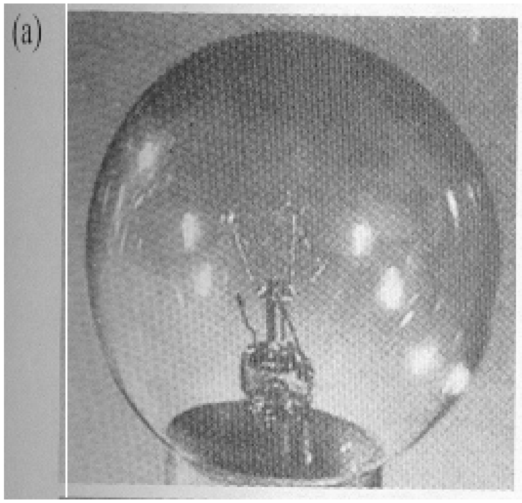
g(x,y)

	25	40							

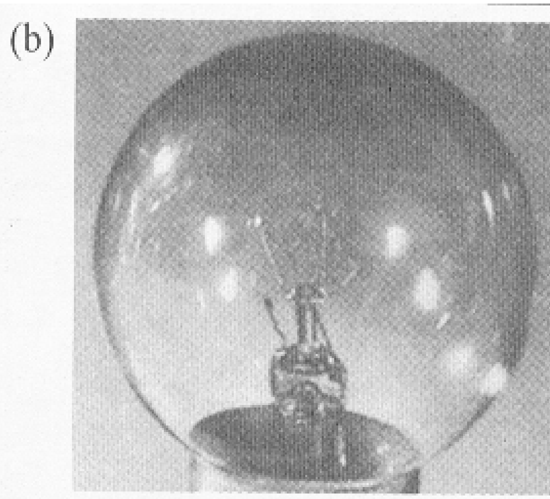
$$g(0,0) = (20 + 30 + 24 + 23 + 24 + 56 + 12 + 23 + 35) / 9 = 24{,}77$$

$$g(0,1) = (30 + 24 + 34 + 24 + 56 + 67 + 23 + 35 + 65) / 9 = 39{,}77$$

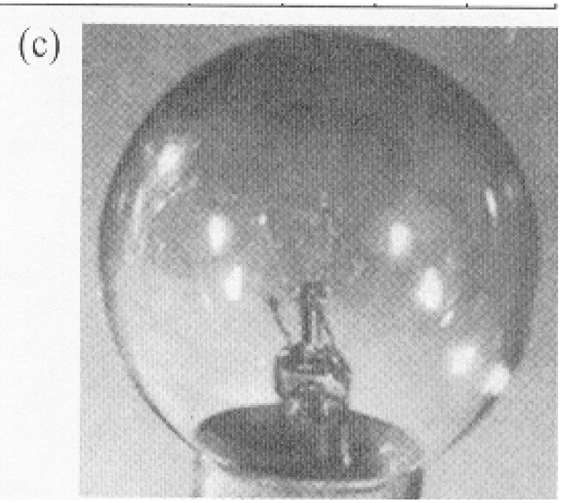
a) Imagem Original



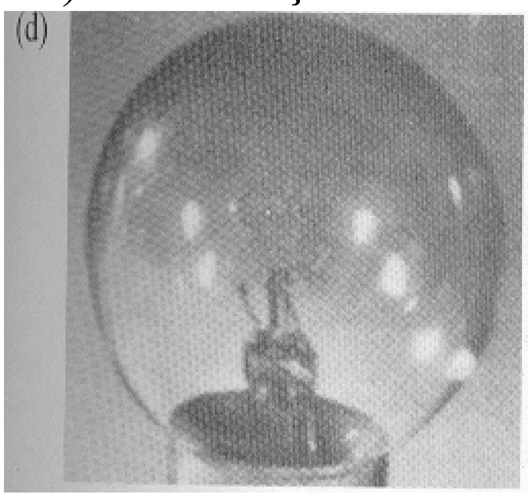
b) Vizinhança 3 x 3



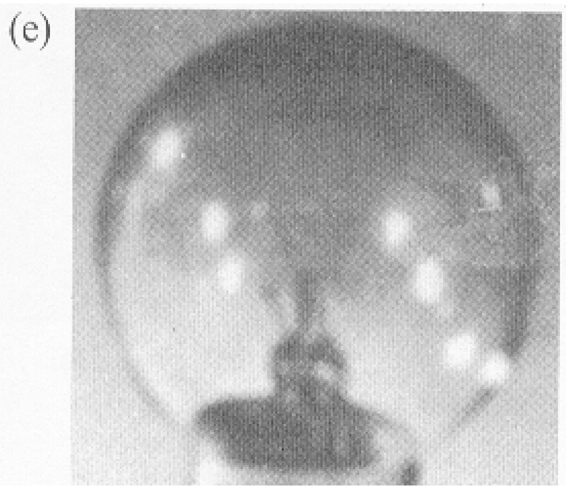
c) Vizinhança 5 x 5



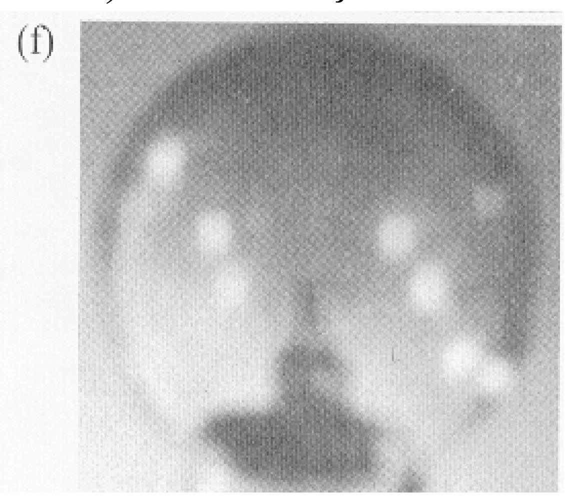
d) Vizinhança 7 x 7



e) Vizinhança 15 x 15



f) Vizinhança 25 x 25



Filtro Passa Baixa – Média da Vizinhança

$$* \ \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$* \ 1/25 \text{ x } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Baixa – Média da Vizinhança

$* \quad 7 \times 7 \quad =$

$* \quad 9 \times 9 \quad =$

Filtragem Mediana:

- ❑ Substitui o nível de cinza de cada pixel pelo nível de cinza mediano em uma vizinhança do pixel.

- ❑ O nível mediano de um conjunto de valores é tal que exista metade dos valores menores e metade dos valores maiores.

Exemplo:

10	**20**	**20**
20	**15**	**20**
20	**25**	**100**

➔

menores maiores

(10,15,20,20,20,20,20,25,100)

Nível mediano

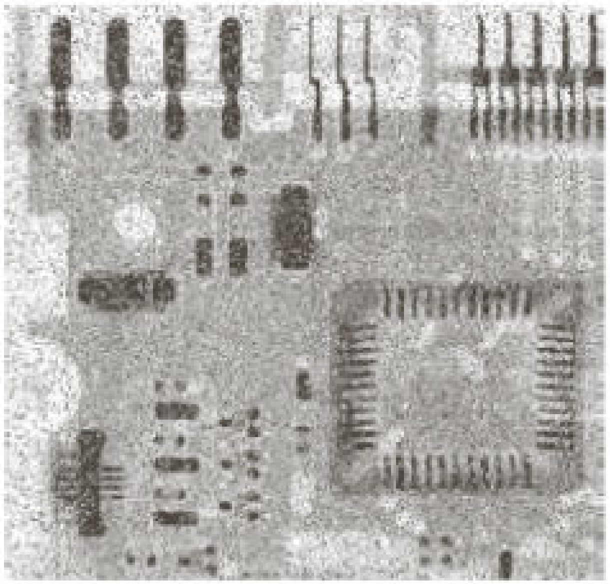
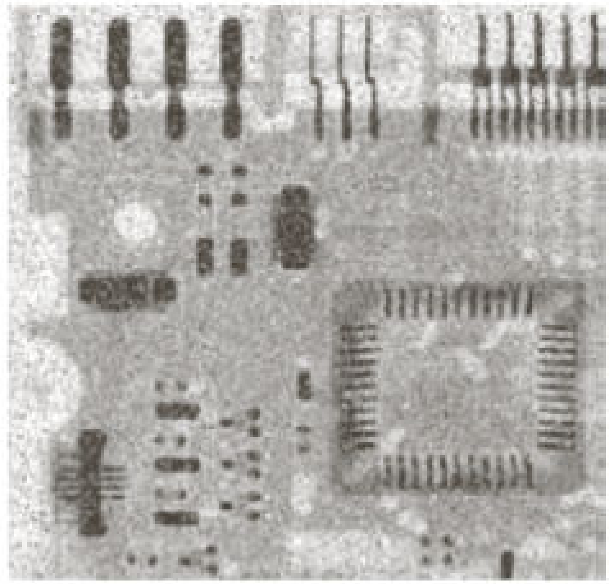
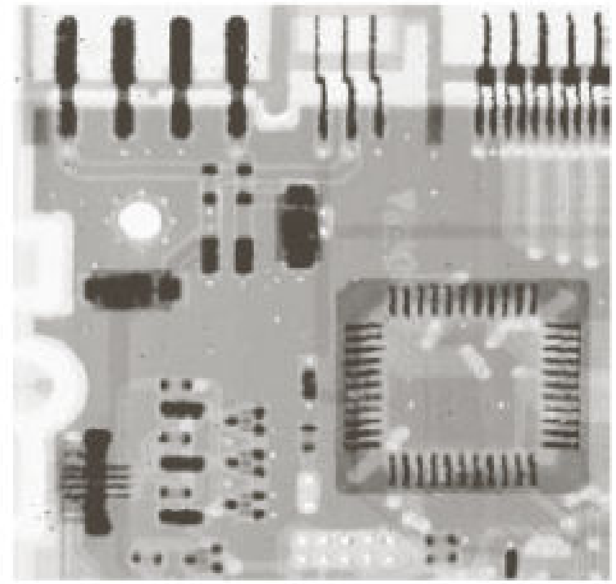


Imagem com ruído



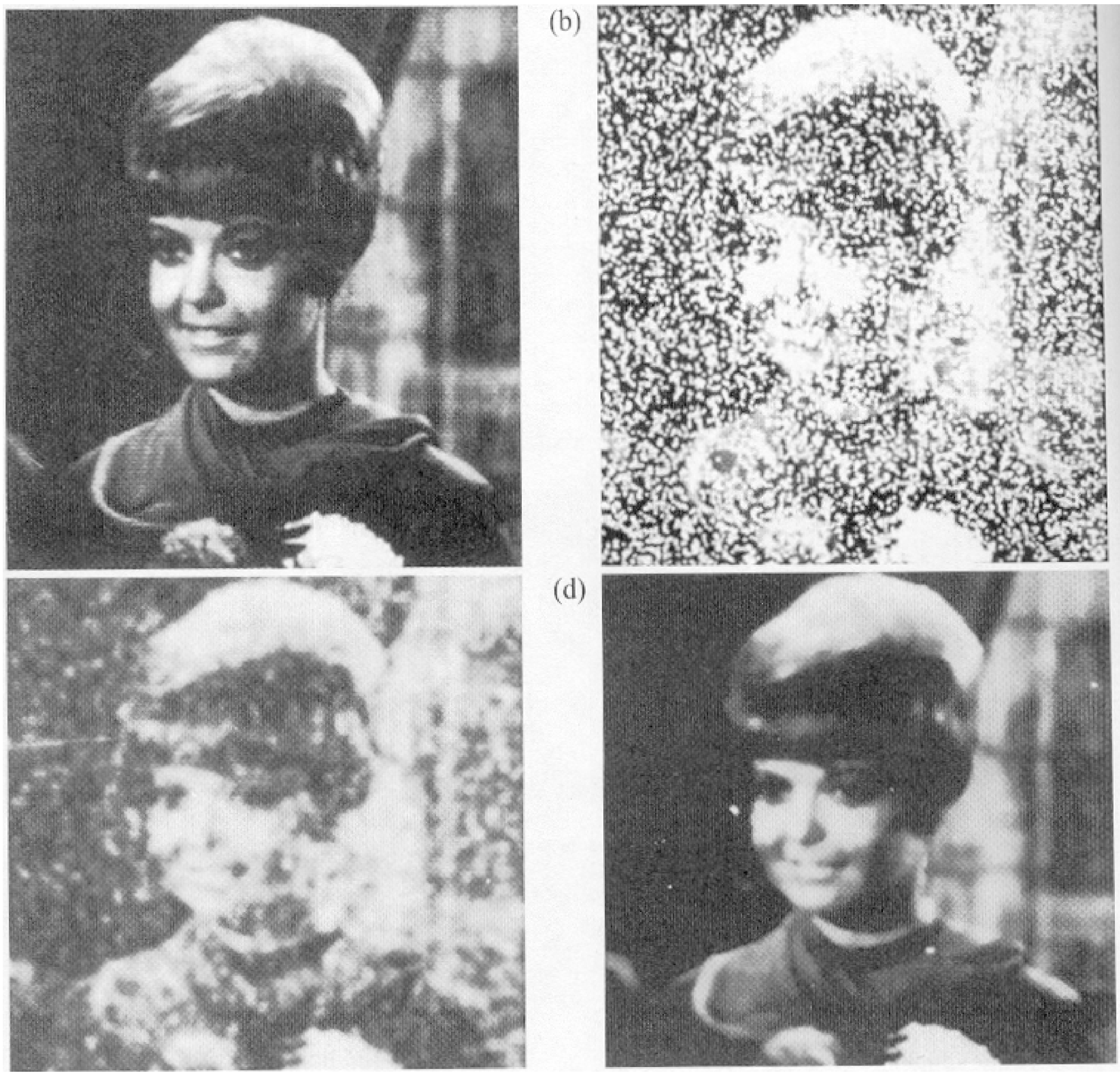
Média da Vizinhança 3 x 3



Filtragem Mediana 3 x 3

a) Imagem Original

b) Imagem com ruído



c) Média da Vizinhança 5 x 5

d) Filtragem Mediana 5 x 5

Adição de Imagens (Média de Imagens)

A soma de duas ou mais imagens só tem sentido quando o objetivo for a média de imagens para atenuação de ruídos.

Seja g(x,y) a imagem f(x,y) com ruído η(x,y) não correlacionado e de média zero em cada coordenada (x,y).

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

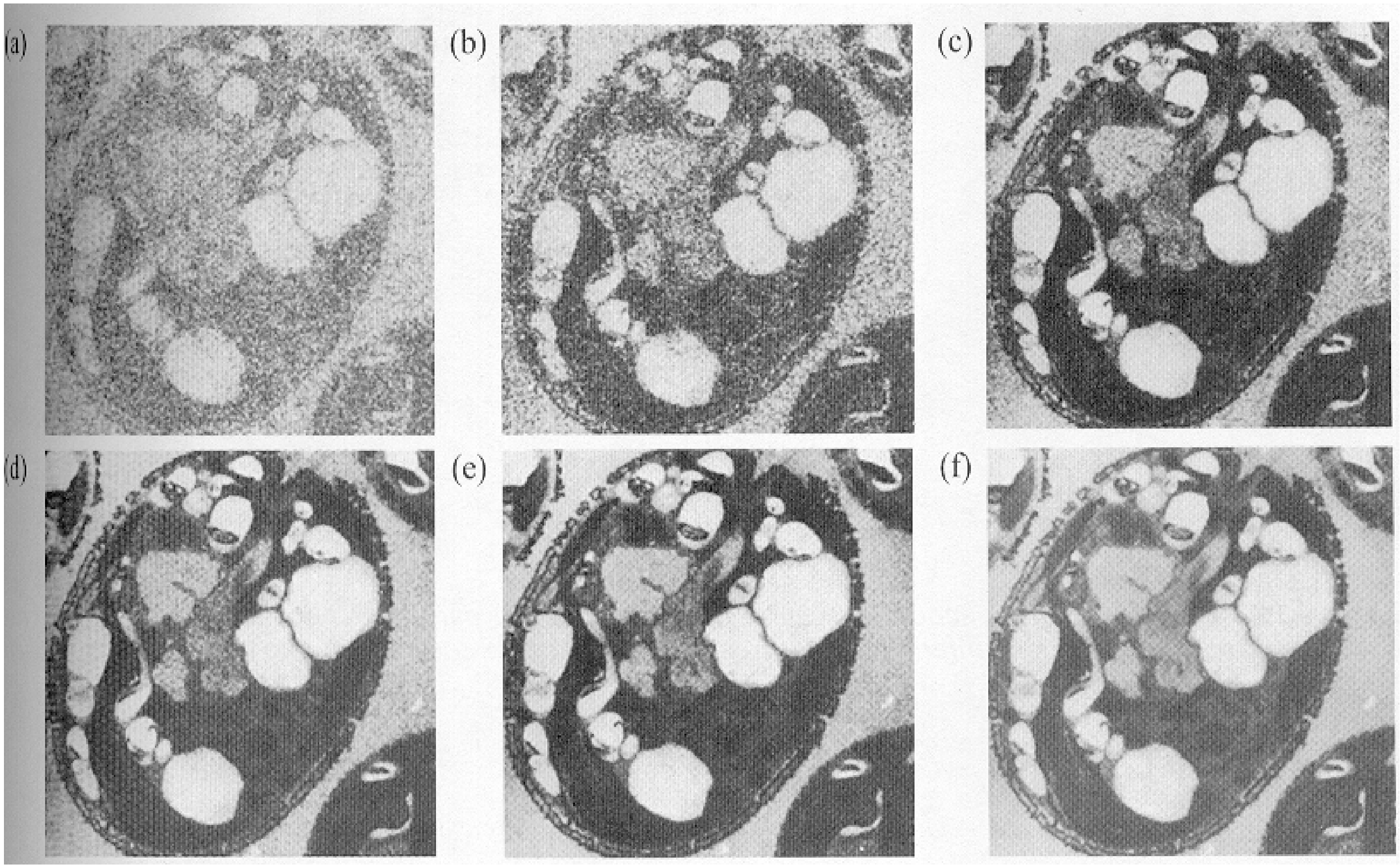
A Média de M imagens g(x,y) será dada por: $\bar{g}(x, y) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} g_i(x, y)$

O Valor Esperado da média será: $E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$

As Variâncias da média e do ruído serão: $\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$

O Desvio Padrão em qualquer ponto da imagem média será: $\sigma_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma_{\eta(x,y)}$

Imagem original (a); Média de 2 (b) ,8(c), 16(d), 32 (e) e 128 (f) imagens ruidosas



Quanto maior for o número de imagens que participarão da soma, menor serão o Desvio Padrão e a Variância da imagem final média, que se aproximará cada vez mais do Valor Esperado = f(x,y)

Filtragem Espacial: Passa Alta

- É chamada de filtro de aguçamento (sharpening) porque detecta na imagem os detalhes finos e mudanças abruptas de níveis de cinza na imagem.

- A Máscara do Filtro Passa Alta deve ter o peso central positivo e os pesos periféricos negativos tal que a soma seja igual a Zero.

Exemplos de Máscaras de Filtros Passa Alta:

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Operador Laplaciano

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

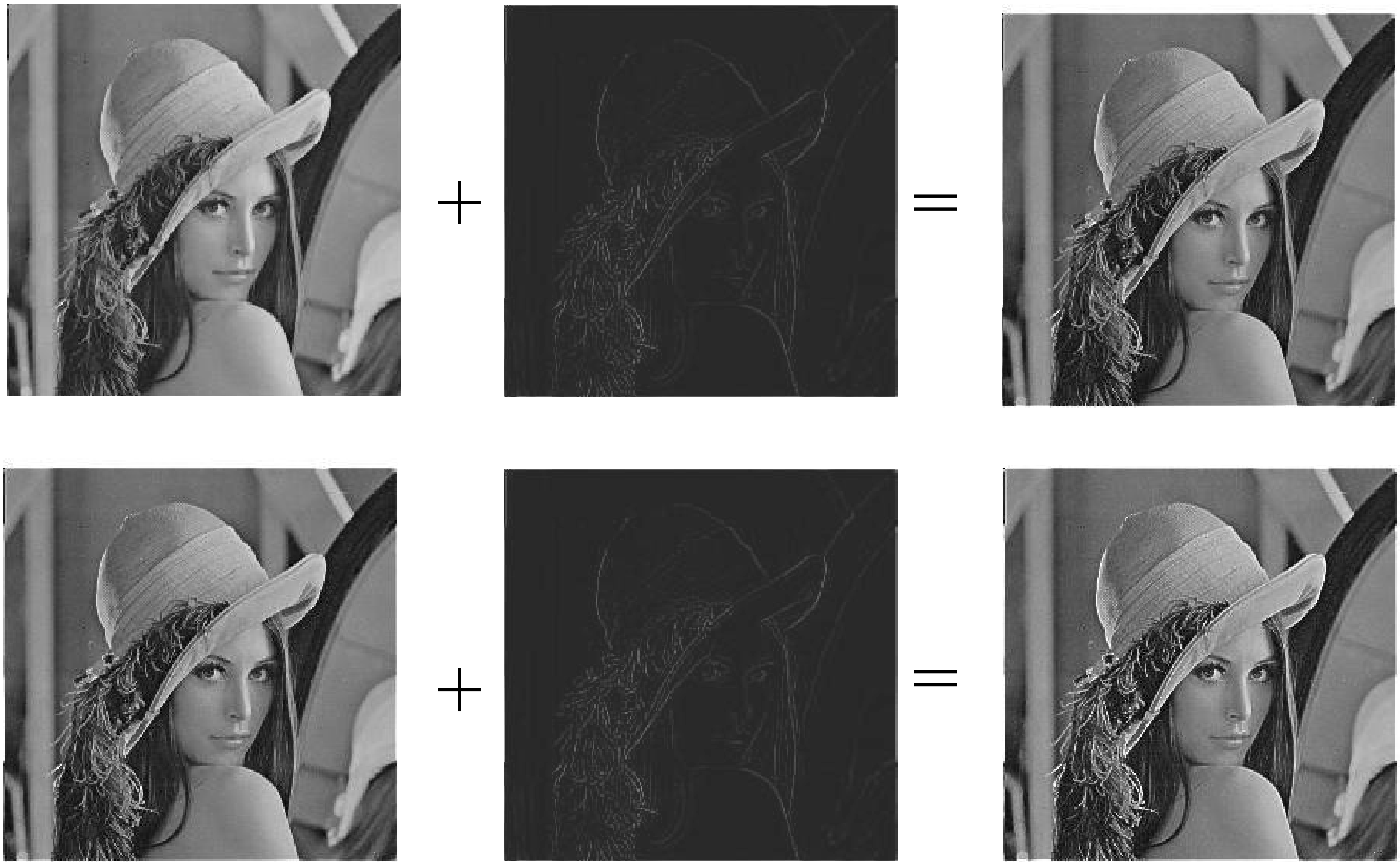
Filtro Passa Alta – Detector de Altas Freqüências

$$* \ \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$255 \ -$$

$$=$$

Filtro High–Boost (Realce de Altas Freqüências)



EESC/USP

Filtro High–Boost (Realce de Altas Freqüências)

$+$

$=$

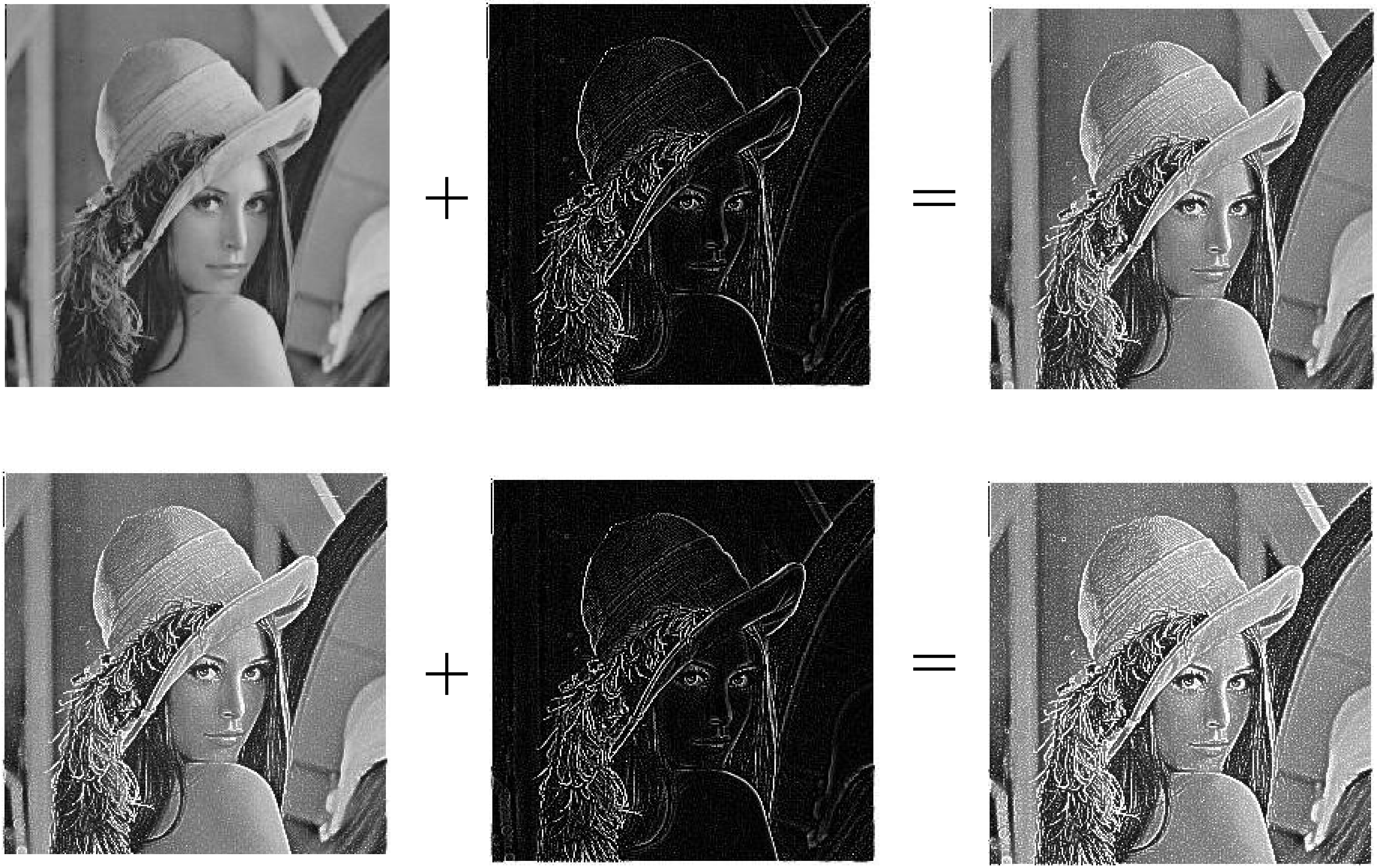
Filtro Passa Alta – Detector de Altas Freqüências

$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$255 \; -$$

$$=$$

Filtro High–Boost (Realce de Altas Freqüências)



Filtro High–Boost (Realce de Altas Freqüências)

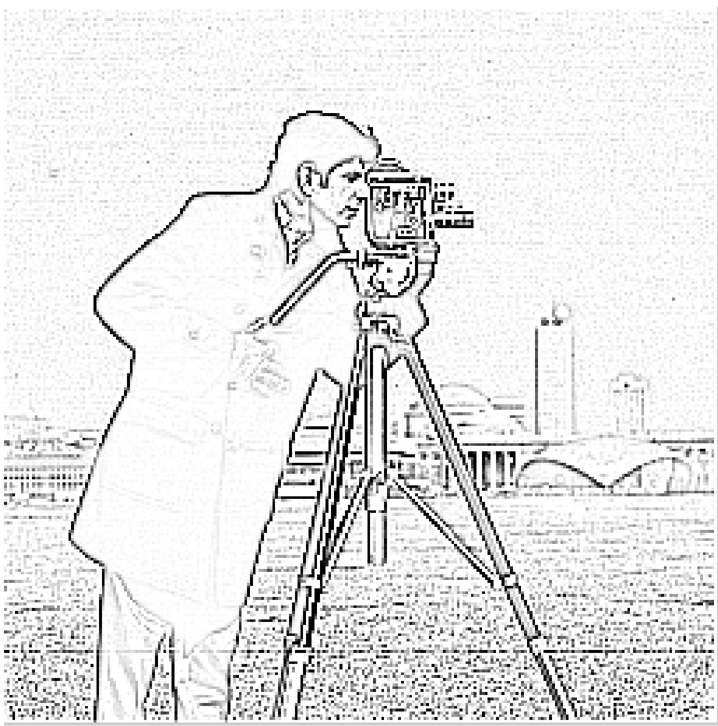
+

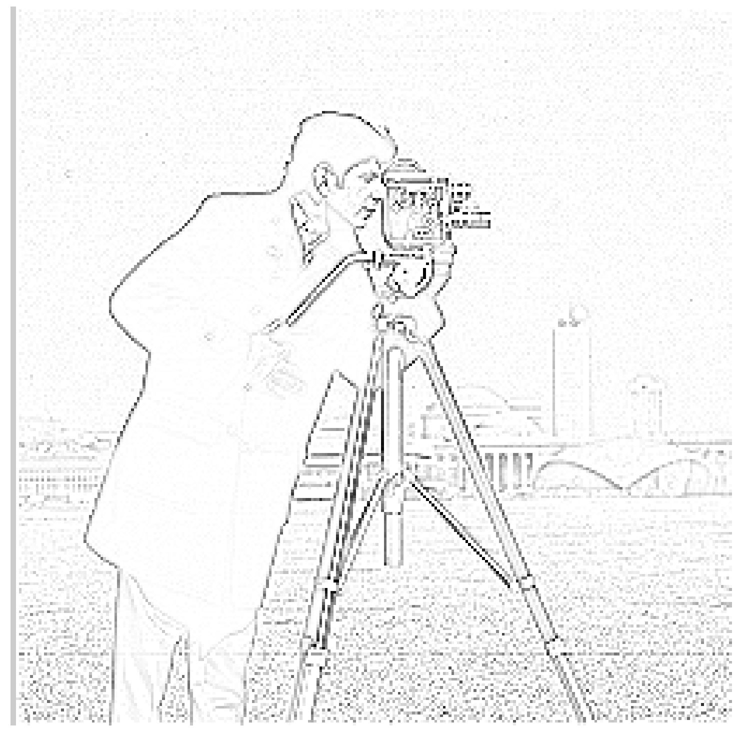
=

Exemplos

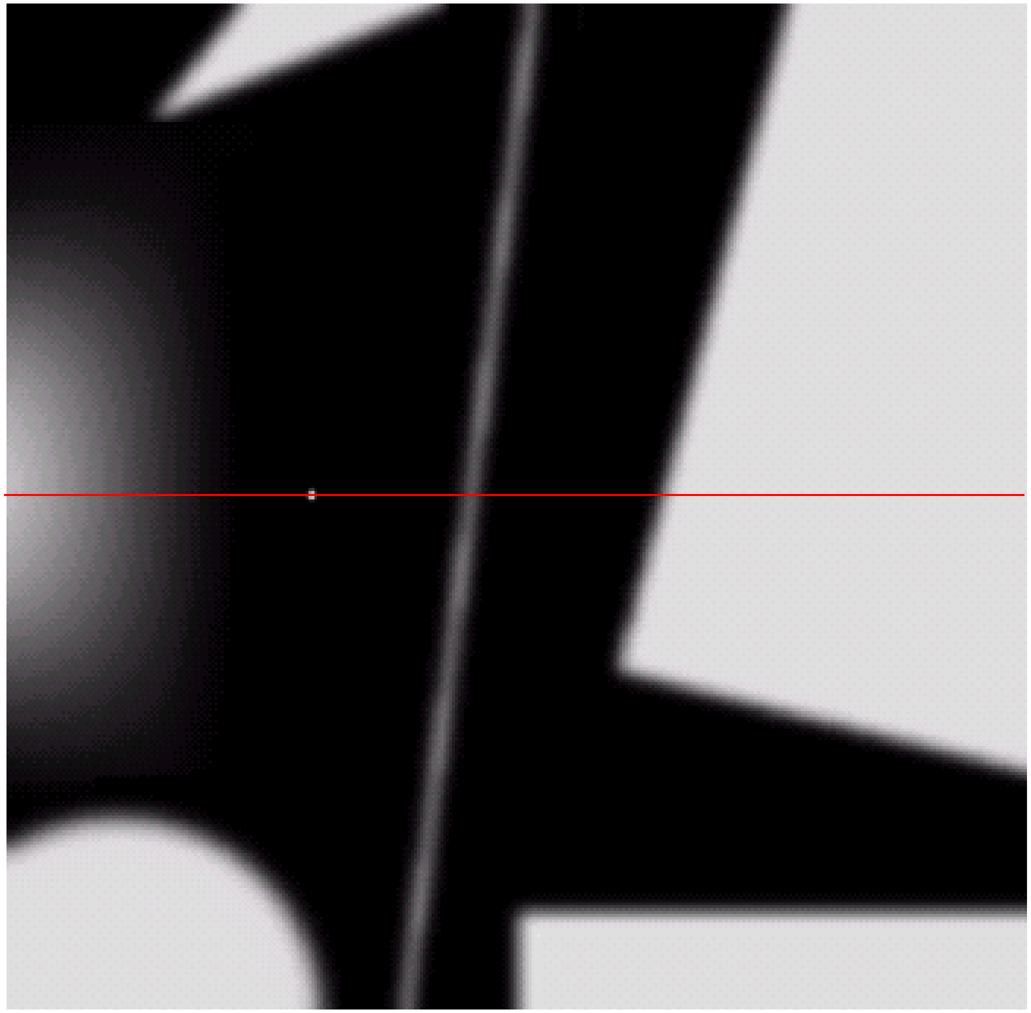
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

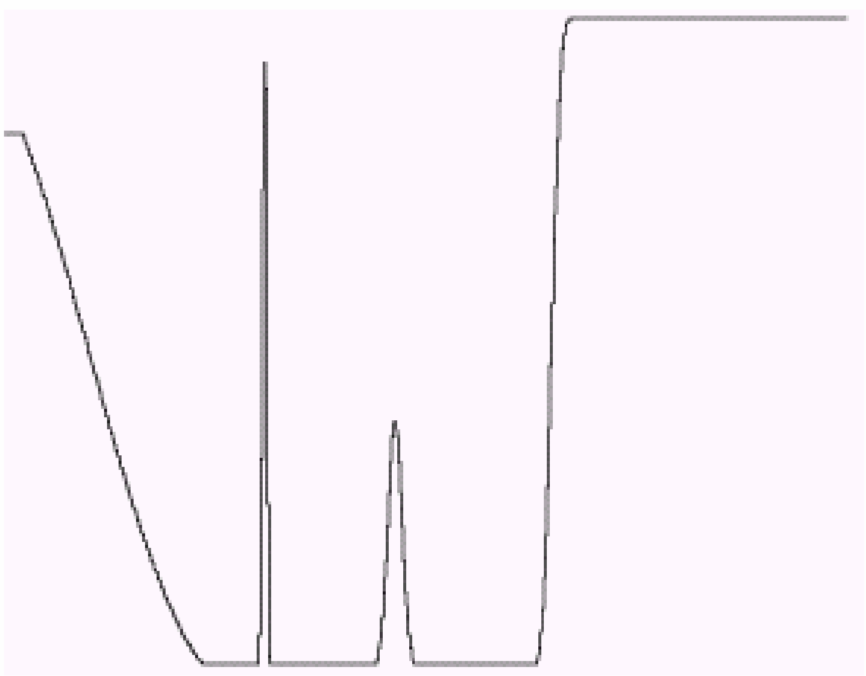
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

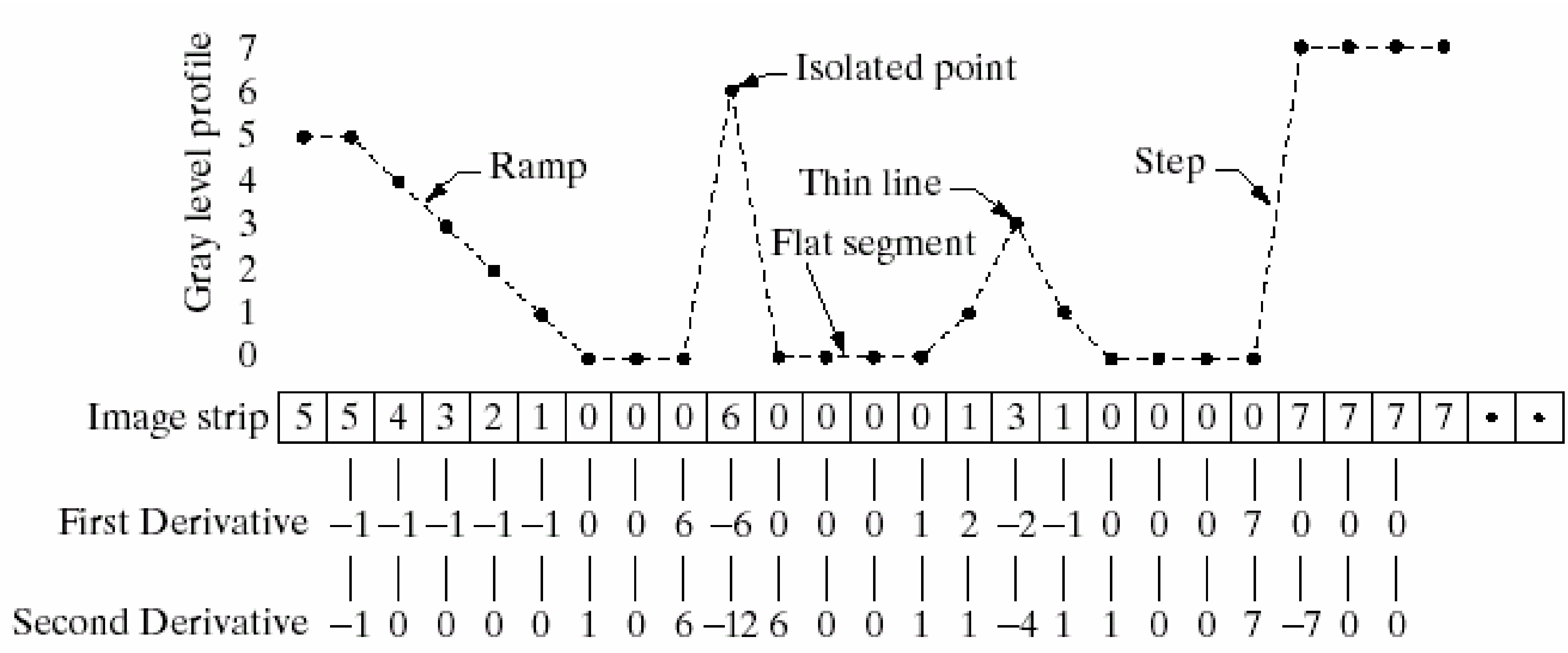




Derivada de uma Imagem






Gray level profile
7
6
5
4
3
2
1
0
Isolated point
Ramp
Thin line
Flat segment
Step
Image strip 5 5 4 3 2 1 0 0 0 6 0 0 0 0 1 3 1 0 0 0 0 7 7 7 7 • •
First Derivative −1 −1 −1 −1 −1 0 0 6 −6 0 0 0 1 2 −2 −1 0 0 0 7 0 0 0
Second Derivative −1 0 0 0 0 1 0 6 −12 6 0 0 1 1 −4 1 1 0 0 7 −7 0 0

Filtragem Espacial: Filtros Derivativos

O operador de diferenciação mais comum é o Gradiente.

$$\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

A Magnitude do Gradiente é dada por:

$$\left|\nabla f(x,y)\right| = \left[\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2\right]^{1/2}$$

Calculando o gradiente

- Ele deve ser aproximado por diferenças, pois f(x,y) é discreta
- Existem várias formas de aproximação

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x} = f(x+1,y) - f(x,y), (\Delta x = 1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} = f(x,y+1) - f(x,y), (\Delta y = 1)$$

Exemplo

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Suponha que queremos aproximar a magnitude do gradiente em z_5

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial x} = z_6 - z_5}$$

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial y} = z_8 - z_5}$$

$$\boxed{mag\big(grad(f)\big) = \sqrt{(z_6 - z_5)^2 + (z_8 - z_5)^2}}$$

Nós podemos implementar $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ usando máscaras

-1	1

-1
1

Filtragem Espacial: Filtros Derivativos

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Alternativamente a magnitude do gradiente pode ser aproximada por:

$$|\nabla f(x,y)| \approx \left[(z_5 - z_9)^2 + (z_6 - z_8)^2\right]^{1/2}$$

Que pode ser implementada Convoluindo-se as Máscaras com a Imagem:

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|\nabla f(x,y)| \approx \left[(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2\right]^{1/2}$$

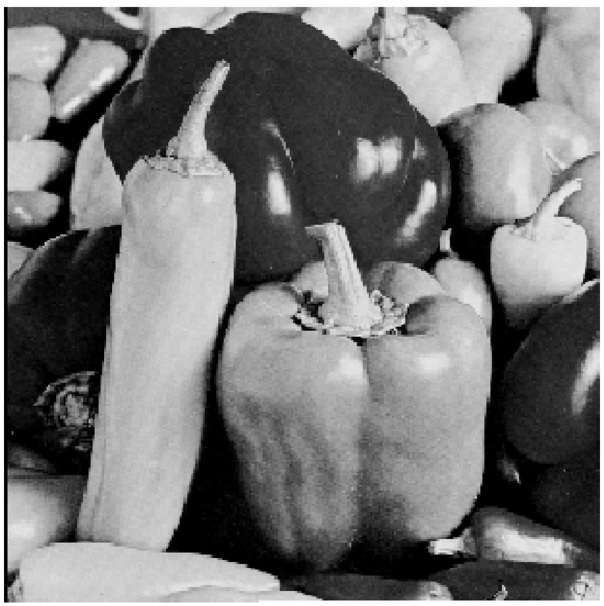
Esta operação é conhecida como Operador Gradiente-Cruzado de Roberts ou simplesmente Detector de Bordas de Roberts.

Exemplo do Detector de Bordas de Roberts (Negativo da imagem final):

Direção do gradiente = direção dos sinais

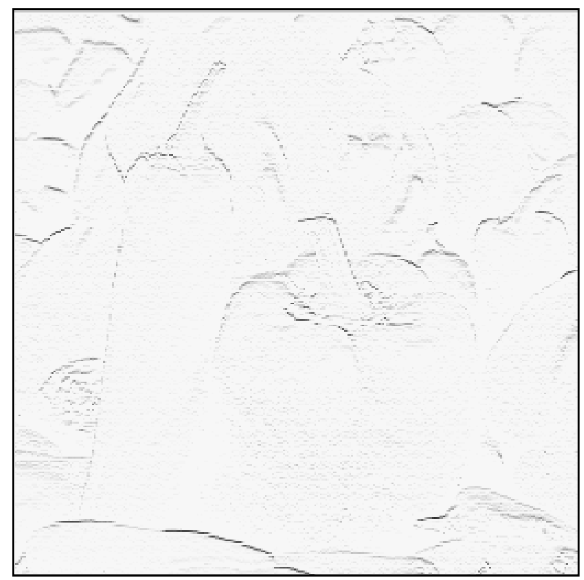
Direção da borda = perpendicular a da matriz

- Correlação cruzada



$$h1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$h2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

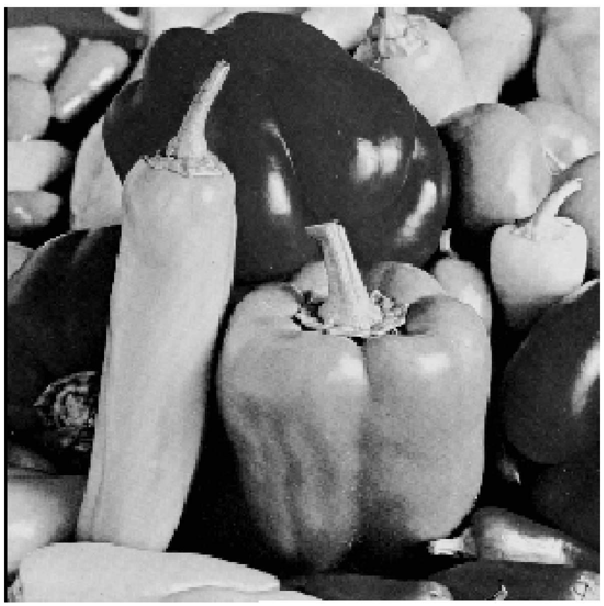


Exemplo do Detector de Bordas de Roberts (Negativo da imagem final):

Direção do gradiente = direção dos sinais

Direção da borda = perpendicular a da matriz

- Convolução



$$h1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

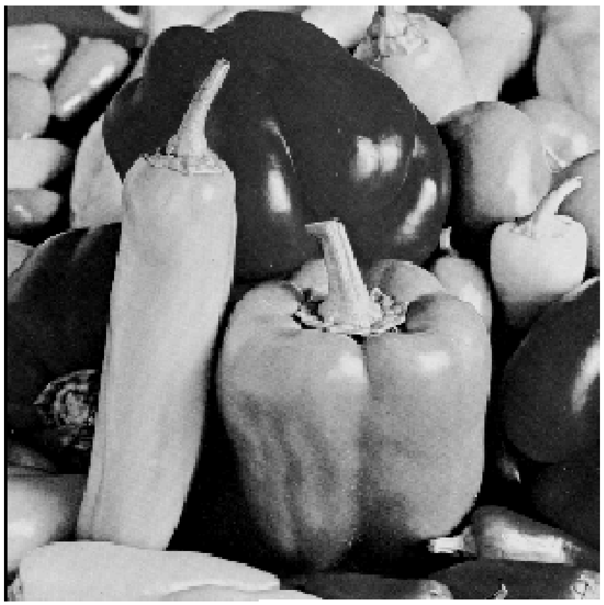
$$h2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo do Detector de Bordas de Roberts (Negativo da imagem final):

Direção do gradiente = direção dos sinais

Direção da borda = perpendicular a da matriz

- Correlação cruzada



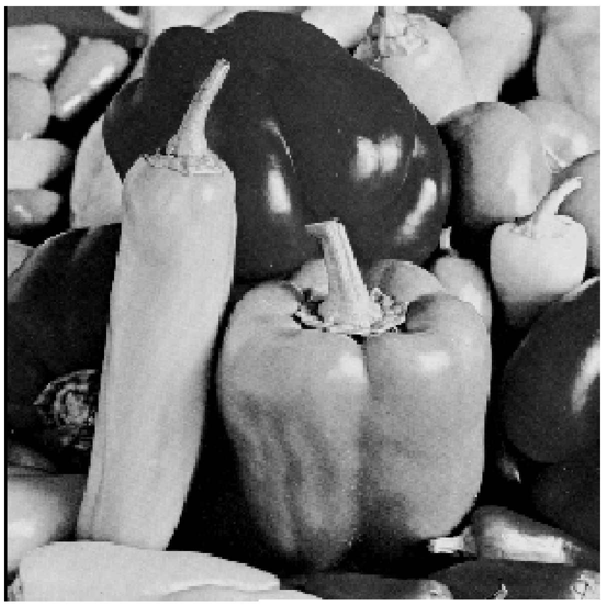
$$h1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$h2 = [1\ -1]$$

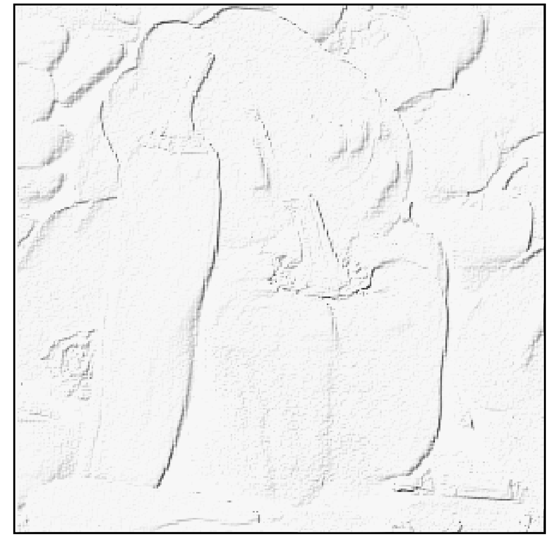
Filtragem Espacial: Filtros Derivativos

Exemplo do Detector de Bordas de Roberts:

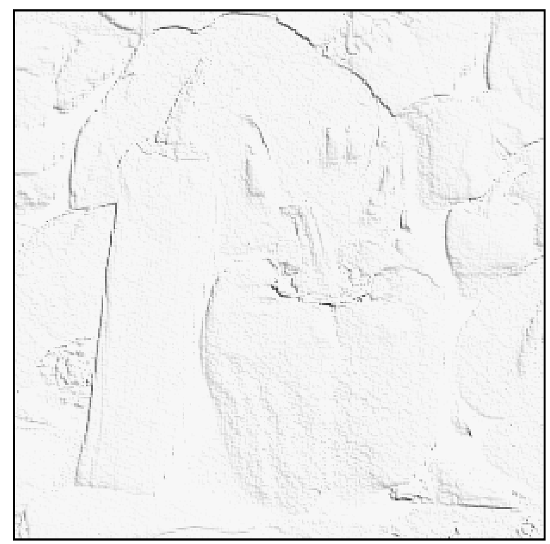
- Correlação cruzada



$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



$$h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Filtragem Espacial: Filtros Derivativos

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Uma melhor aproximação da magnitude do gradiente pode ser obtida por:

$$|\nabla f(x,y)| \approx \left[\left((z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)\right)^2 + \left((z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)\right)^2\right]^{1/2}$$

Que pode ser implementada convoluindo-se as Máscaras h_1 e h_2 com a Imagem f(x,y):

$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad |\nabla f(x,y)| \approx \left[(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2\right]^{1/2}$$

Estas Máscaras são conhecidas como Operador de Prewitt ou Detector de Bordas de Prewitt.

Filtragem Espacial: Filtros Derivativos

Outra aproximação da magnitude do gradiente pode ser:

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

$$|\nabla f(x,y)| \approx \left[((z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3))^2 + ((z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7))^2\right]^{1/2}$$

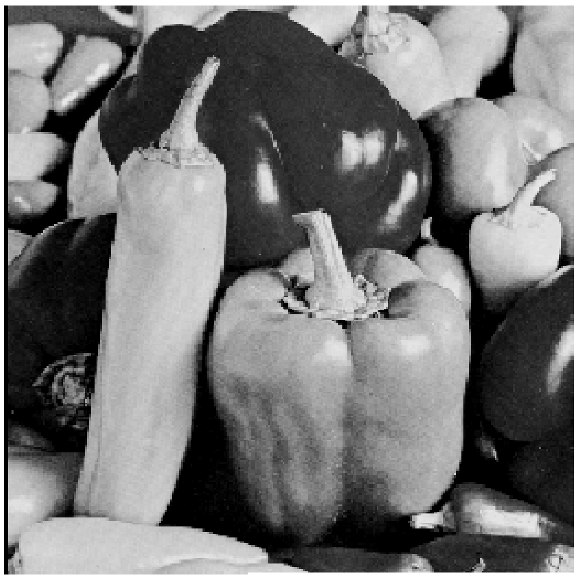
Que pode ser implementada convoluindo-se as Máscaras h_1 e h_2 com a Imagem f(x,y):

$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad |\nabla f(x,y)| \approx \left[(f * h_1)^2 + (f * h_2)^2\right]^{1/2}$$

Estas Máscaras são conhecidas como Operador de Sobel ou Detector de Bordas de Sobel.

Exemplo de detector de Prewitt:

Correlação cruzada

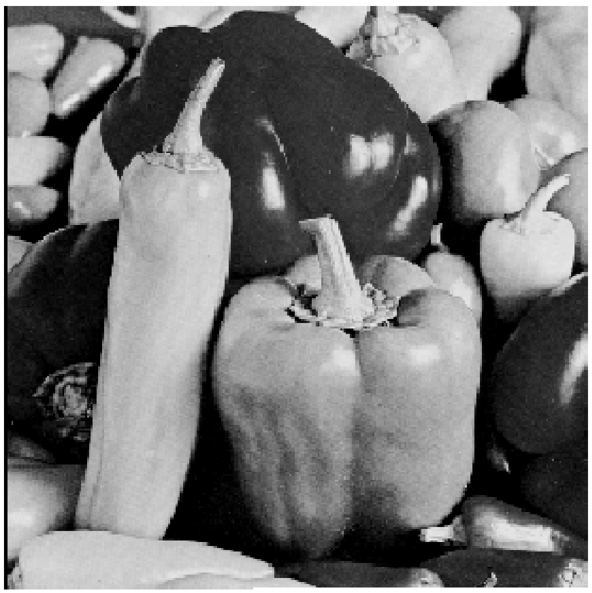


$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo de detector de Sobel:

Correlação cruzada

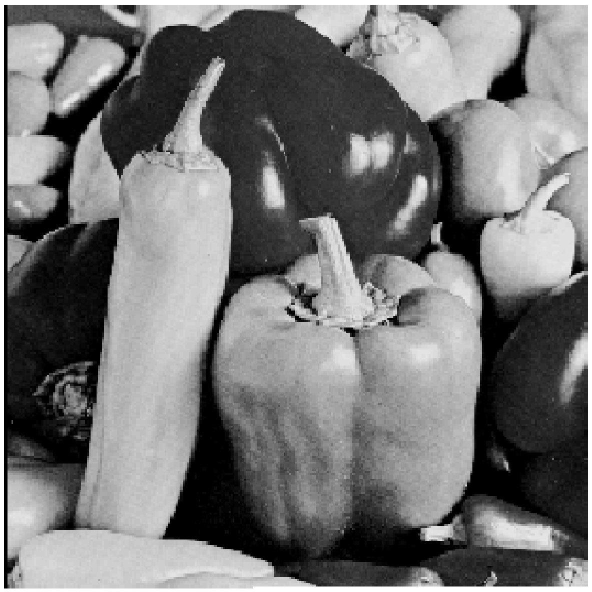


$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplo de detector de Prewitt e Sobel:

Correlação cruzada



$$h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

FIM