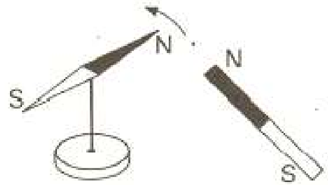
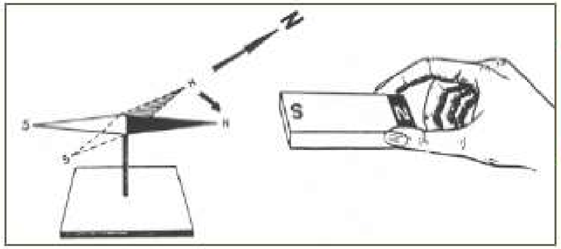
Campo Magnético

Propriedades dos Pólos

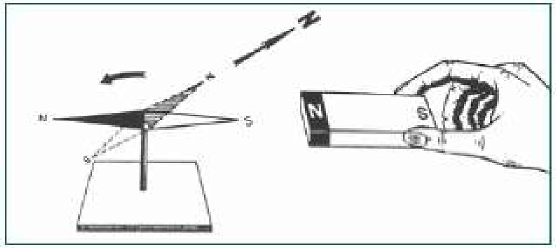


Pólos de nomes contrários atraem-se

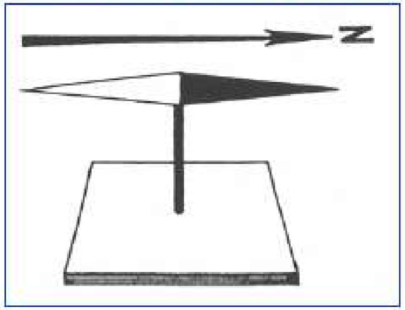
Lei das atracções e repulsões magnéticas

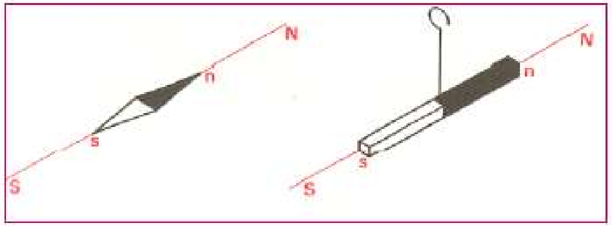


Pólos do mesmo nome repelem-se e pólos de nomes contrários atraem-se



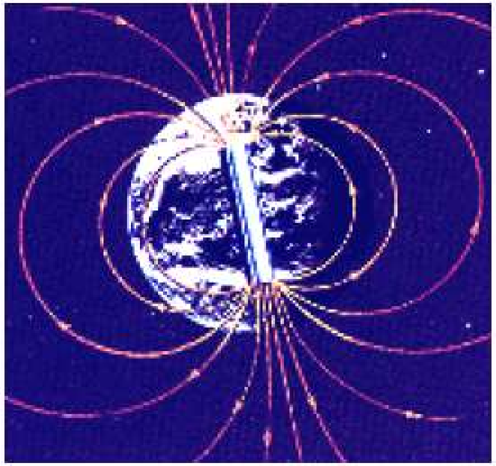
À extremidade da agulha magnética que aponta para o Norte chama-se **Pólo Norte**

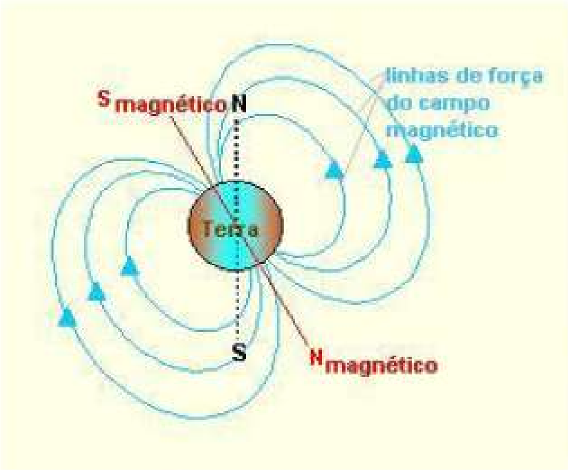


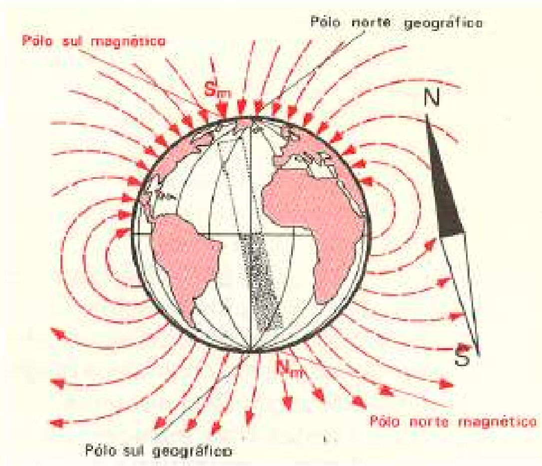


Campo Magnético

Campo Magnético Terrestre



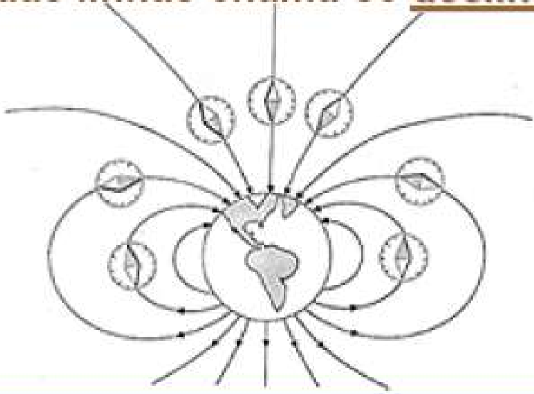




A Terra comporta-se como um grande íma

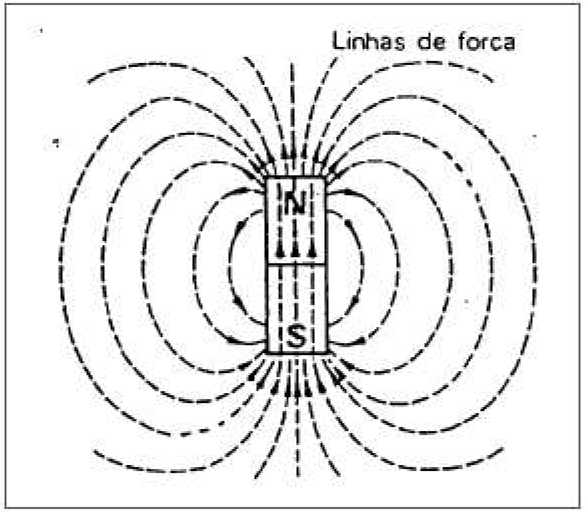
Os pólos magnéticos não coincidem com os geográficos

O ângulo entre estas duas linhas chama-se declinação magnética



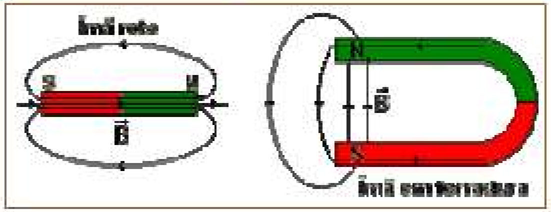
Campo Magnético

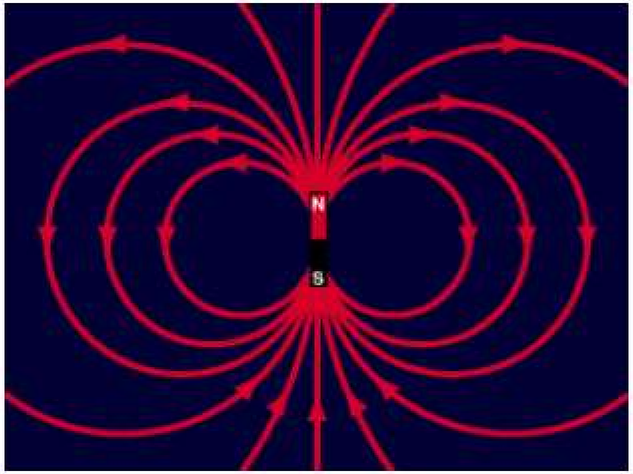
Linhas de Força – Campo Magnético



Linhas de Força

Curvas que tendem a fechar-se (indo de N para S) exteriormente ao íman por limalha de ferro colocada sobre uma folha de papel. O conjunto das linhas chama-se **espectro magnético**.





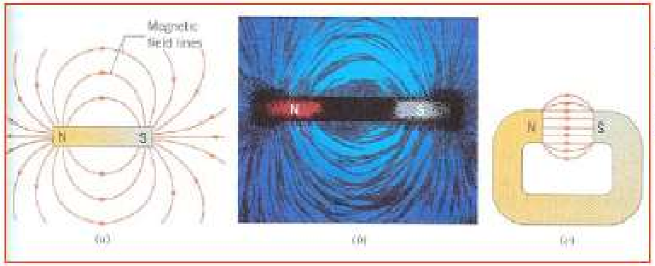
Campo Magnético

Região do espaço onde existem linhas de força, portanto onde se faz sentir as suas acções magnéticas.

Campo Magnético

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad ; \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

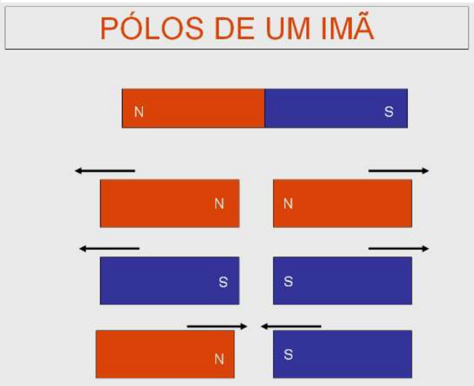
- Vamos definir o **vector campo magnético** $\vec{B}$ num certo ponto do espaço em termos de uma força magnética que seria exercida sobre um corpo de prova



Uma partícula carregada que se desloca com uma velocidade $\vec{v}$

- Admitimos que não existem campos eléctricos $\vec{E}$ ou gravíticos $\vec{g}$ na região onde se encontra a partícula.

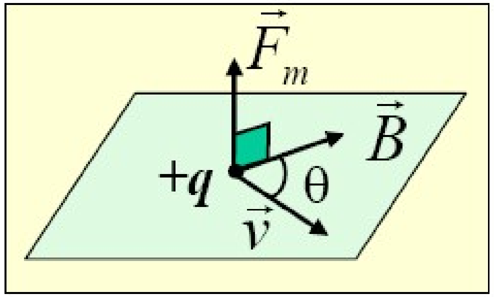
Uma corrente elétrica induz, em um condutor, o surgimento de um campo magnético (imã).



Campo Magnético

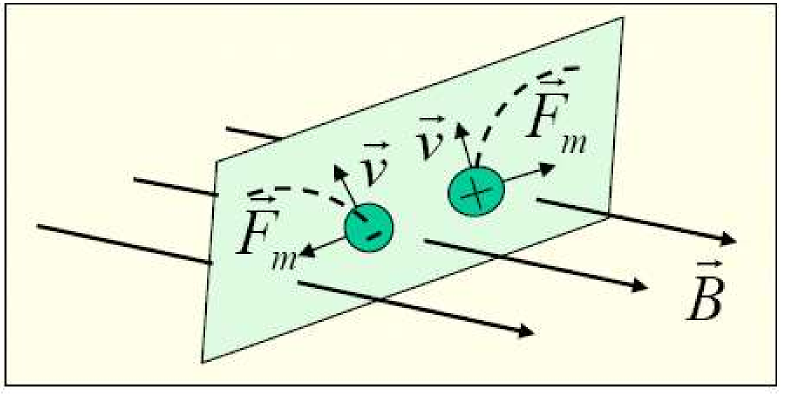
As experiências com o movimento de diversas partículas carregadas num campo magnético levam aos seguintes resultados:

1. $\vec{F}_m \propto q$ e $\vec{F}_m \propto \vec{v}$
2. O módulo $\left|\vec{F}_m\right|$ e a direcção da **força magnética** dependem da velocidade da partícula e do módulo e da direcção do campo magnético.
3. Se uma partícula carregada se move numa direcção paralela ao $\vec{B} \Rightarrow$ a $\vec{F}_m$ sobre a partícula é nula.
4. Quando $\vec{v}$ fizer um ângulo θ com $\vec{B}$, $\vec{F}_m$ actua numa direcção ⊥ a $\vec{v}$ e a $\vec{B}$. $\vec{F}_m$ é ⊥ ao plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{B}$.



Campo Magnético

F_m sobre uma carga (+) está no sentido oposto ao sentido da F_m sobre uma carga (-) que se mova com o mesmo v



6. Quando $\vec{v}$ fizer um ângulo θ com $\vec{B} \Rightarrow \left|\vec{F}_m\right| \propto sen\theta$ **(produto vectorial)**

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B}} \quad (1) \quad \textit{Força Magnética}$$

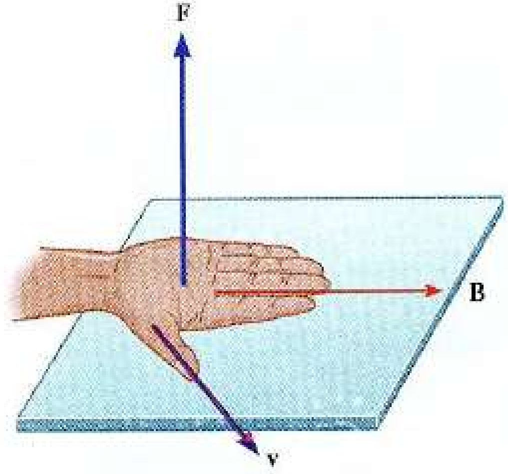
! $\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\perp\vec{v}\ \ e\ \perp\vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m\perp\vec{v}\ \ e\ \perp\vec{B}$; o sentido de $\vec{F}_m$ é a direcção de $\vec{v}\times\vec{B}$ se q for positiva e é a direcção oposta se q for negativa (ver figuras a e b, respectivamente, da página seguinte).

Campo Magnético

! Regra da mão direita para a determinação da direcção do $\vec{v} \times \vec{B}$

Valor da **força magnética** em módulo:

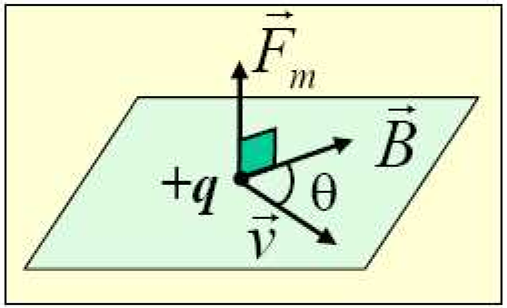
$$\boxed{F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta} \quad (1)$$



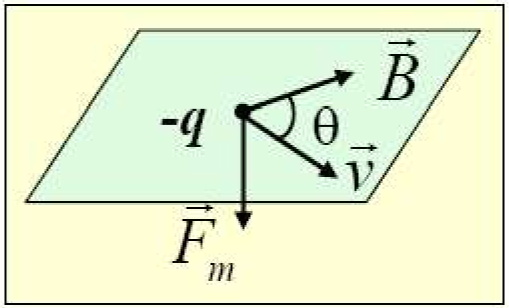
! $F_m = 0$ se $\vec{v} \,//\, \vec{B}$ ($\theta = 0$ ou $180°$)

! $F_m = q\upsilon B$ (valor máximo) se $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\theta = 90°$)

(1) é uma definição operacional do $\vec{B}$ num ponto do espaço: O campo magnético define-se em termos duma força lateral que actua sobre uma partícula carregada.

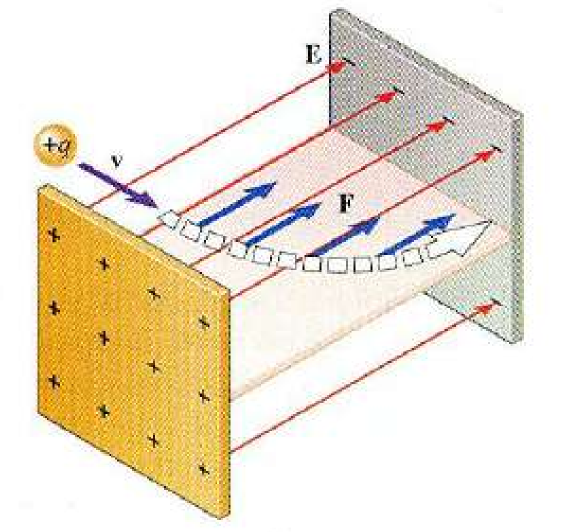


a



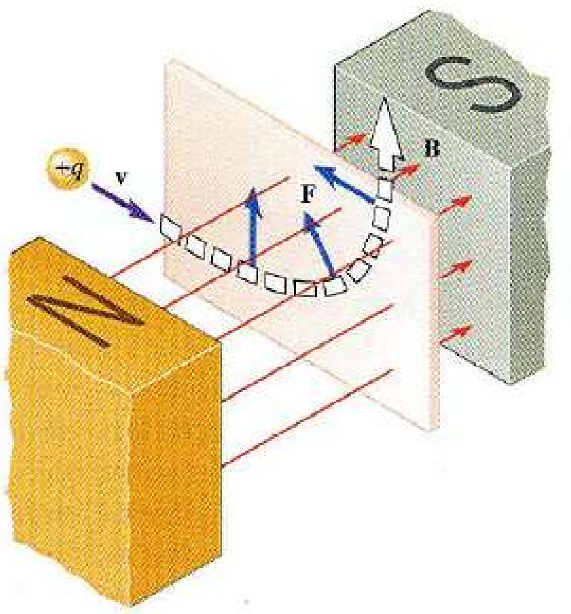
b

Campo Magnético



(a)

(a) A força eléctrica ao actuar numa carga positiva é paralela ao campo eléctrico (**E**) e faz com que a trajectória dessa carga encurve no plano horizontal.



(b)

(b) A força magnética é perpendicular quer ao vector velocidade (**v**) quer ao campo magnético (**B**), fazendo com que a trajectória da partícula encurve no plano vertical.

Campo Magnético

Diferenças importantes entre as forças eléctricas e as magnéticas:

- $\vec{F}_e$ está sempre na direcção do $\vec{E}$; $\vec{F}_m \perp \vec{B}$
- $\vec{F}_e$ actua sobre uma partícula carregada, independentemente da $\vec{v}$ da partícula
- $\vec{F}_m$ actua sobre uma partícula carregada somente se $\vec{v} \neq 0$

$\vec{F}_e$ efectua trabalho ao deslocar uma q, enquanto a $\vec{F}_m$ associada a um $\vec{B}$ permanente, não efectua trabalho quando a partícula é deslocada.

$$\hookrightarrow \quad W = \vec{F}_m \cdot d\vec{s} = \left(\vec{F}_m \cdot \vec{v}\right) d\,t = 0 \qquad \left(\vec{F}_m \perp \vec{v}\right)$$

A energia cinética (K) de uma carga não pode ser alterada por um $\vec{B}$ isolado. Isto é, quando uma carga se deslocar com velocidade **v**, um campo magnético aplicado pode alterar a direcção do vector velocidade mas não o seu módulo.

Campo Magnético

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}} \quad (1)$$

Unidade SI de $\vec{B}$: Weber por metro quadrado (Wb/m^2) também designado Tesla (T).

Eq. (1): Uma carga de 1 C, movendo-se num campo de 1 T, com a velocidade de 1 m/s, $\perp$ ao campo, sofre uma força de 1N.

$$[B] = T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{N}{C \cdot m / s} = \frac{N}{A \cdot m}$$

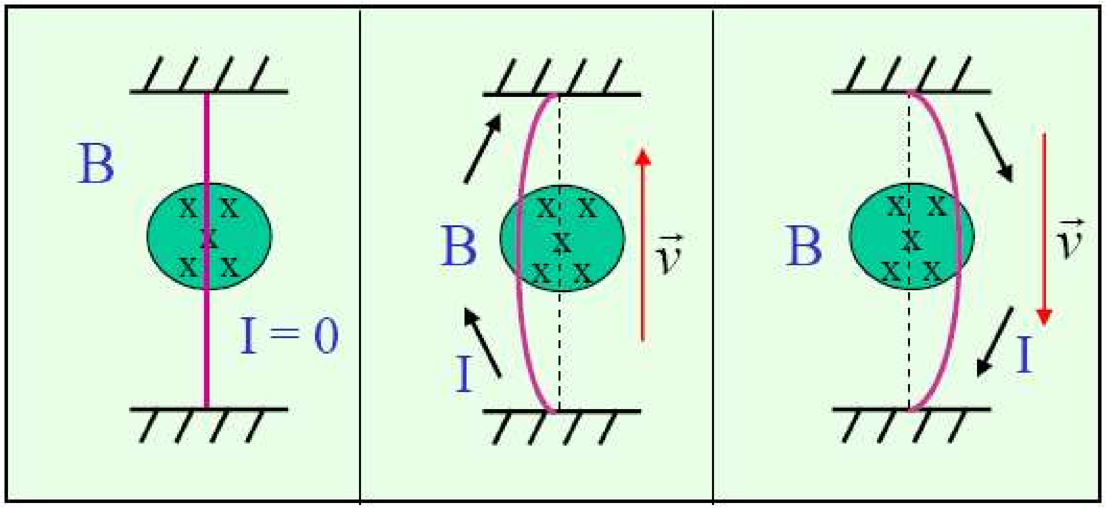
- Muitas vezes, na prática, usa-se o Gauss (G) (unidade cgs)

$$\boxed{1\ T = 10^4\ G}$$

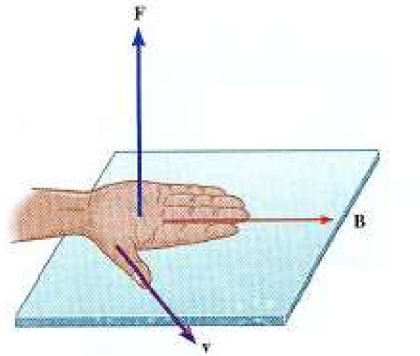
Campo Magnético

Força Magnética num Condutor Percorrido por uma Corrente.

- Caso exista uma força sobre uma carga (q) em movimento num $\vec{B}$ $\Rightarrow$ um fio condutor percorrido por uma corrente também **sofre** uma $\vec{F}_m$ nesse $\vec{B}$
- **I**: conjunto de muitas ***q*** em movimento $\Rightarrow$ a $\vec{F}_m$ resultante no fio deve-se à soma das $\vec{F}_m$ individuais sobre as q.

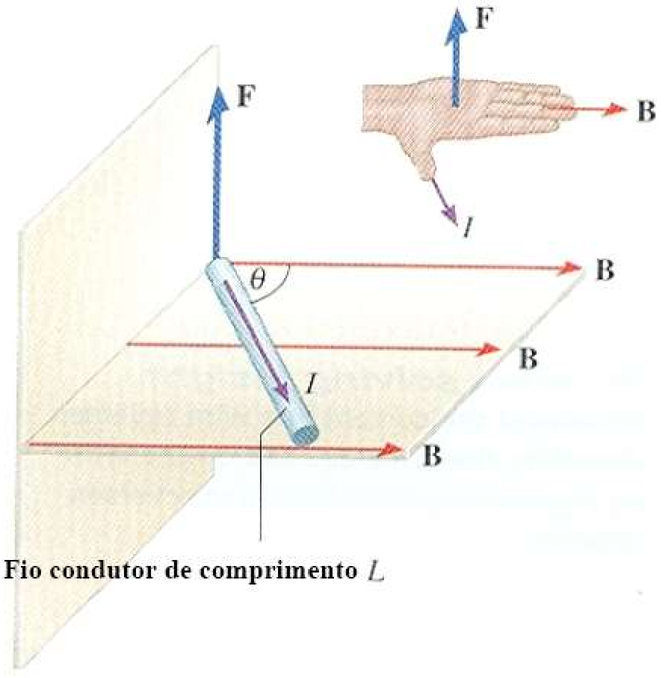


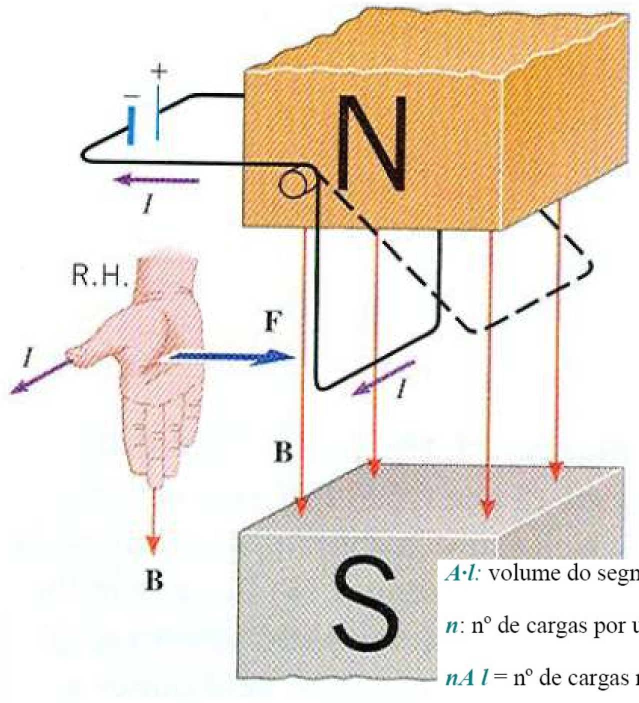
O campo magnético é perpendicular ao plano da folha e aponta para dentro desta.



Campo Magnético

Força magnética sobre um condutor inserido num campo magnético





$$\boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

A·l: volume do segmento;

n: nº de cargas por unidade de volume (densidade de cargas);

nA l = nº de cargas no segmento.

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_m &= \left(q\vec{v}_d \times \vec{B}\right) n\,A\ell \\ I &= nqv_d A \quad \text{(Capítulo 5)} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}} \quad (1)$$

$\vec{\ell}$: é um vector na direcção de I

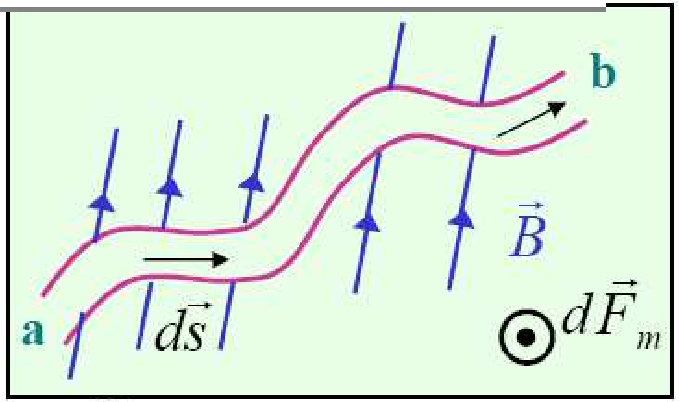
$\left|\vec{\ell}\right|$ = comprimento l

Campo Magnético

Fio condutor, de forma arbitrária e secção recta uniforme, num $\vec{B}$ externo uniforme:

Eq (1) anterior $\Rightarrow d\vec{F}_m$ sobre um segmento muito pequeno $d\vec{s}$, na presença de $\vec{B}$, é dada por:

$$\boxed{d\vec{F}_m = I d\vec{s} \times \vec{B}} \quad (2)$$



a

(2) é uma outra definição de $\vec{B}$: em termos duma força mensurável sobre um elemento de corrente.

$d\vec{F}_m$ é máxima quando $\vec{B} \perp d\vec{s}$; $d\vec{F}_m = 0$ se $\vec{B} \,//\, d\vec{s}$

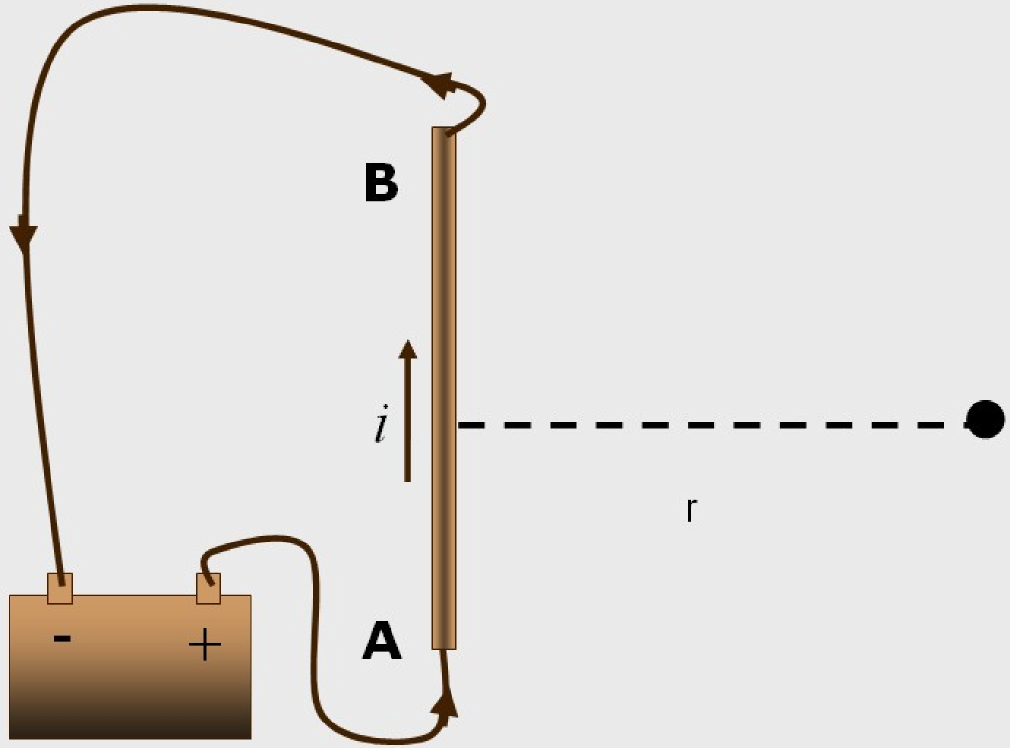
- Força magnética total sobre o fio condutor:

$$\boxed{\vec{F}_m = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} = IB \int_a^b \sin\theta \, ds}$$

a, b: pontos terminais do fio condutor.

Campo Magnético

CAMPO MAGNÉTICO EM UM FIO RETILÍNEO



Módulo do Campo Magnético

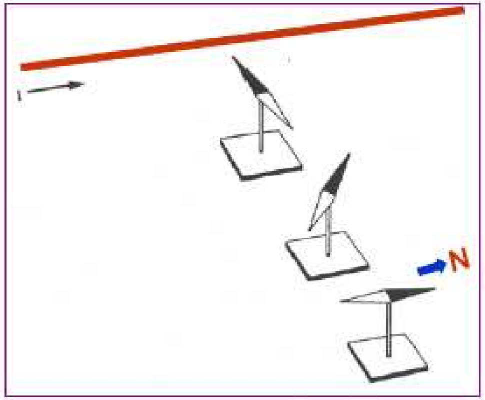
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

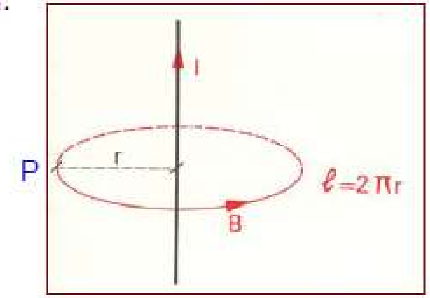
Unidade de B: tesla (T)

μ_0 é a constante de permeabilidade magnética do vácuo e vale $4\pi x 10^{-7}$ T.m/A

Campo Magnético

À medida que a agulha magnética se afasta do condutor percorrido por uma corrente eléctrica, ela tende a voltar à posição de equilíbrio (direcção N-S).
Junto ao condutor o campo é mais intenso, a indução é mais elevada.





Num ponto P à distância r a indução magnética vale:

$$B = \mu_o \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

Sendo:
B – indução em T
I – intensidade de corrente em A
r – distância em m
$\mu o = 4\pi\ 10^{-7}$ (constante)

$\frac{I}{2\pi \cdot r}$ $\Longrightarrow$ Chama-se **Excitação magnética** $\Longrightarrow$ H

Unidade: A/m

$B = \mu o\ H$

μo **Permeabilidade magnética** do ar – Representa a influência, sobre a indução magnética, do meio que envolve a fonte de campo magnético.

O ferro macio tem uma permeabilidade 500 a 1500 vezes superior à do ar.

Campo Magnético

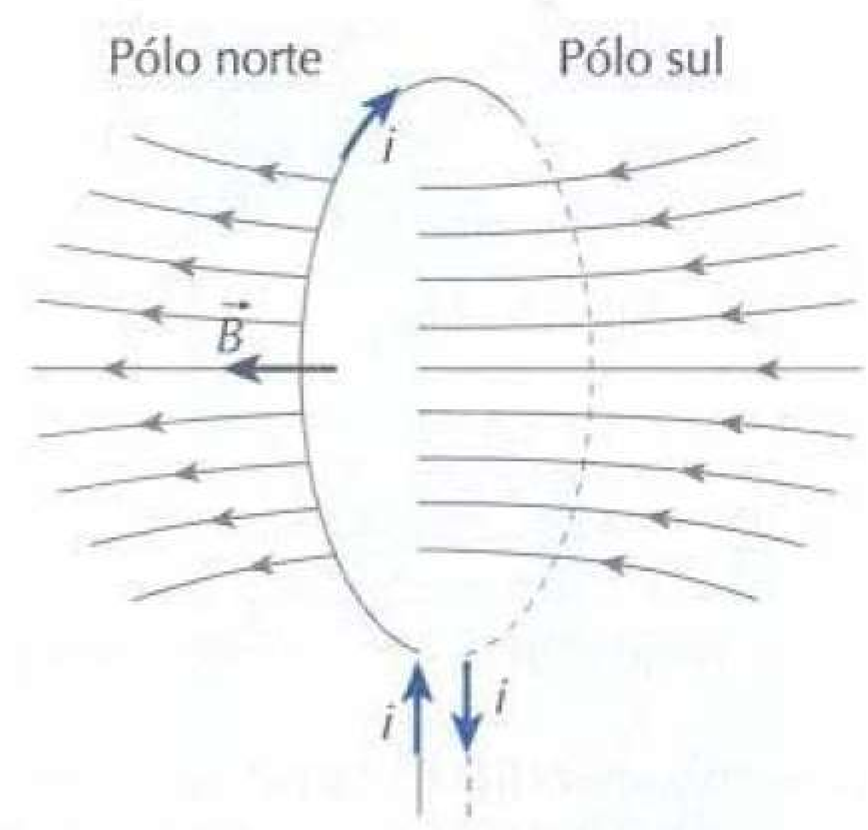
Campo magnético de uma espira circular

Lei de Biot-Savart

- A direção do vetor indução é perpendicular à corrente i;
- Intensidade determinada por:

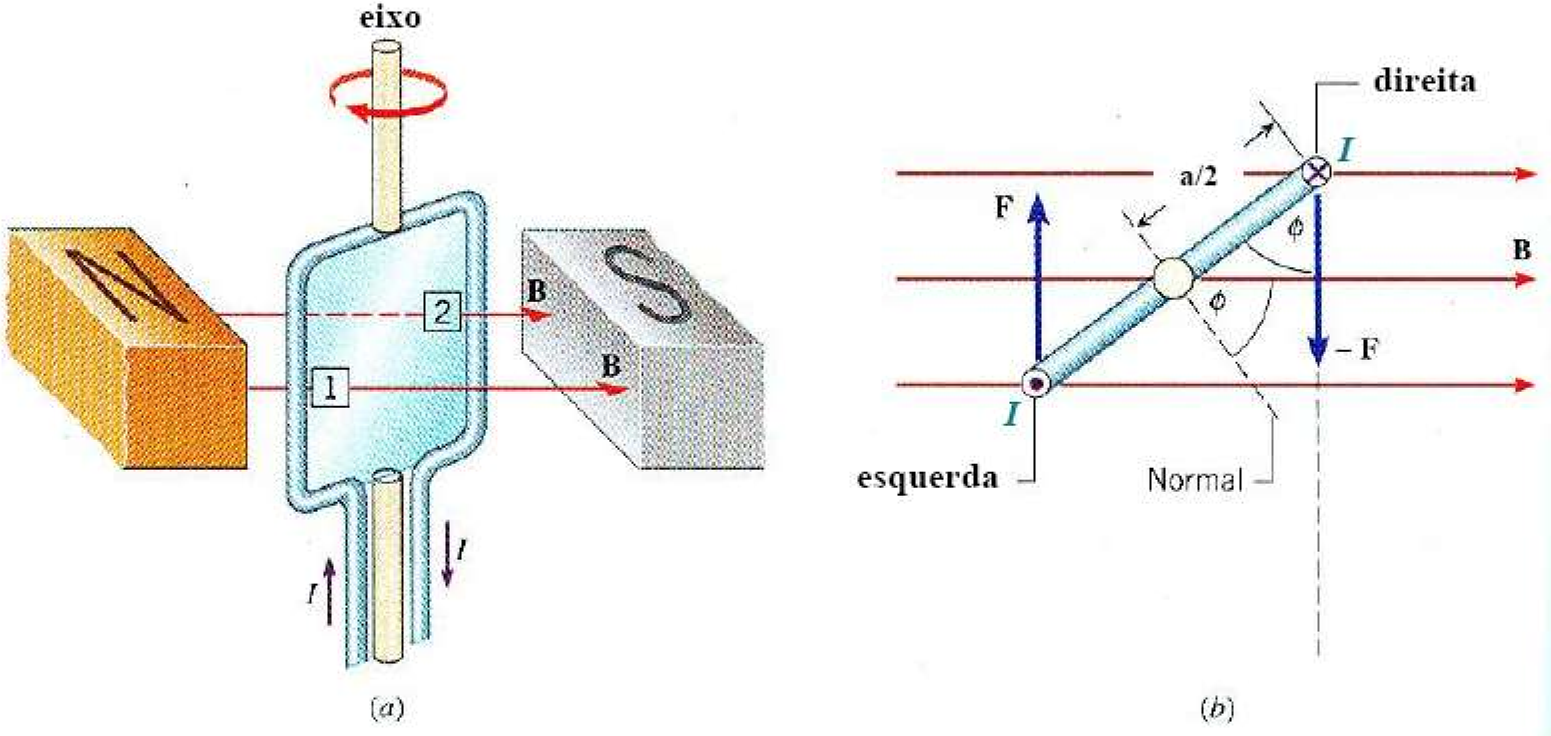
$$\boxed{\Delta B = \frac{\mu_o \cdot i \cdot \Delta L \cdot sen(\alpha)}{4\pi \cdot r^2}}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^2$$



Campo Magnético

Momento sobre uma espira de corrente



(a) Espira percorrida por uma corrente (I) inserida num campo magnético produzido por um íman. A espira pode rodar em torno de um eixo vertical.

(b) Vista de cima da espira. As forças em ambos os lados são opostas, e conjuntas produzem um momento no sentido horário.

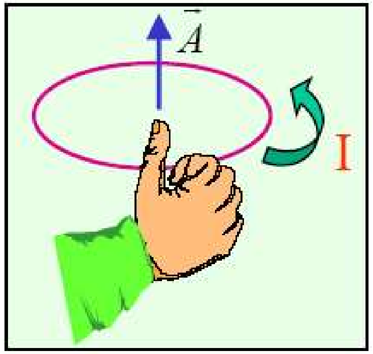
$\tau_{max} = IAB$ se $\theta = 90°$ ($\vec{B}$ // ao plano da espira)

$\tau = 0$ se $\theta = 0$ ($\vec{B} \perp$ ao plano da espira)

$$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}}$$

$\vec{A}$ é um vector $\perp$ ao plano da espira, $\left|\vec{A}\right|$ = área da espira

Sentido de $\vec{A}$: regra da mão direita



O produto $I\vec{A}$ é definido como o **momento magnético da espira**: $\boxed{\vec{\mu} = I\vec{A}}$

$$[\mu] = [I]L^2 \rightarrow SI : A \cdot m^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

$\forall$ orientação de $\vec{B}$ em relação à espira e para uma espira de qualquer forma!

Se uma bobina tiver N espiras com as mesmas dimensões e a mesma I : $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{\tau} = N\vec{\mu} \times \vec{B}}$ $\boxed{\vec{\mu}_T = N\vec{\mu}_{1espira}}$

Resultado análogo ao obtido para um **dipolo eléctrico** , ***p***, num campo eléctrico!

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Movimento de uma Partícula Carregada num Campo Magnético

! $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ logo o trabalho (W) efectuado pela $\vec{F}_m$ é nulo ($\vec{F} \perp d\vec{s}$) $\Rightarrow$ um $\vec{B}$ estático altera a direcção da $\vec{v}$, mas não afecta $\left|\vec{v}\right|$ nem a energia cinética (K) duma partícula carregada (W=ΔK).

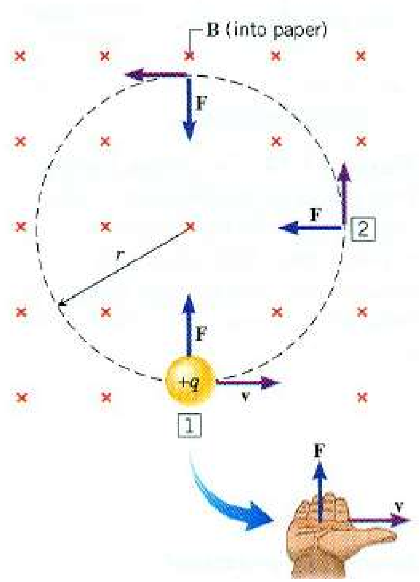
Consideramos o caso especial: +q, $\vec{B}$ uniforme, $\vec{v}$ inicial $\perp \vec{B}$;

A partícula carregada positivamente move-se num circulo cujo plano é perpendicular a $\vec{B}$

$\Rightarrow$ ocorre em virtude da $\vec{F}_m$ fazer um ângulo recto com $\vec{v}$ e com $\vec{B}$. $\left|\vec{F}_m\right|$ = **qυB**.

Quando $\vec{F}_m$ desvia a $q \Rightarrow$ as direcções de $\vec{v}$ e $\vec{F}_m$ alteram-se continuamente.

Para o caso de uma **partícula positiva**, o movimento é no sentido **anti-horário**.



$\vec{F}_m$ é uma força centrípeta, que só altera a direcção de $\vec{v}$, mas $|\vec{v}| = $ cte.

Sentido da rotação: anti-horário $\rightarrow +q$

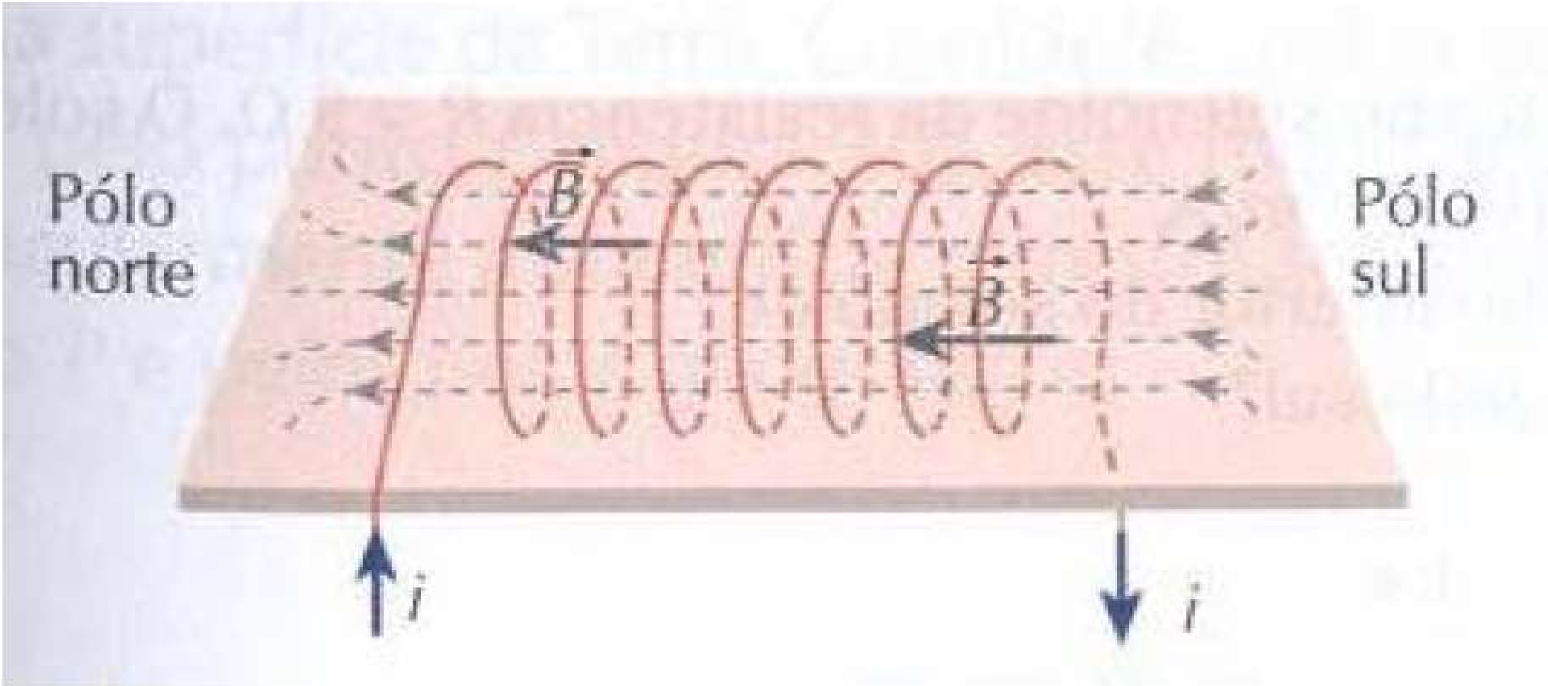
horário $\rightarrow -q$

- $\vec{F}_m$ radial; $\left|\vec{F}_m\right| = qvB \equiv m\dfrac{v^2}{r}$ $\Rightarrow$ $\boxed{r = \dfrac{mv}{q\,B}}$ momento linear!

A frequência angular da carga q: $\boxed{\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{qB}{m}}$

O período de movimento: $\boxed{T = \dfrac{2\pi\, r}{v} = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi\, m}{qB}}$

Campo magnético de uma bobina



$$B = \frac{N \cdot \mu_o \cdot i}{L}$$

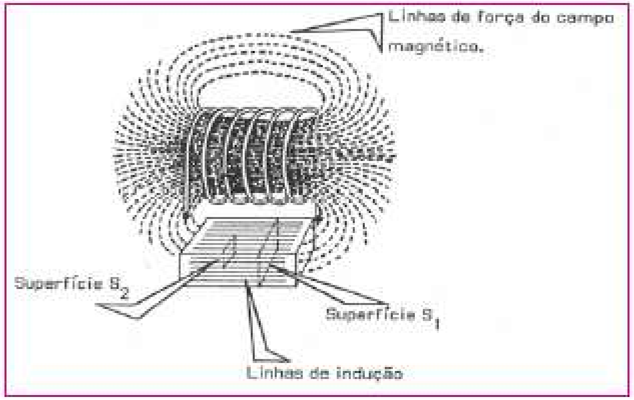
Fluxo de Indução Magnética

Campo magnético criado por uma bobina

Coloquemos um corpo de ferro sob a acção deste campo.

O campo magnético deforma-se. Há uma maior concentração de linhas na vizinhança do material ferromagnético.

Numa região onde as linhas de indução são em maior número…. Maior será o valor da Indução magnética.



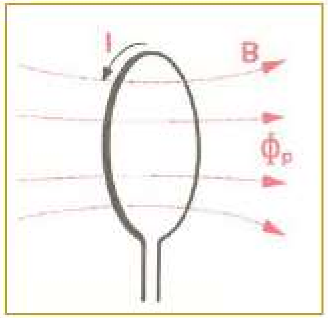
Considere-se, no interior do corpo, uma superfície S_1 perpendicular às linhas de indução.

Chama-se **fluxo magnético Ø** através da superfície S_1 ao conjunto das linhas que atravessam essa superfície.

Fluxo de Indução Magnética

O fluxo Ø através de uma espira de secção S, mergulhada num campo magnético uniforme B, vale:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

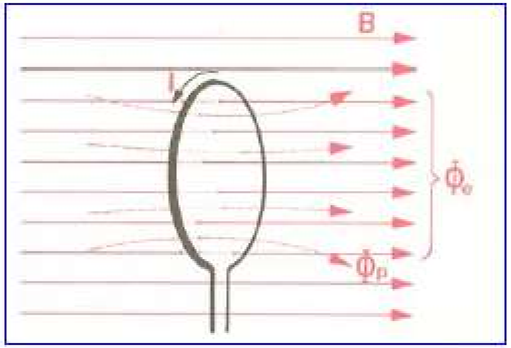


α – ângulo de B com a normal à superfície.

Unidade: wb (weber)

Fluxo Próprio de uma Espira

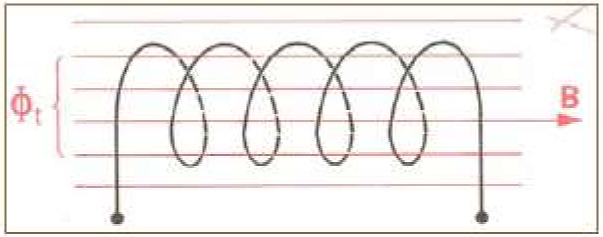
O fluxo que atravessa uma espira, pode ser criado pela **própria espira** $\varnothing_p$, se esta for percorrida por uma corrente eléctrica. O qual também se pode somar ou subtrair, depende dos sentidos, a um **fluxo externo** $\varnothing_e$, criado por um campo magnético externo.



Fluxo através de uma bobina de N espiras

O fluxo total abraçado pelas N espiras vale:

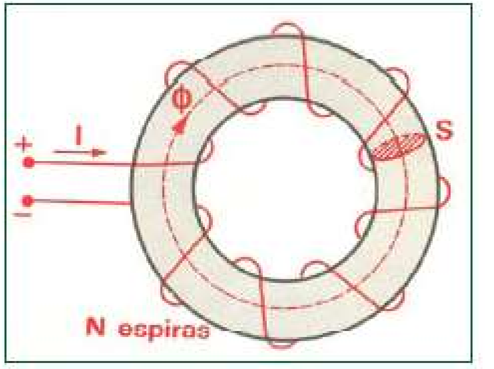
$$\Phi_t = N \cdot \Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos\alpha$$



O CIRCUITO MAGNÉTICO

LEI de HOPKINSON

Semelhante à lei de Ohm, aplica-se aos circuitos magnéticos perfeitos (sem dispersão).



A indução no núcleo vale:

$$B = \mu \frac{N \cdot I}{l}$$

O fluxo em cada secção $\Phi = B \cdot S$ Substituindo vem:

$$\Phi = \mu \frac{N \cdot I}{l} \cdot S$$ ou $$\Phi = \frac{N \cdot I}{\frac{l}{\mu \cdot S}} = \frac{F_m}{\Re_m}$$

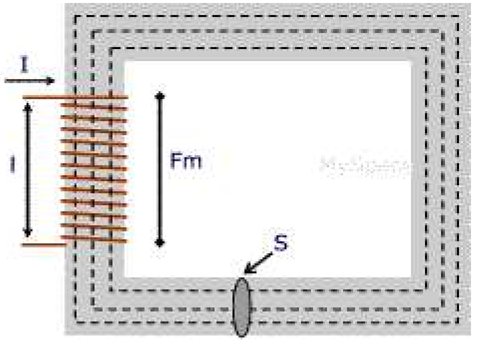
$$\Phi = \frac{F_m}{\Re_m} = \frac{Força \cdot magnetomotriz}{\text{Re}lutância \cdot magnética}$$ LEI de HOPKINSON

F_m – Em (Ae) ampères-espiras

$\Re_m$ - Em Ae/Wb

Analogia com o circuito eléctrico

Circuito eléctrico	Símbolo	Circuito magnético	Símbolo
Intensidade de corrente	I	Fluxo de indução	Ø
Força electromotriz	E	Força magnetomotriz	F_m
Resistência eléctrica	R	Relutância	$\Re_m$
Condutividade	γ	Permeabilidade	μ



Lei Geral da Indução Electromagnética

A corrente induzida é devida a uma força electromotriz (f.e.m.) que se gera no circuito enquanto há variação de fluxo e desaparece quando esta cessa.

A f.e.m. chama-se força electromotriz induzida. O íman é o indutor criando o fluxo indutor.

LEI DE FARADAY

«Se através da superfície abraçada por um circuito tiver lugar uma variação de fluxo, gera-se nesse circuito uma f.e.m. induzida; se o circuito é fechado será percorrido por uma corrente induzida.»

" A f.e.m. induzida num circuito fechado é igual e de sinal contrário à variação temporal do fluxo".

A fem induzida num circuito é igual à taxa temporal de variação do fluxo magnético através do circuito. Esse enunciado é a lei de Faraday da indução.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

O sinal negativo tem sentido físico importante, vamos discuti-lo na secção 4,3

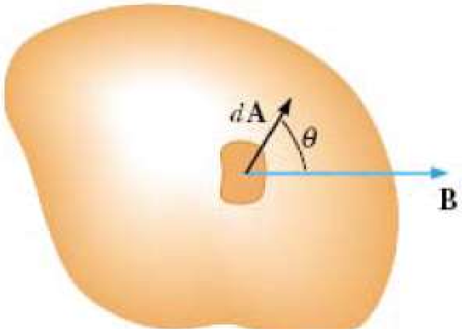
Se o circuito for uma bobina que consiste de N espiras idênticas concêntricas e se as linhas do campo atravessarem todas as espiras , a fem induzida será

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

A fem é aumentada pelo factor N porque todas as espiras estão em série, de modo que as fems nas espiras individuais se somam para dar a fem total.

Fluxo magnético

O fluxo associado com um campo magnético é proporcional ao número de linhas do campo magnético que atravessam uma área.



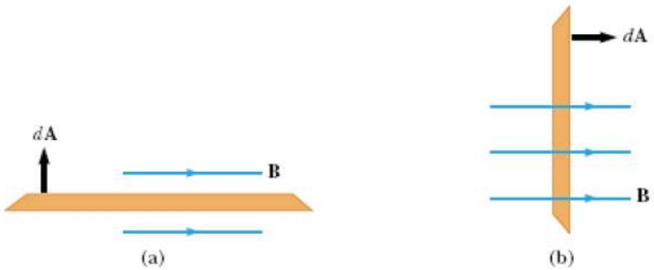
$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

A unidade SI do fluxo magnético chama-se weber (Wb)

1 Wb = 1 T m^2

O fluxo magnético através um plano de área A que faz um ângulo θ em relação ao campo magnético uniforme é

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$



$\Phi_B = 0$

$\Phi_B = BA$

Coeficiente de Auto-Indução

Coeficiente de Auto-Indução **ou indutância L de um circuito eléctrico é quociente do fluxo total próprio através do circuito pela corrente que o percorre.**

$$\boxed{L = \frac{\phi_t}{I}}$$

Ø em wb

I em A

L em H (henry)

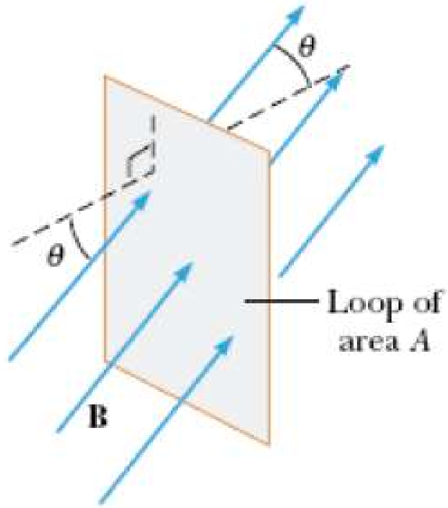
- Indução no interior da bobina $\boxed{B = \mu_0 \frac{NI}{l}}$
- Fluxo através de cada espira $\boxed{\phi = BS = \mu_0 \frac{NIS}{l}}$
- Fluxo total $\boxed{\phi_t = N\phi = \mu_0 \frac{N^2 IS}{l}}$
- Auto-indução da bobina $\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2 IS}{l}}$
- Auto-indução da bobina com núcleo de ferro $\boxed{L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 IS}{l}}$

F.e.m. de Auto-indução

Num circuito quando a intensidade de corrente varia, também o fluxo próprio varia. De acordo com a lei de Faraday concluímos que se vai induzir no próprio circuito uma f.e.m. logo uma corrente que se oporá à causa que lhe deu origem, lei de Lenz. É o que acontece quando ligamos ou desligamos um circuito.

Estas f.e.m. chamam-se **f.e.m. de auto-indução.**

Suponha que o campo magnético é uniforme sobre a área A limitada por uma espira que se encontra num plano que faz um ângulo θ com o campo magnético



Neste caso, o fluxo magnético através da espira é

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$

A fem induzida é

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

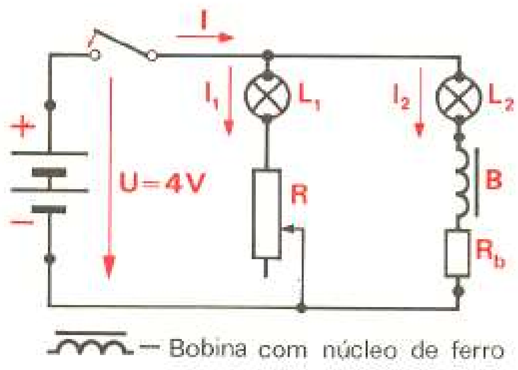
Então, uma fem pode ser induzida num circuito variando-se o fluxo magnético de diversas maneiras:

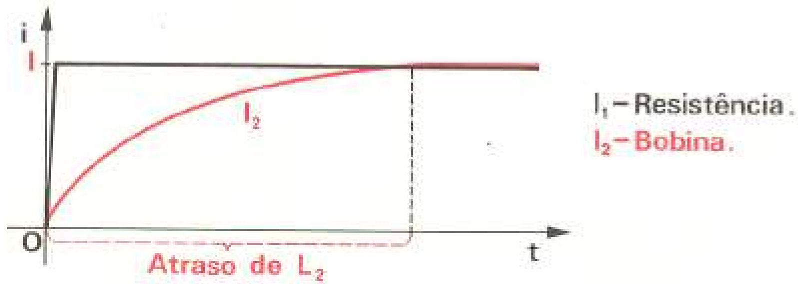
1. Variar o módulo de B com o tempo.
2. Variar a área A do circuito com o tempo.
3. Variar o ângulo θ entre B e a área com o tempo.
4. Qualquer combinação dessas três variações.

Efeitos da f.e.m. de auto-indução

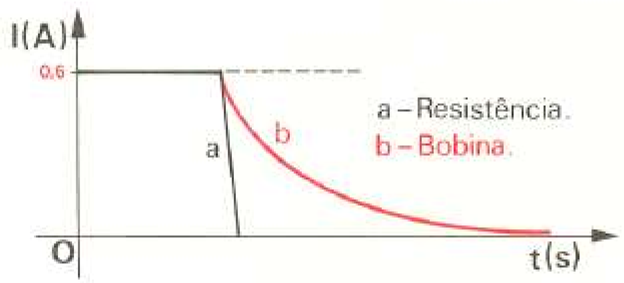
a) Estabelecimento da corrente num circuito

Ao fechar o interruptor verifica-se que a lâmpada L_2 acende com um certo atraso em relação a L_1

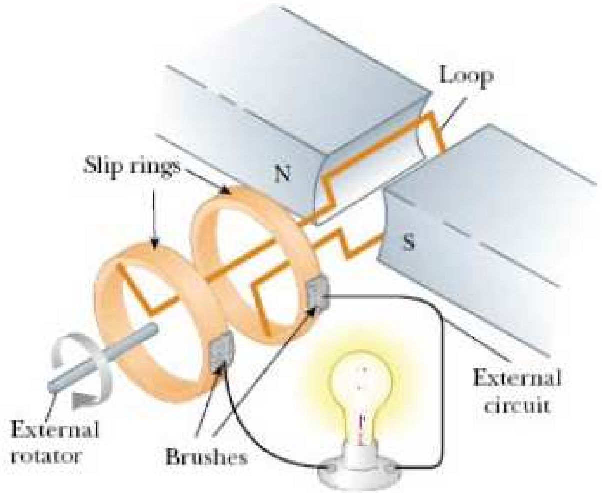




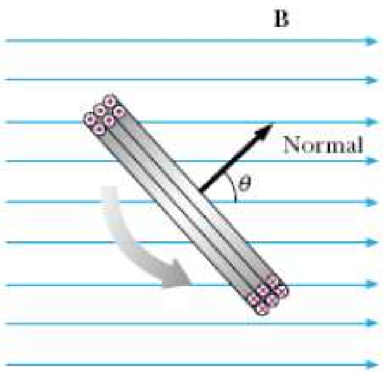
b) Interrupção da corrente num circuito



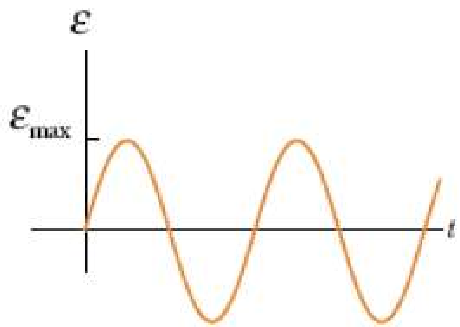
O gerador de corrente alternada



Suponha que a bobina tem N espiras, todos com a mesma área A, e suponha que a bobina gira com uma velocidade angular constante ω em torno dum eixo perpendicular ao campo magnético.



$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

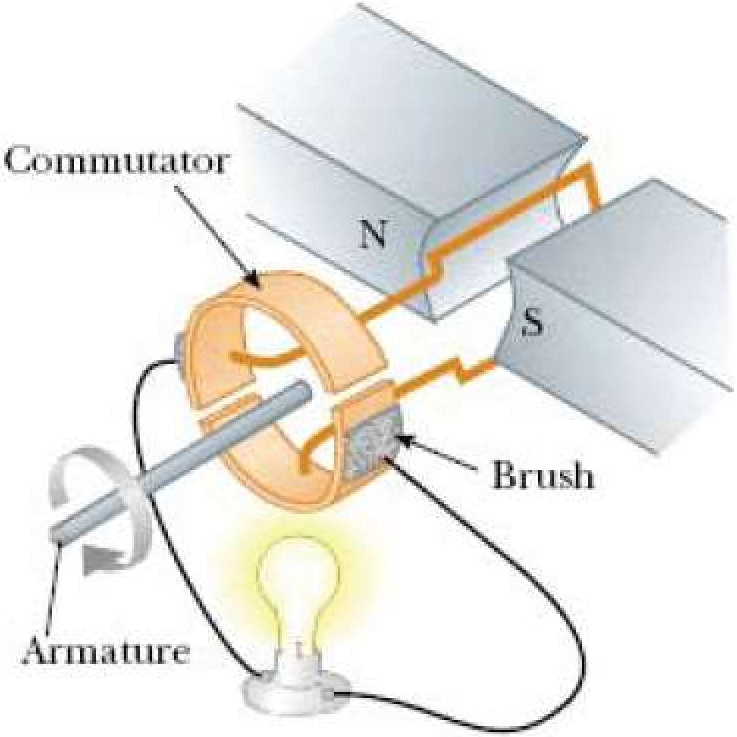


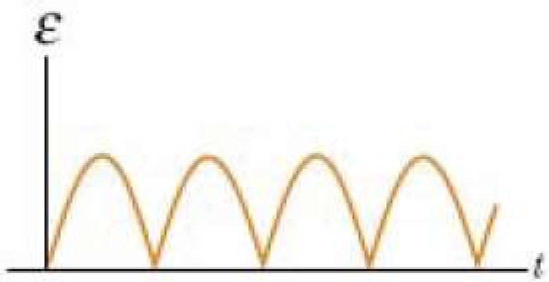
$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = NAB\omega\sin\omega t$$

$$\mathcal{E}_{max} = NAB\omega$$

A fem induzida varia senoidalmente, é a fonte da corrente alternada.

O gerador de corrente continua





Um sistema é basicamente igual ao gerador de corrente alternada.

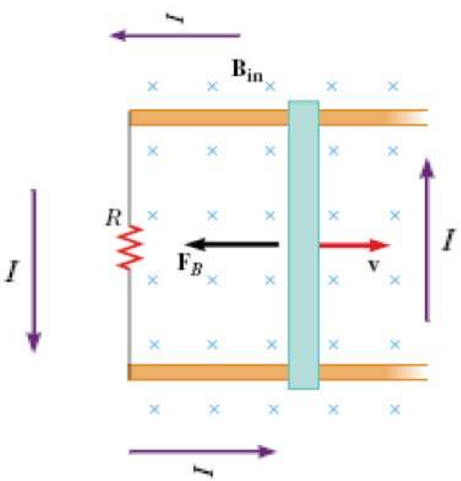
A diferença está no anel de contacto. No gerador de AC, utiliza dois anéis de contacto, No gerador de DC, utiliza um comutador.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

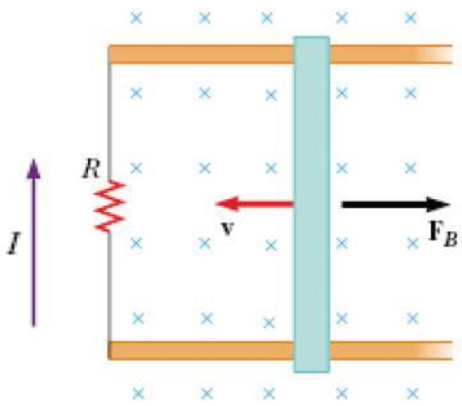
Lei de Faraday

Com a lei de Lenz, podemos abordar o sinal negativo na lei de Faraday.

A polaridade da fem induzida numa espira é tal que produz uma corrente cujo campo magnético se opõe à variação do fluxo magnético através da espira. Isto é, a corrente induzida está numa direcção tal que o campo magnético induzido tenta manter o fluxo original através da espira.

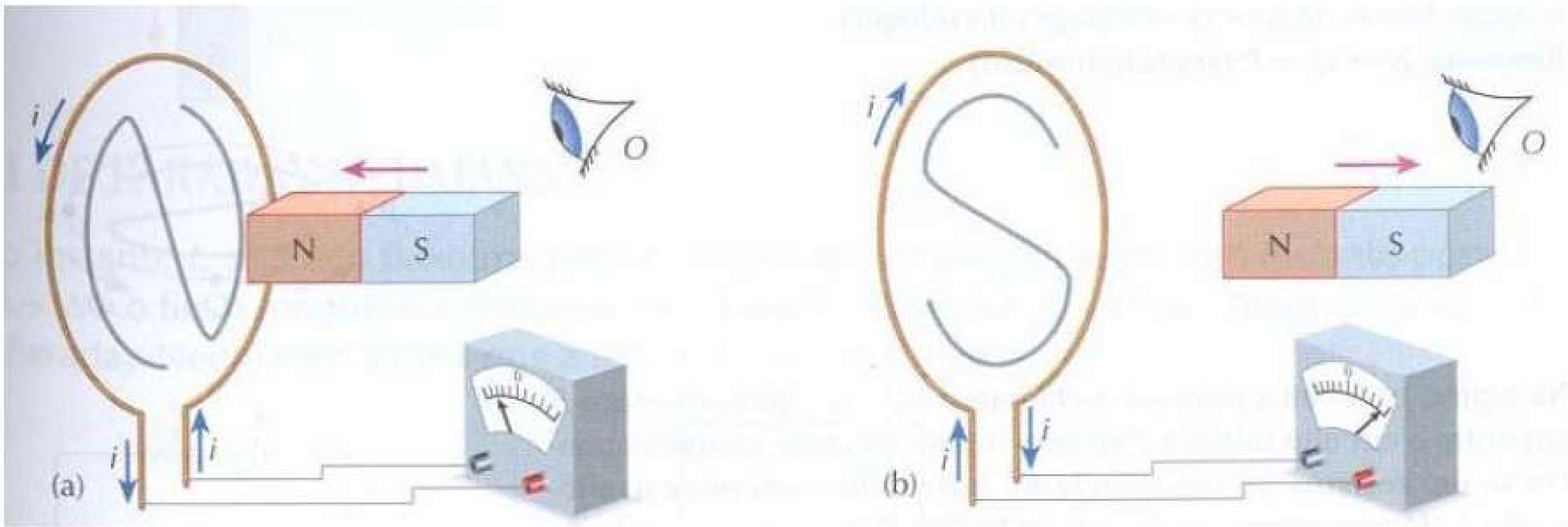


Lei de Lenz



Lei de Lenz

O sentido da corrente induzida é tal que, por seus efeitos, opõe-se à causa que lhe deu origem.



Sentido da corrente induzida

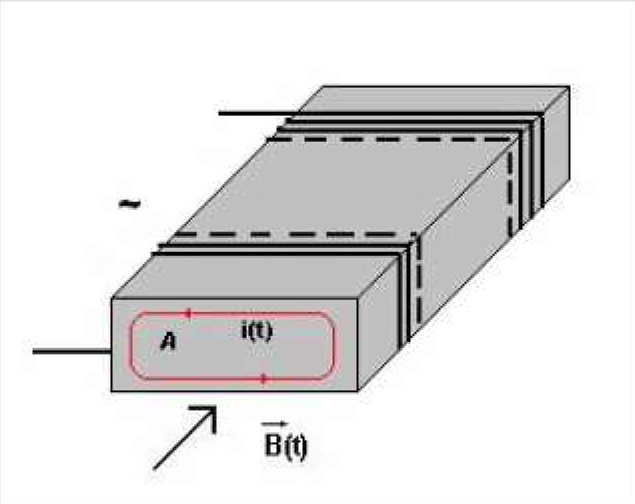
Correntes induzidas de *Foucault*

É com uma corrente alternada (sinusoidal como acabamos de ver), que podemos fazer as nossas aplicações no transformador eléctrico. Para canalizar e aumentar o campo magnético *H* no nosso transformador, usamos material de elevada permeabilidade magnética *μ*. Como esse material é também condutor (com pequena resistência R_0) , o campo de indução magnética – vai produzir correntes no material, que por efeito de *Joule* – produz perca de energia – na nossa transformação.

Se considerarmos um solenóide com corrente alterna dada por; $I(t) = I_0 sen(\omega t)$

No eixo desse solenóide é criado um campo magnético induzido variável;

$$\left|\vec{B}(t)\right| = \left|\vec{B}_0\right| sen(\omega t)$$



Numa determinada área *A, a variação d*o fluxo magnético será:

$$\frac{d\phi}{dt} = A\frac{dB}{dt} = A\omega B_0 \cos(\omega t) = -\varepsilon_F$$

A corrente de *Foucault* assim criada é inversamente proporcional à resistência (resistividade) do material usado.

$$I_F = \frac{\varepsilon_F}{R_0}$$

Permeabilidade e Susceptibilidade magnética

No vazio (vácuo) a relação entre a indução magnética *B* e o campo magnético *H*, é dada pela permeabilidade magnética (do vazio);

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\mathrm{T})$$

$$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = 4\pi \times 10^{-7} \quad \mathrm{H.m^{-1}}$$

A resposta em termos magnéticos dos nossos materiais é muito diferente. O que observamos é;

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (\mathrm{T})$$

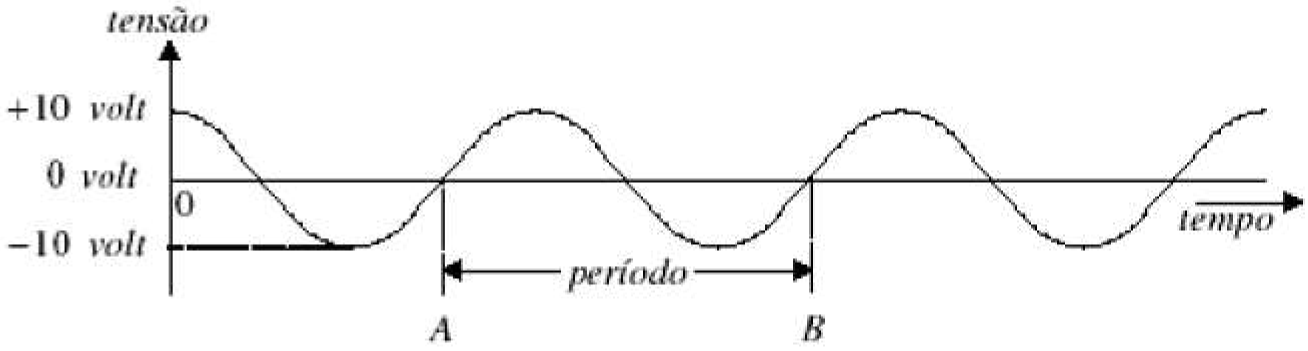
sendo μ_r a permeabilidade magnética do material, relativamente ao vazio, e relacionada com a susceptibilidade magnética χ_m *, por;*

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

Circuitos de Corrente Alternada

Característica da tensão alternada

- A tensão alternada varia à medida que o tempo passa.
- Seu gráfico se chama curva de variação da tensão alternada.



- Podemos observar que essa tensão muda, de valor positivo para negativo e vice versa, periodicamente.
- O valor extremo é chamado de amplitude da tensão elétrica. Ou Tensão Máxima ou Tensão de Pico

Circuitos de Corrente Alternada

- Um período é o intervalo de tempo entre dois pontos da curva de mesma situação.
- Este período é, também, chamado de ciclo da tensão alternada.
- A quantidade de ciclos que cabem em um segundo é chamada de freqüência.
- Matematicamente, a freqüência vem a ser o inverso da duração do período.
- A unidade atual de freqüência é o Hertz - Hz
- Exemplo:

$$período = 0{,}001 \ \ segundo$$

$$freqüência = \frac{1}{período} = \frac{1}{0{,}001} = 1000 \ \ ciclos / segundo$$

- Como um período abrange uma variação de fase de 2π radianos, podemos representar a freqüência em radianos por segundo, neste caso seu nome passa a ser freqüência angular. Ou seja $\omega = 2\pi$ f
- Para a freqüência da rede que é 60 Hz temos $\omega = 60 \times 2\pi = 377$ rad/s

Circuitos de Corrente Alternada

Corrente alternada – é uma corrente elétrica cuja magnitude e direção varia ciclicamente, ao contrário da corrente contínua cuja direção permanece constante e que possui pólos positivos e negativos definidos.

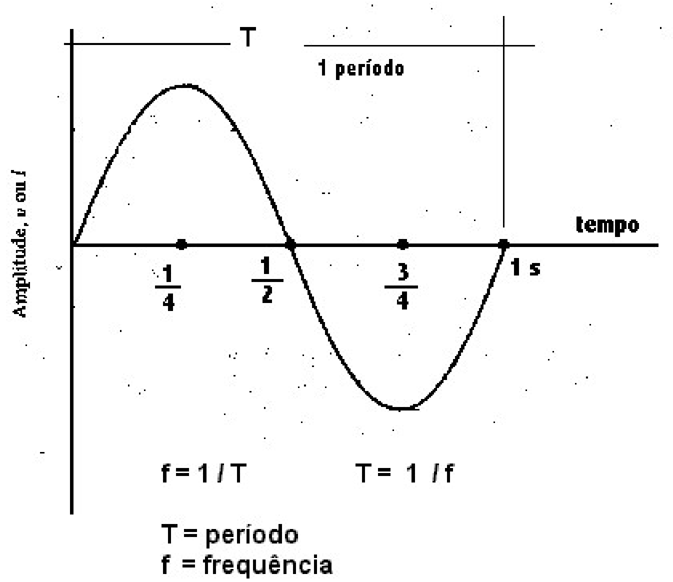
Sua forma mais usual é senoidal, porém outras formas podem ser utilizadas, tais como a triangular ou quadrada

Circuitos de Corrente Alternada

Expressão matemática convencional da força eletromotriz de uma fonte alternada.,

$$e = E \cos \omega t$$

- Note-se que, por convenção, a fase da *fem* para t = 0 é zero.



A forma de onda de corrente e tensão em CA pode ser descrita matematicamente na forma:

$$a(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

onde

$a(t)$ é a função (tensão ou corrente) no domínio do tempo,

A é a *amplitude* ou valor máximo (também chamado de *valor de pico*),

ω é a freqüência angular em radianos por segundo,

t é o tempo em segundos,

ϕ é o ângulo de fase, em graus.

Usando frequência em hertz, esta fórmula é reescrita na forma:

$$a(t) = A \cdot \sin(2\pi f t + \phi)$$

onde

f é a freqüência em hertz.

Logo tensão e corrente podem ser descritas como

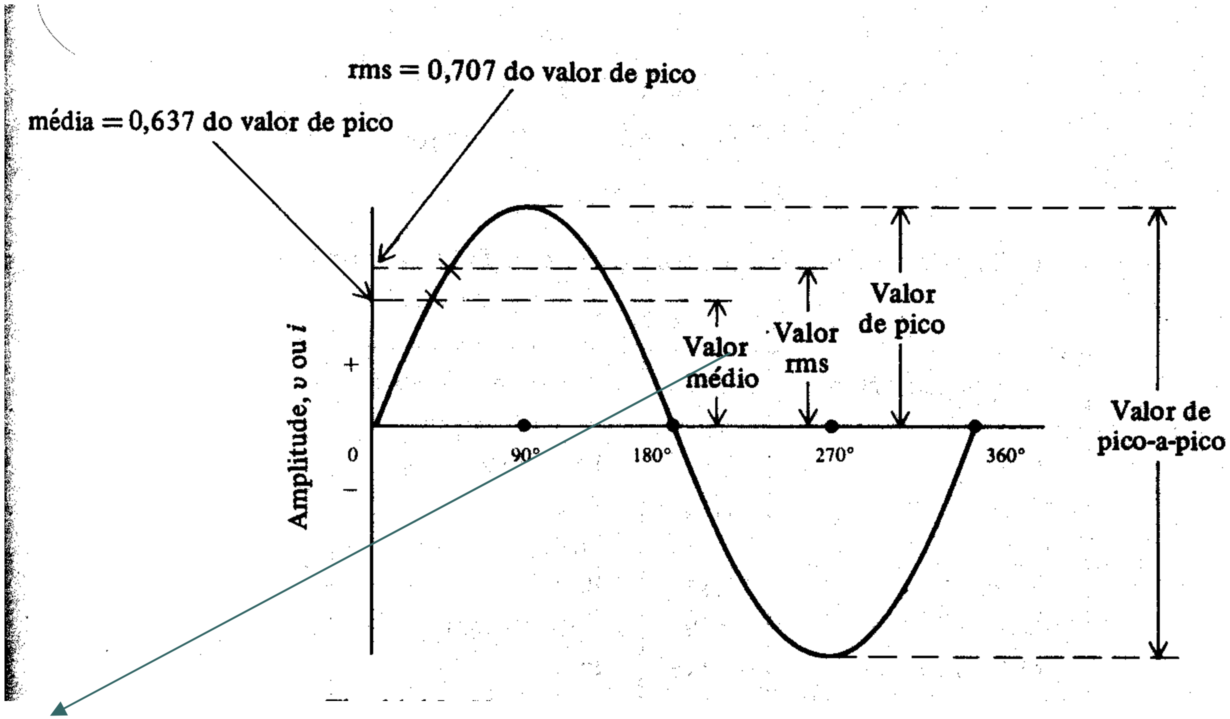
$$v(t) = V \cdot \sin(2\pi f t + \phi)$$
$$i(t) = I \cdot \sin(2\pi f t + \phi)$$

O valor de pico-a-pico de uma tensão alternada é definida como a diferença entre seu pico positivo e seu pico negativo. Desde o valor máximo de seno (x) que é +1 e o valor mínimo que é -1, uma tensão CA oscila entre $+A$ e $-A$. A tensão de pico-a-pico, escrita como $V_{P\text{-}P}$, é, portanto $(+A) - (-A) = 2 \times A$.

Geralmente a tensão CA é dada quase sempre em seu valor eficaz, que é o valor quadrático médio desse sinal elétrico (em inglês é chamado de *root mean square*, ou ***rms***), sendo escrita como V_{ef} (ou V_{rms}). Para uma tensão senoidal:

$$V_{\text{ef}} = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{A\sqrt{2}}{2}$$

V_{ef} é útil no cálculo da potência consumida por uma carga. Se a tensão CC de V_{CC} transfere certa potência P para a carga dada, então uma tensão CA de V_{ef} irá entregar a mesma potência média P para a mesma carga se $V_{ef} = V_{CC}$. Por este motivo, rms é o modo normal de medição de tensão em sistemas de potência.



Valor de corrente estacionária necessária para transferir a mesma carga durante o mesmo intervalo de tempo

Circuitos de Corrente Alternada

Fase em um sinal alternado

Exercício: Um sinal com forma senoidal possui um período genérico T. Supondo que, no instante inicial t0 = 0, a fase é zero radiano, determinar a fase θ em um tempo genérico t.

Após um tempo igual ao período T, a fase será 2π rad. Logo:

$$\begin{matrix} T \Rightarrow 2\pi \\ t \Rightarrow \theta = ? \end{matrix} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi t}{T} \text{ rad} \Rightarrow \theta = 2\pi f t \text{ rad} \Rightarrow \theta = \omega t \text{ rad}$$

Portanto:

$$sen\theta = sen\omega t \Rightarrow sen\theta = sen 2\pi f t \Rightarrow sen\theta = sen\frac{2\pi}{T}t$$

$$\cos\theta = \cos\omega t \Rightarrow \cos\theta = \cos 2\pi f t \Rightarrow \cos\theta = \cos\frac{2\pi}{T}t$$

Fase no instante inicial.

O instante inicial é sempre aquele em que se tem t = 0. Logo:

$$sen\theta = sen\,0 = 0 \quad \text{e} \quad \cos\theta = \cos 0 = 1$$

Portanto, no instante inicial temos a fase igual a zero radiano.

- Vamos supor uma situação em que a fase inicial fosse ϕ radiano. Neste caso as expressões de senθ e cosθ adquirem as formas:

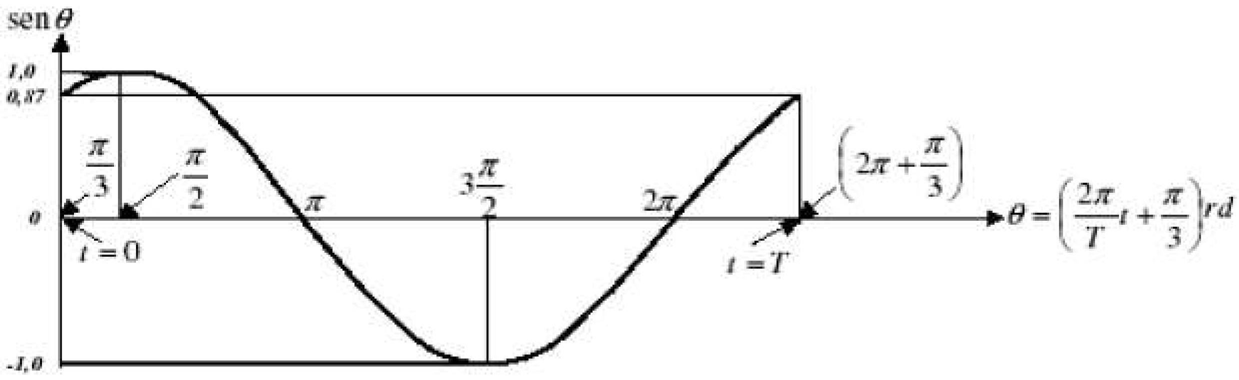
$$sen\theta = sen(\omega t + \phi)$$

$$\cos\theta = \cos(\omega t + \phi)$$

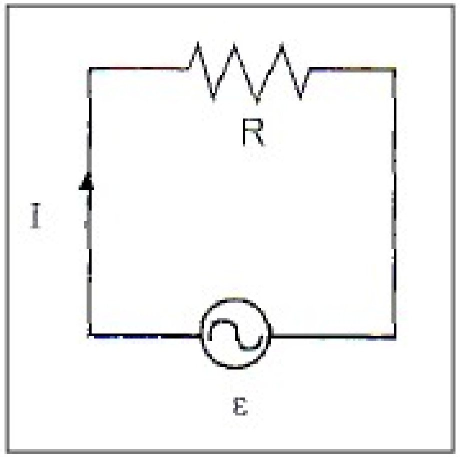
Quanto t = 0 $\Rightarrow$ $\theta = \phi$

A figura mostra um período da função: $sen\theta = sen\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{3}\right)$

onde o valor inicial de θ é $\phi = \frac{\pi}{3}$ rd (60 graus).



Corrente Alternada em um resistor



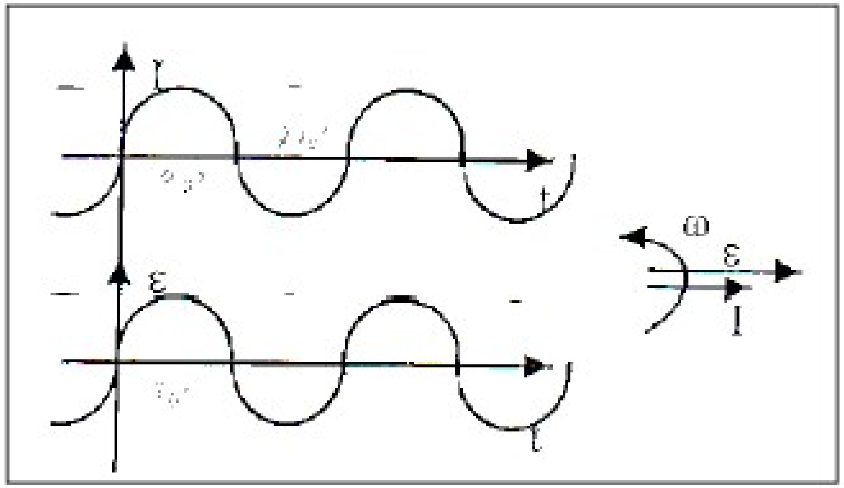
Se a fem do gerador é: $\varepsilon = \varepsilon_{max} \operatorname{sen} \omega t$

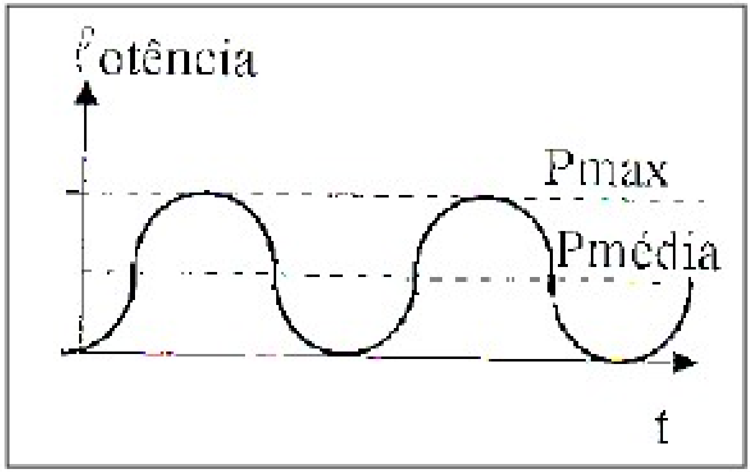
Então a corrente no resistor será:

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} \operatorname{sen} \omega t = I_{max} \operatorname{sen} \omega t}$$

Onde: $I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}$

Neste caso dizemos que: <u>A corrente e a tensão estão em fase</u>





Corrente Alternada em um resistor

Potência instantânea:

$$\boxed{P = RI^2 = R(I^2_{\max}\,\mathrm{sen}^2\,\omega t) = P_{\max}\,\mathrm{sen}^2\,\omega t}$$

onde: $P_{\max} = RI^2_{\max}$

O valor médio de sen^2 é igual a ½, logo:

$$\boxed{P_{med} = P_{\max}(\mathrm{sen}^2\,\omega t)_{med} = \frac{P_{\max}}{2} = R\left(\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}\right)^2 = RI^2_{ef}}$$

Onde: $I_{ef} = \dfrac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ (valor eficaz ou médio quadrático da corrente)

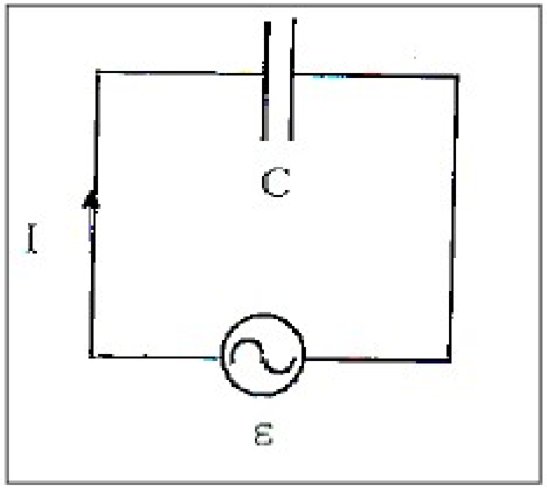
Por outro lado:

$$\boxed{P_{med} = (\varepsilon I)_{med} = \varepsilon_{\max} \cdot I_{\max}(\mathrm{sen}^2\,\omega t)_{med} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \varepsilon_{ef} \cdot I_{ef}}$$

Onde: $\varepsilon_{ef} = \dfrac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}}$ (valor eficaz ou médio quadrático da tensão)

Logo, concluímos que: $\boxed{I_{ef} = \dfrac{\varepsilon_{ef}}{R}}$

Corrente Alternada em um capacitor



Se a tensão da fonte é: $\varepsilon = \varepsilon_{max} \operatorname{sen} \omega t$

e $Q = C\varepsilon = C\varepsilon_{max} \operatorname{sen} \omega t$

Então: $I = \frac{dQ}{dt} = \omega C \varepsilon_{max} \cos \omega t = I_{(max)} \cos \omega t$

Ou $\boxed{I_{max} = \omega C \varepsilon_{max}}$ e $\boxed{I = I_{max} \operatorname{sen}(\omega t + 90^o)}$

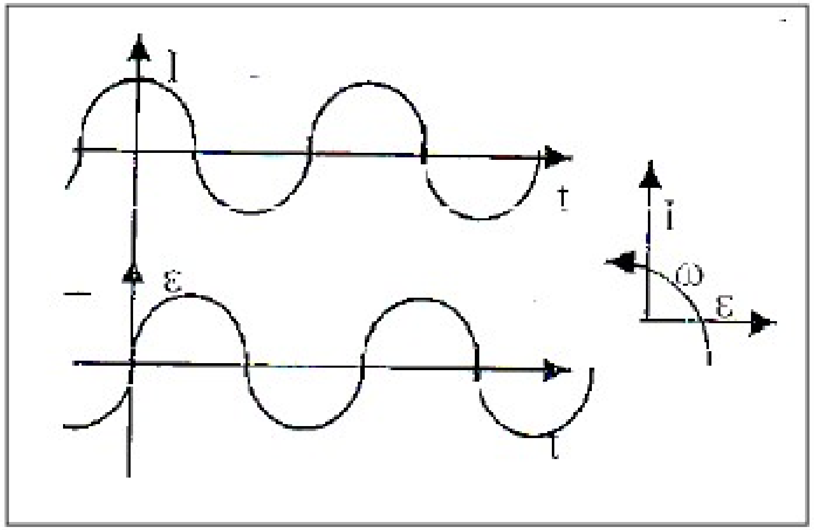
Dizemos que:

A tensão segue a corrente ou que

A corrente precede a tensão.

A corrente está adiantada de 90º

ou a tensão está atrasada de 90º



Corrente Alternada em um capacitor

I

Por outro lado: $I_{(max)} = \omega C \varepsilon_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{\varepsilon_{max}}{X_C}$

Onde: $\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{cuja unidade é} \quad \Omega(\text{ohm})}$ =>**Reatância Capacitiva**

Conseqüentemente: $\boxed{I_{ef} = \frac{\varepsilon_{ef}}{X_C}}$

Potência Instantânea: $P = \varepsilon I = \varepsilon_{max} \operatorname{sen} \omega t . I_{(max)} \cos \omega t = \frac{\varepsilon_{max} I_{(max)}}{2} \operatorname{sen} 2\omega t$

Logo o valor médio da potência será: $P_{med} = \frac{1}{T} \int_T P(t) dt = 0$

Isto significa que: Toda energia fornecida ao circuito é retornada depois

Corrente Alternada em um capacitor

Exemplo: Dados: $C = 20\mu F, \varepsilon_{max} = 100V, f = 60Hz$, calcular:

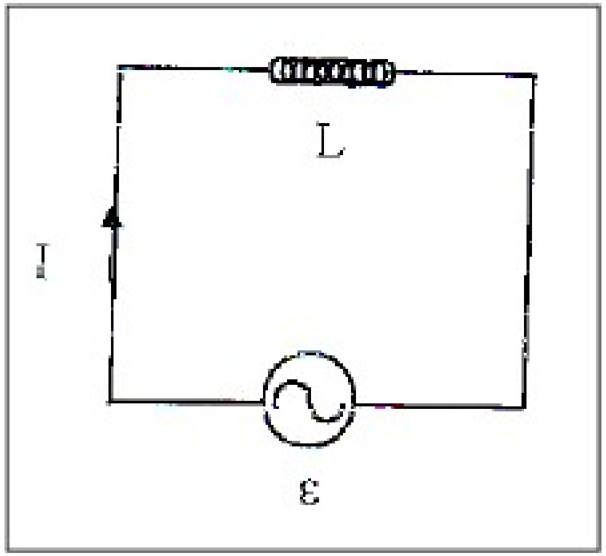
a) A reatância capacitiva: $\omega = 2\pi f = 2\pi.60 = 377 rad/s$

$$X_C = 1/\omega C = 1/377.20.10^{-6} = 133\Omega$$

b) Calcular $I_{(max)}$ e I_{ef} : $I_{(max)} = \frac{\varepsilon_{max}}{X_C} = \frac{100}{133} = 0,754A$

$$I_{ef} = \frac{I_{(max)}}{\sqrt{2}} = \frac{0,754}{\sqrt{2}} = 0,533A$$

Corrente Alternada em um indutor



Se a tensão na fonte é: $\varepsilon = \varepsilon_{max} \operatorname{sen} \omega t$

e $\varepsilon = L\frac{dI}{dt}$, então:

$$I = \frac{1}{L}\int \varepsilon dt = \frac{\varepsilon_{max}}{\omega L}(-\cos \omega t) = -I_{(max)} \cos \omega t$$

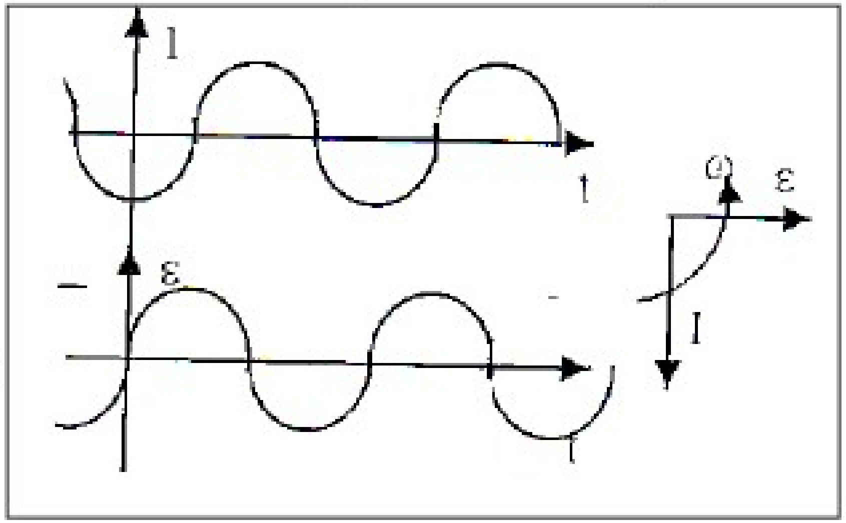
ou $\boxed{I = I_{(max)} \operatorname{sen}(\omega t - 90^{o})}$ e $\boxed{I_{(max)} = \frac{\varepsilon_{max}}{\omega L} = \frac{\varepsilon_{ma}}{X_L}}$

Onde: X_L é a **reatância indutiva** e cuja unidade é Ohm, logo: $\boxed{I_{ef} = \frac{\varepsilon_{ef}}{X_L}}$

Dizemos que:

A tensão precede a corrente ou
A corrente segue a tensão.

A corrente está atrasada de 90º ou
A tensão está adiantada de 90º



Potência Instantânea:

$$P = \varepsilon I = \varepsilon_{\max} \operatorname{sen} \omega t . (I_{(\max)} \cos \omega t) = \frac{-\varepsilon_{\max} I_{(\max)}}{2} \operatorname{sen} 2\omega t$$

Logo o valor médio:

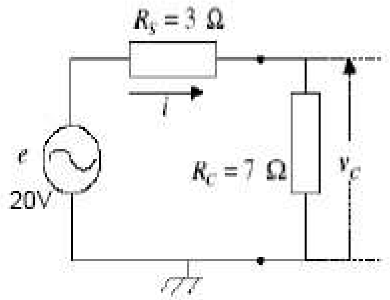
$$\boxed{P_{med} = \frac{1}{T} \int_T P(t)dt = \frac{-\varepsilon_{\max} I_{(\max)}}{2} (\operatorname{sen} 2\omega t)_{med} = 0}$$

Isto significa que toda energia fornecida ao circuito, também, retorna depois.

Circuitos de Corrente Alternada

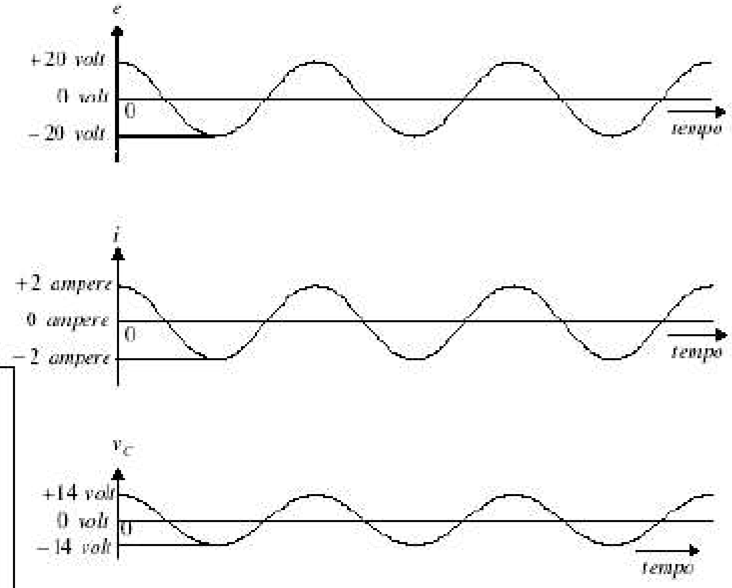
Determinação de correntes e tensões em um circuito elétrico

- Quando o circuito elétrico possui apenas resistências, os cálculos de tensões e correntes, presentes nesse circuito, a cada instante, seguem as mesmas leis de Ohm e de Kirchhoff que utilizamos para o cálculo das tensões e correntes contínuas.
- Exemplo: Seja o circuito da figura. Qual a corrente e a tensão em Rc?



$$i = \frac{e}{R_S + R_C} = \frac{20\ v}{3\ \Omega + 7\ \Omega} = 2\ A$$

$$v_C = i \times R_C = 2\ A \times 7\ \Omega = 14\ v$$

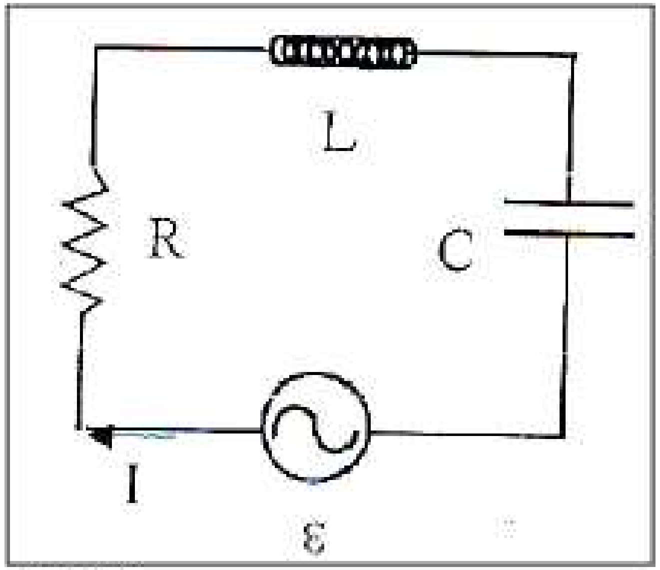


Potência elétrica instantânea

$$P_{inst} = v\,.\,i = R\,.\,i = \frac{v^2}{R}$$

- No exemplo a P_{inst} máxima será de 28 W

Circuito LCR-série com gerador Corrente Contínua



- Se a tensão: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{max} sen\omega t$
- Por Kirchhoff:

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = \varepsilon_{max}\ sen\ \omega t$$

- Ou

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon_{max}\ sen\ \omega t$$

- Cuja solução é:
- $$\boxed{I = I_{max} sen(\omega t - \varphi)}$$

Onde:

$$\boxed{\varphi = tg^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}}$$ $\Rightarrow$ **Ângulo de Fase**

$$\boxed{I_{max} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{Z}}$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$ $\Rightarrow$ **Impedância** (unidade: ohm)

Numa analise vetorial podemos dizer que:

$$\vec{\varepsilon} = \vec{V_R} + \vec{V_L} + \vec{V_C}$$

(ou seja, a soma das quedas de potenciais é igual a soma das elevações)

Circuito LCR-série com gerador Corrente Contínua

- Se considerarmos que os vetores tensões sobre o capacitor e indutor estão em direções opostas e que estes são perpendiculares ao vetor tensão sobre o resistor, temos:

$$\varepsilon = \left\| \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C \right\| = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$\varepsilon = \sqrt{R^2 \mathrm{I}_{max}{}^2 + (X_L \mathrm{I}_{max} - X_C \mathrm{I}_{max})^2} = \mathrm{I}_{max}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \mathrm{I}_{max} Z$$