

Álgebra Linear Numérica

Tarefa 2 – Estudando Ajuste de cônicas

Introdução

O ajuste de curvas é uma técnica amplamente utilizada em várias áreas da ciência e engenharia para modelar dados experimentais ou observados. Consiste em encontrar uma função matemática que melhor se ajuste aos pontos de dados disponíveis, permitindo extrair informações e fazer previsões. Uma das formas mais comuns de ajuste de curvas é o ajuste polinomial.

Será demonstrado como uma parábola pode ser ajustada a pontos de dados perturbados por diferentes níveis de ruído. O objetivo é ilustrar como o ruído afeta o ajuste da curva, destacando as variações nas curvas ajustadas em comparação com a curva verdadeira.

Ao adicionar ruído aos pontos de dados, simulando uma situação realista em que os dados observados podem conter erros ou imprecisões, o código permite explorar a robustez do ajuste polinomial diante de diferentes níveis de perturbação. Ao gerar pontos perturbados com ruído e ajustar uma curva polinomial a esses pontos, é possível visualizar como a curva ajustada se aproxima ou se desvia da curva verdadeira em diferentes níveis de ruído.

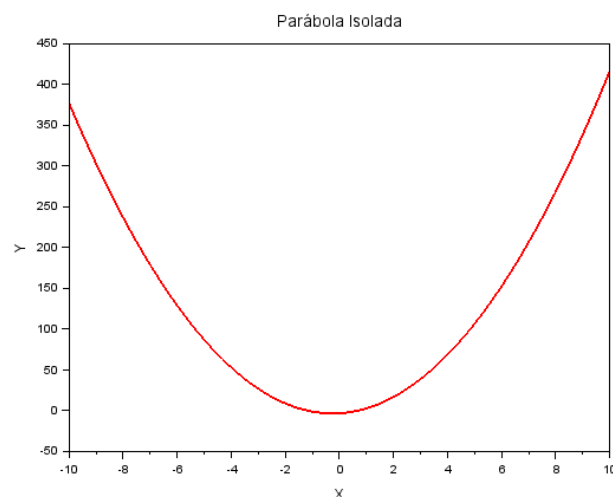
Essa abordagem pode ser útil para estudar a influência do ruído nos resultados de ajustes de curvas e para avaliar a adequação de técnicas de modelagem em situações com dados ruidosos. Compreender essas variações e limitações é essencial para garantir resultados precisos e confiáveis ao aplicar ajustes de curvas em problemas do mundo real.

Desenvolvimento

Vamos utilizar $a = 4$, $b = 2$ e $c = -3$, com isso temos a função:

$$f(x) = 4x^2 + 2x - 3$$

Que gera a seguinte parábola:

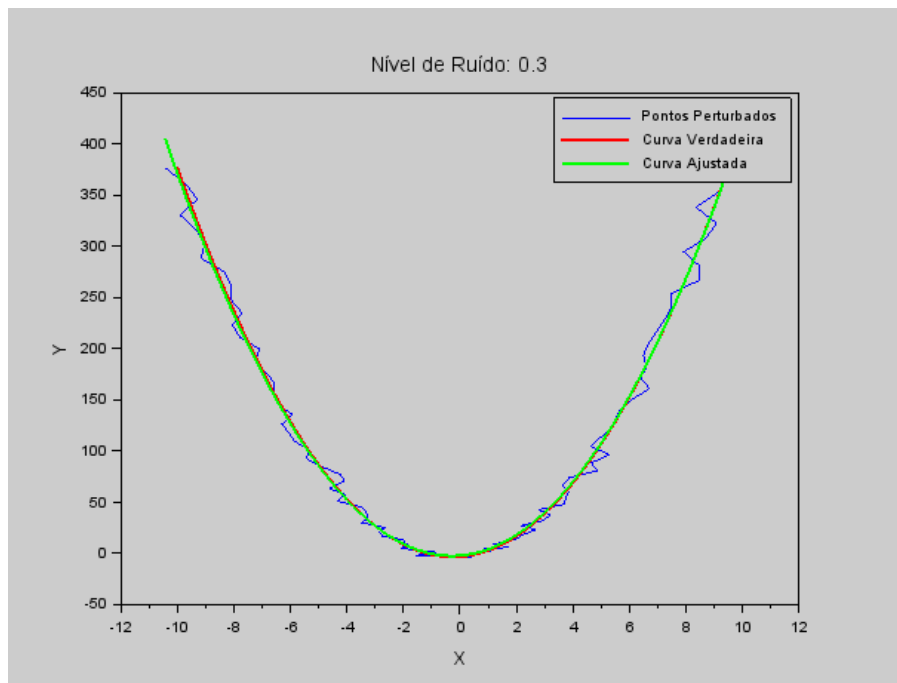


Vamos utilizar diferentes valores de ruídos, adotei esses valores {0.3, 0.9, 1.5}

1. A partir dessa parábola será usada a função `rand()` para gerar perturbação nos pontos.
2. Utilizando a barra invertida (`\`) do Scilab foi encontrada a parábola que melhor se aproxima da distribuição de pontos que foi gerada anteriormente.
3. Comparar parábola original e a nova parábola aproximada
4. Fazer isso com diferentes ruídos

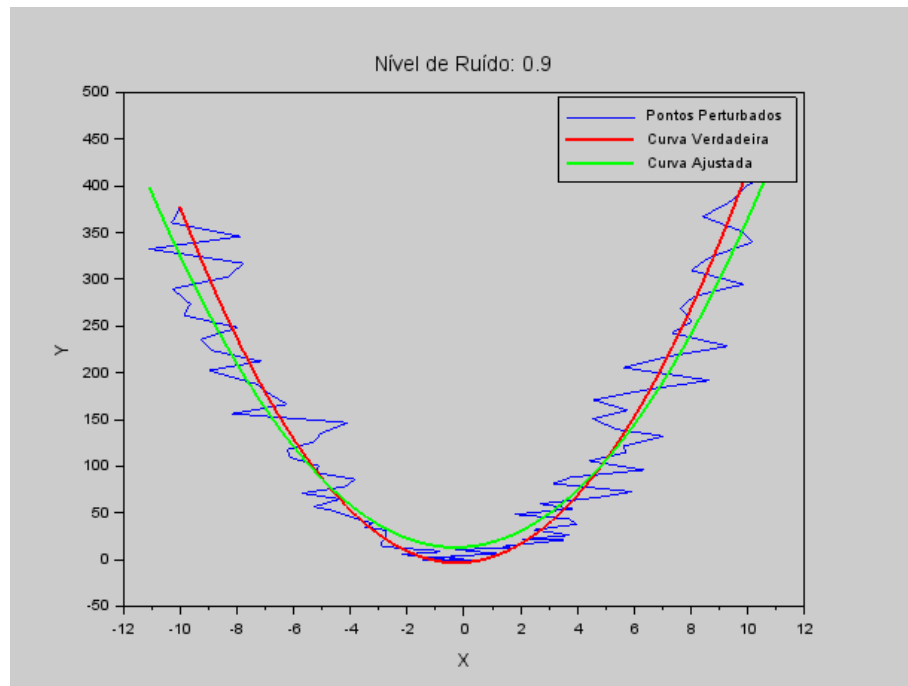
Vamos analisar os ruídos:

Ruido 0.3 gerou o seguinte gráfico:



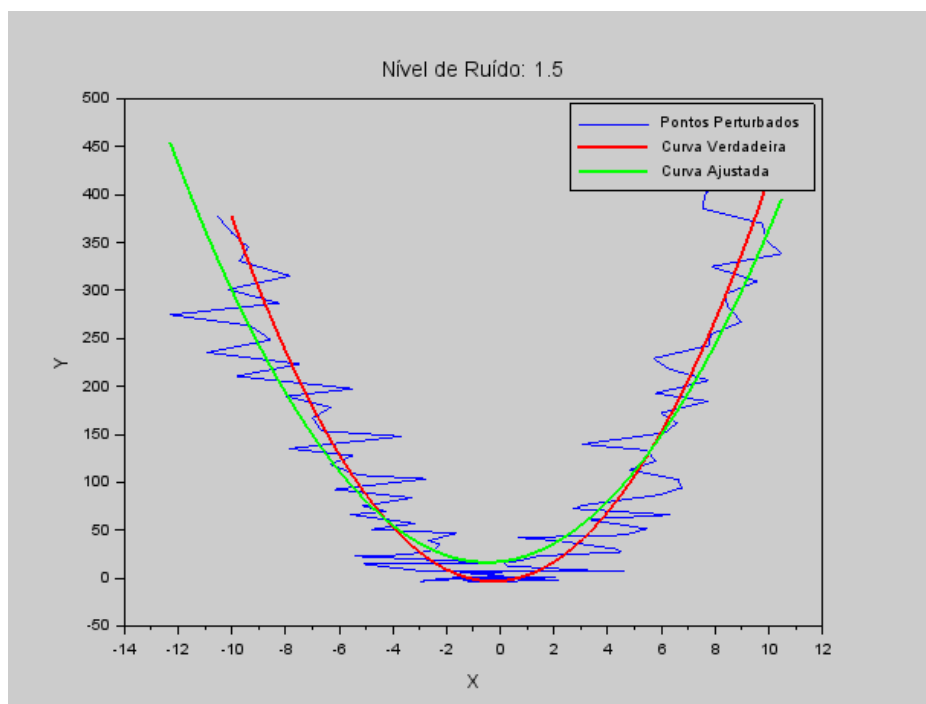
Aqui não conseguimos perceber muito bem a diferença, pois o ruído não é tão grande, mas dá pra notar uma leve alteração da parábola original para parábola ajustada.

Ruido 0.9 gerou o seguinte gráfico:



Aqui percebe-se melhor a diferença, pois o ruído é maior.

Ruido 1.5 gerou o seguinte gráfico:



Agora percebe-se que quanto maior o ruído, maior é a diferença da parábola ajustada em relação a parábola original.

Compreender as variações e limitações dos ajustes de curvas em dados ruidosos é fundamental para tomar decisões informadas e obter resultados mais precisos e confiáveis em aplicações do mundo real.

Esse estudo foi realizado com o seguinte código:

```
clear
clc

// Parâmetros do polinômio e do ruído
a = 4;
b = 2;
c = -3;
niveis_ruído = [0.3, 0.9, 1.5];

// Gerar pontos sintéticos ao longo da curva
x_verdadeiro = linspace(-10, 10, 100);
y_verdadeiro = a*x_verdadeiro.^2 + b*x_verdadeiro + c;
n_pontos = length(x_verdadeiro);

// Plotar a parábola isolada
plot(x_verdadeiro, y_verdadeiro, "r", "linewidth", 2);
title("Parábola Isolada");
xlabel("X");
ylabel("Y");

// Loop para diferentes níveis de ruído
for i = 1:length(niveis_ruído)
    figure();
    nivel_ruído = niveis_ruído(i);

    // Gerar pontos perturbados com ruído
    x = x_verdadeiro + nivel_ruído*rand(1, n_pontos, "normal");
    y = y_verdadeiro + nivel_ruído*rand(1, n_pontos, "normal");

    // Ajustar curva aos pontos perturbados usando a barra invertida "\"
    X = [x'.^2, x', ones(n_pontos, 1)];
    p = X \ y';

    // Avaliar a curva ajustada
    x_ajuste = linspace(min(x), max(x), 100);
    y_ajuste = p(1)*x_ajuste.^2 + p(2)*x_ajuste + p(3);

    // Plotar pontos perturbados e curva ajustada
    plot(x, y, "b", "markersize", 10);
    plot(x_verdadeiro, y_verdadeiro, "r", "linewidth", 2);
    plot(x_ajuste, y_ajuste, "g-", "linewidth", 2);
    title("Nível de Ruído: " + string(nivel_ruído));
    legend(["Pontos Perturbados", "Curva Verdadeira", "Curva Ajustada"]);
    xlabel("X");
    ylabel("Y");
end
```

Conclusão

O experimento realizado utilizando diferentes níveis de ruído na geração dos pontos de dados e o ajuste de uma parábola aos mesmos permitiu analisar as variações e limitações dos ajustes de curvas em dados ruidosos.

Foi observado que, à medida que o nível de ruído aumentava, as diferenças entre a parábola original e a parábola ajustada também aumentavam. Isso indica que a presença de ruído nos dados pode afetar significativamente a qualidade do ajuste, levando a uma representação menos precisa da curva verdadeira.

Esses resultados ressaltam a importância de considerar a presença de ruído ao realizar ajustes de curvas em dados experimentais ou observados. É essencial compreender a influência do ruído nos resultados e avaliar a robustez das técnicas de ajuste diante dessas variações.

Em resumo, o experimento realizado enfatiza a necessidade de considerar o ruído nos dados ao realizar ajustes de curvas e ressalta a importância da análise comparativa entre a curva verdadeira, os pontos perturbados e a curva ajustada. Essa abordagem permite uma compreensão mais completa das limitações e variações nos resultados do ajuste de curvas em situações com dados ruidosos, fornecendo insights valiosos para aplicações em análise de dados do mundo real.