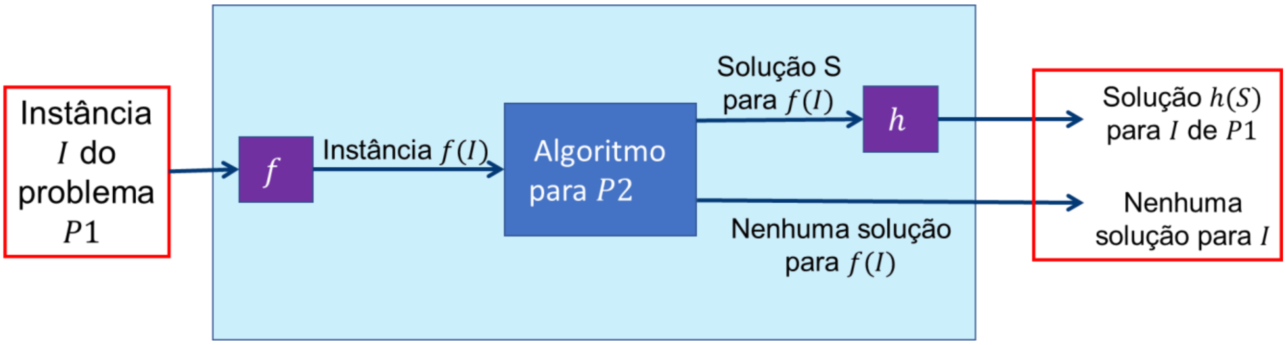
Transformação Polinomial (ou redução polinomial):

Suponha dois problemas P1 e P2.

Se existe uma função f que transforma as instâncias de P1 em instâncias de P2 em tempo polinomial E existe uma função h que transforma uma saída de P2 em uma saída de P1 em tempo polinomial, então é possível resolver P1 através de P2.



Conclusões da redução polinomial $P1 \propto P2$:

- Se P2 admite algoritmo de tempo polinomial então P1 também admite. Logo $P2 \in P \rightarrow P1 \in P$.
- P2 é pelo menos tão difícil quanto P1. Se P2 fosse mais fácil, a solução de P1 seria realizada sempre através de P2 e P1 também seria fácil.

Problemas NP-Completos.

Para provar que um problema Pa é NP-Completo:

1. Necessário provar que Pa está em NP ($Pa \in NP$)
2. Necessário provar que Pa é NP-Difícil.

Para demonstrar o passo 2, temos duas alternativas:

a) Provar que para todo problema $Pb \in NP$, vale $Pb \propto Pa$
b) Provar que dado um problema NP-Difícil Pc, vale $Pc \propto Pa$.

O item b exige um problema NP-Difícil para demonstrar que um outro problema também é NP-Difícil. Mas qual é o primeiro problema NP-Difícil?

Teorema de Cook-Levin: SAT é NP-Completo.

Cook demonstrou que para todo problema $Pb \in NP$, vale $Pb \propto SAT$. (SAT é pelo menos tão ou mais difícil do que qualquer outro problema em NP).

Agora que temos um primeiro problema NP-Difícil (SAT), podemos agora provar que vários outros problemas também são NP-Completos, usando SAT.

- SAT $\propto 3SAT$ (SAT pode ser "resolvido" através de 3-SAT)
- SAT $\propto$ CLIQUE (SAT pode ser "resolvido" através de CLIQUE).

Importante: A opção (b) para demonstrar que um problema é NP-Difícil só vale porque as transformações são transitivas:

- Se para todo $Pb \in NP$, vale $Pb \propto SAT$ e $SAT \propto Pa$, então vale $Pb \propto Pa$, para todo problema $Pb \in NP$ ($Pb \propto SAT \propto Pa$).
- Isso implica que Pa é pelo menos tão difícil quanto SAT, que por sua vez é tão ou mais difícil do que qualquer problema $Pb \in NP$. Logo, por transitividade, Pa é tão ou mais difícil do que qualquer problema $Pb \in NP$.