

Álgebra Linear Numérica

Tarefa 2 – Estudando Ajuste de reta

Introdução

O ajuste de reta é uma técnica comum na área de análise de dados, utilizada para modelar e prever comportamentos lineares em conjuntos de dados. Ele é especialmente útil quando se deseja entender a relação entre duas variáveis e fazer previsões com base nessa relação.

No código, são definidos os parâmetros da reta, como o coeficiente angular (m) e o coeficiente linear (c). Em seguida, são gerados pontos sintéticos ao longo da reta verdadeira, adicionando um nível de ruído especificado.

Através do ajuste da reta aos pontos perturbados, utilizando o método dos mínimos quadrados, é possível estimar os coeficientes que melhor descrevem a relação linear entre as variáveis. Esses coeficientes são então utilizados para traçar a reta ajustada aos dados perturbados.

Ao analisar os resultados dos ajustes de reta, é possível avaliar a precisão das estimativas e a capacidade do modelo em capturar a relação linear subjacente aos dados, mesmo diante de perturbações aleatórias.

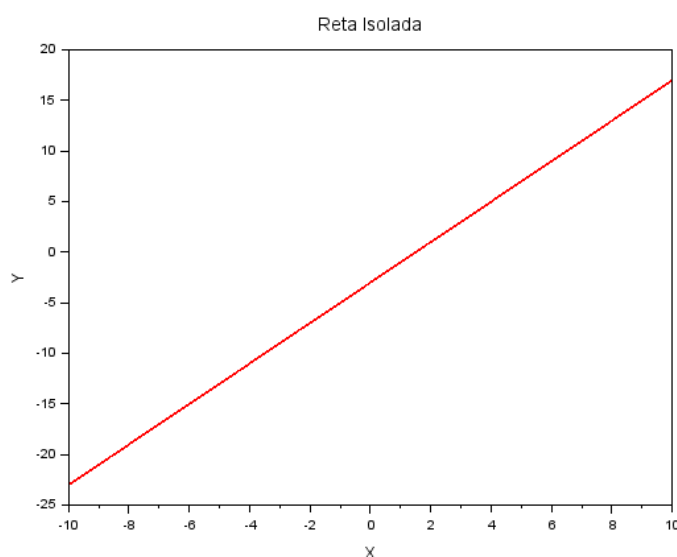
Em resumo, o código apresentado oferece uma ilustração prática do ajuste de reta aos pontos perturbados, demonstrando a aplicação dessa técnica na análise de dados e na modelagem de relações lineares.

Desenvolvimento

Vamos utilizar $m = 2$, $c = -3$, com isso temos a função:

$$y = 2x - 3$$

Que gera a seguinte reta:

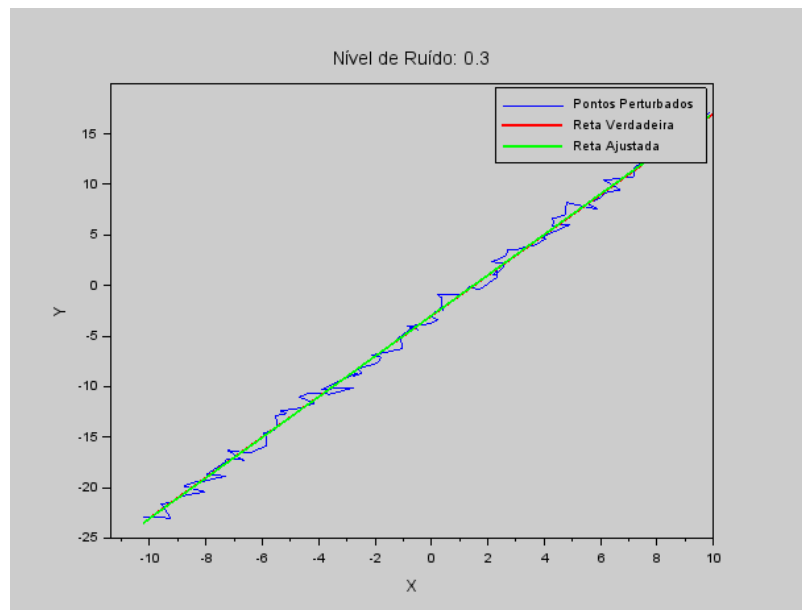


Vamos utilizar diferentes valores de ruídos, adotei esses valores {0.3, 0.9, 1.5}

1. A partir dessa parábola será usada a função `rand()` para gerar perturbação nos pontos.
2. Utilizando a barra invertida (`\`) do Scilab foi encontrada a reta que melhor se aproxima da distribuição de pontos que foi gerada anteriormente.
3. Comparar reta original e a nova reta aproximada
4. Fazer isso com diferentes ruídos

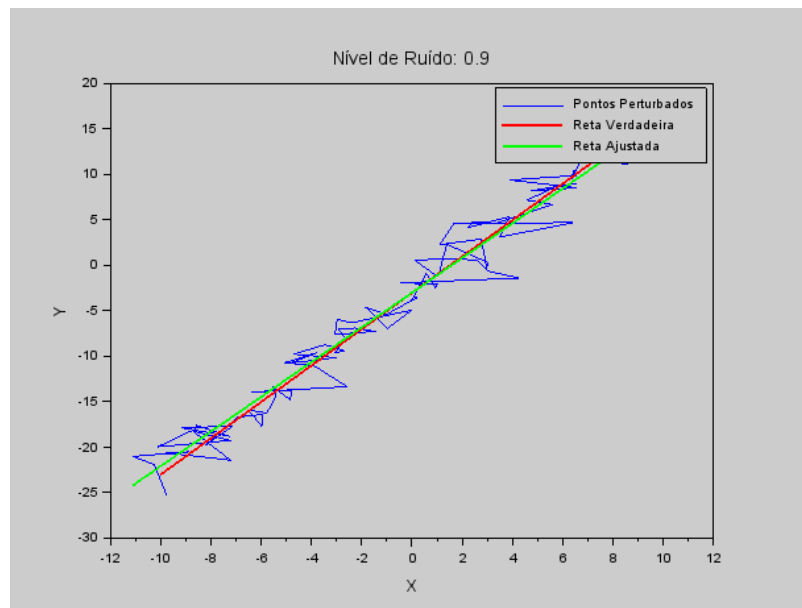
Vamos analisar os ruídos:

Ruido 0.3 gerou o seguinte gráfico:



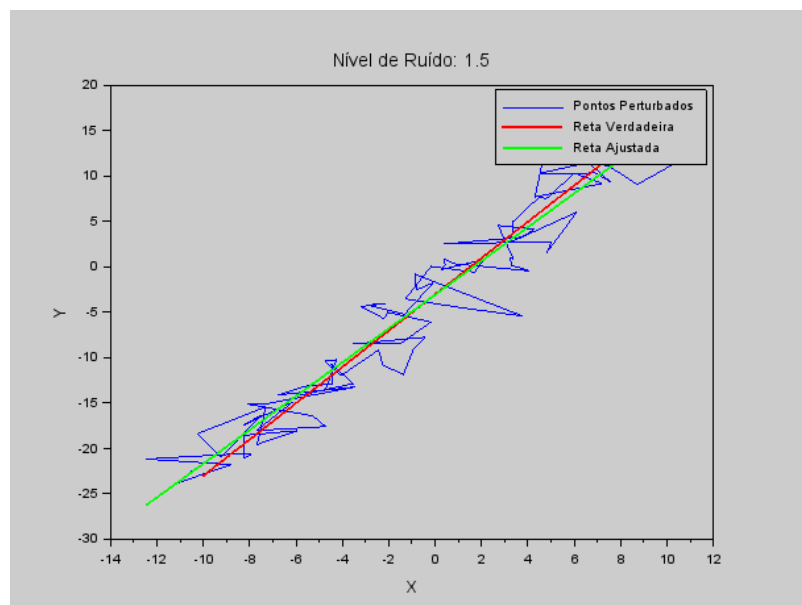
Aqui não conseguimos perceber muito bem a diferença, pois o ruído não é tão grande, mas dá pra notar uma leve alteração da reta original para reta ajustada.

Ruido 0.9 gerou o seguinte gráfico:



Aqui percebe-se melhor a diferença, pois o ruído é maior.

Ruido 1.5 gerou o seguinte gráfico:



Agora percebe-se que quanto maior o ruído, maior é a diferença da reta ajustada em relação a reta original.

Compreender as variações e limitações dos ajustes das retas em dados ruidosos é fundamental para tomar decisões informadas e obter resultados mais precisos e confiáveis em aplicações do mundo real.

Esse estudo foi realizado com o seguinte código:

```
clear
clc

// Parâmetros da reta e do ruído
m = 2;
c = -3;
niveis_ruído = [0.3, 0.9, 1.5];

// Gerar pontos sintéticos ao longo da reta
x_verdadeiro = linspace(-10, 10, 100);
y_verdadeiro = m*x_verdadeiro + c;
n_pontos = length(x_verdadeiro);

// Plotar a reta isolada
plot(x_verdadeiro, y_verdadeiro, "r", "linewidth", 2);
title("Reta Isolada");
xlabel("X");
ylabel("Y");

// Loop para diferentes níveis de ruído
for i = 1:length(niveis_ruído)
    figure();
    nivel_ruído = niveis_ruído(i);

    // Gerar pontos perturbados com ruído
    x = x_verdadeiro + nivel_ruído*rand(1, n_pontos, "normal");
    y = y_verdadeiro + nivel_ruído*rand(1, n_pontos, "normal");

    // Ajustar reta aos pontos perturbados usando a barra invertida "\"
    X = [x', ones(n_pontos, 1)];
    p = X \ y';

    // Avaliar a reta ajustada
    x_ajuste = linspace(min(x), max(x), 100);
    y_ajuste = p(1)*x_ajuste + p(2);

    // Plotar pontos perturbados e reta ajustada
    plot(x, y, "b", "markersize", 10);
    plot(x_verdadeiro, y_verdadeiro, "r", "linewidth", 2);
    plot(x_ajuste, y_ajuste, "g-", "linewidth", 2);
    title("Nível de Ruído: " + string(nivel_ruído));
    legend(["Pontos Perturbados", "Reta Verdadeira", "Reta Ajustada"]);
    xlabel("X");
    ylabel("Y");
end
```

Conclusão

O código apresentado demonstrou de forma prática o ajuste de uma reta aos pontos perturbados, utilizando diferentes níveis de ruído. A reta original, definida como $y = 2x - 3$, foi utilizada como base para gerar os pontos sintéticos. A partir desses pontos perturbados, foi realizada a estimativa da reta que melhor se ajusta aos dados, utilizando o método dos mínimos quadrados.

Ao analisar os gráficos gerados para diferentes níveis de ruído (0.3, 0.9, 1.5), pudemos observar as diferenças entre a reta original e a reta ajustada. Nos casos em que o ruído era menor, a diferença entre as duas retas era sutil. No entanto, à medida que o nível de ruído aumentava, a reta ajustada se distanciava cada vez mais da reta original.

Essa análise nos permite compreender as variações e limitações dos ajustes de retas em dados ruidosos. É fundamental considerar a influência do ruído na qualidade das estimativas e na capacidade de capturar a relação linear subjacente aos dados. Em aplicações do mundo real, é importante tomar decisões informadas levando em conta a presença de ruído e buscar técnicas mais avançadas de modelagem e ajuste que possam lidar com essa variabilidade.

Em resumo, o estudo do ajuste de reta em dados ruidosos nos permite compreender suas limitações e tomar decisões mais informadas na análise de dados e modelagem de relações lineares. A consciência da presença de ruído e a busca por técnicas adequadas são essenciais para obter resultados significativos e confiáveis em contextos do mundo real.