1).

a).

$$\underbrace{3^n}_{f(n)} = \underbrace{\Omega(2^n)}_{g(n)} \rightarrow c * g(n) \leq f(n)$$

Hallar c: c: puede tomar cualquier valor positivo que esté dentro de los parametros.

$$c \times 2^n \leq 3^n$$ con $c = 1$

$$\log(c \times 2^n) \leq \log(3^n)$$

$$\cancel{n} * \log(c \times 2) \leq \log(3) \cdot \cancel{n}$$

$$\log_{10}(2) \leq \log_{10}(3)$$

↳ cumple la condición con $c = 1$

Hallar un n_0:

- probar par $n_0 = 1$

$$1 \times 2^1 \leq 3^1 \rightarrow \text{cumple}$$

∴ Entonces se tiene que $c = 1$ y $n_0 = 1$ y cumple con los parametros de la definición.

- probar para $n_0 = 0{,}001$

$$1 \times 2^{0{,}001} \leq 3^{0{,}001} \rightarrow \text{cumple}$$

b). $\underbrace{\lg n}_{f(n)} = \underbrace{O(n)}_{g(n)} \longrightarrow$

① $\boxed{O(g(n)) = \{ f(n)}$: existen constantes positivas c y n_0. } ⓘⓘ

tal que $0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$ } ⓘⓘⓘ

para todo $n \geq n_0$ }. } ⓘⓥ

para hallar un c:

para $c = 1$

$$\log_{10}(n) \leq n \times c$$

$$n \leq 10^{n \times 1}$$

$n \leq 10^{n}$ $\longrightarrow$ definitivamente un numero es mucho menor que cualquier otro numero que se eleve a la 10 con el valor de ese mismo numero.

$\therefore$ cumple con $c = 1$

para algún n_0

$$n_0 \leq 10^{n_0}$$

$0{,}001 \leq 10^{0{,}001}$ $\longrightarrow$ cumple $\therefore$ Entonces encontramos $n_0 = 0{,}001$ y $c = 1$ como parametros validos para este caso.

2). Usando limites

a)

- $\underbrace{\log_{10} n}_{f(n)} = \underbrace{\Theta(\log_2 n)}_{g(n)}$

$f(x) = \log_2(x)$

$f(x)' = \dfrac{1}{x * \ln(2)}$

Definición usando limites

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff 0 < \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\log_{10} n}{\log_2 n} \longrightarrow \text{L' Hospital}$$

$$\frac{\dfrac{1}{n * \ln(10)}}{\dfrac{1}{n * \ln(2)}} = \frac{\cancel{n} * \ln(2)}{\cancel{n} * \ln(10)} = \frac{\ln(2)}{\ln(10)} \longrightarrow \text{constante}$$

Como $0 < \dfrac{\ln(2)}{\ln(10)} < \infty$ entonces $\log_{10} n \in \Theta(\log_2 n)$

b). $\underbrace{n^3}_{f(n)} = \underbrace{\Omega(n \times \lg n)}_{g(n)}$

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \Longleftrightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} > \infty$$

$$\frac{n^3}{n \times \log_2 n} \qquad \frac{3n^2}{n' \times \log_2 n + n \times \log_2 n'}$$

$$3n^2 \times \log_2 n + \frac{n \times 3n^2}{n \times \ln(2)}$$

$$3n^2 \log_2 n + \frac{3n^2}{\ln(2)}$$

$$\infty + \infty$$

$$\infty$$

$\therefore f(n) \in \Omega(g(n))$

3).

3. Podemos extender la notación para el caso de dos parámetros n y m. Para una función dada $g(n,m)$, denotamos por $O(g(n,m))$ el conjunto de funciones

$$\begin{aligned} O(g(n,m)) = \{f(n,m) : & \text{ existe una constante positiva } c, n_0, \text{ y } m_0 \\ & \text{ tal que } 0 \leq f(n,m) \leq cg(n,m) \\ & \text{ para todo } n \geq n_0 \text{ o } m \geq m_0\} \end{aligned}$$

Dar la correspondiente definición para $\Omega(g(n,m))$ y $\Theta(g(n,m))$.

$\Omega(g(n,m)) = \{ f(n,m)$: existe una constante positiva
tal que $0 \leq c \cdot g(n,m) \leq f(n,m)$
para todo $n \geq n_0$ o $m \geq m_0 \}$

$\Theta(g(n,m)) = \{ f(n,m)$: existen dos constantes positivas
c_1, c_2 tal que
$0 \leq c_1 * g(n,m) \leq f(n,m) \leq c_2 * g(n,m)$
para todo $n \geq n_0$ o $m \geq m_0 \}$