LISTA: DERIVADAS PARCIAIS

01 Em cada caso, encontre $f_x(x,y)$ e $f_y(x,y)$ se:

(a) $f(x,y)=6x+3y-7$; (b) $f(x,y)=xy^2+x^2y^3+x^3y^4$; (c) $f(x,y)=(x+2y)^{10}.(2x+y)^9$;

(d) $f(x,y)=\dfrac{2x-3y}{x^2+y^2}$; (e) $f(x,y)=x\,\mathrm{sen}\,y+y\,\mathrm{sen}\,x+xy$; (f) $f(x,y)=(x^2+y^2)^{-1/2}$;

(g) $f(x,y)=e^{y/x}.\ln\left(\dfrac{x^2}{y}\right)$; (h) $f(x,y)=x\cosh y+y\,\mathrm{senh}\,x$; (i) $f(x,y)=x^y$;

02 Em cada caso, encontre $f_x(x,y,z)$, $f_y(x,y,z)$ e $f_z(x,y,z)$ se:

(a) $f(x,y,z)=2x^2+3y^2+4z^2$; (b) $f(x,y,z)=xy^2z+x^2yz+xyz^2$; (c) $f(x,y,z)=2^{xyz}$;

(d) $f(x,y,z)=\sec(x+yz)$; (e) $f(x,y,z)=\mathrm{arctg}(xyz)$; (f) $f(x,y,z)=z^{xy}$;

03 Em cada caso, encontre $\dfrac{\partial u}{\partial x_i}$, $1\le i\le n$, se:

(a) $u(x_1,\dots,x_i,\dots,x_n)=\cos(x_1+\dots+x_i+\dots+x_n)$;

(b) $u(x_1,x_2,\dots,x_i,\dots,x_n)=\left(\sum_{k=1}^{n}x_k\right)^{1/p}$, p inteiro positivo;

04 Em cada caso, considere que a equação dada define a variável dependente z como uma função das duas variáveis independentes x e y. Então, use derivação implícita para encontrar $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, onde elas existam.

(a) $xy+z^3x-2yz=0$; (b) $yz+x\ln y=z^2$;

05 Em cada caso, use o Teorema Fundamental do Cálculo, devido à Leibniz (1646-1716) e à Newton (1643-1727) para encontrar $f_x(x,y)$ e $f_y(x,y)$ se:

(a) $f(x,y)=\displaystyle\int_y^x e^{\cos t}\,dt$; (b) $f(x,y)=\displaystyle\int_x^y \ln \mathrm{sen}\,t\,dt$;

06 Seja $u(x,y)=\mathrm{sen}\dfrac{x}{y}+\ln\dfrac{y}{x}$; Mostre que: $y\dfrac{\partial u}{\partial y}+x\dfrac{\partial u}{\partial x}=0$;

07 Seja $u(x,y,z)=x^2y+y^2z+z^2x$; Verifique se: $\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}=(x+y+z)^2$;

08 A lei dos gases para uma massa fixa m de um gás ideal à temperatura absoluta T, pressão P e volume V é $PV=mRT$, onde R é uma constante específica do gás. Então, mostre que:

(a) $\dfrac{\partial P}{\partial V}.\dfrac{\partial V}{\partial T}.\dfrac{\partial T}{\partial P}=-1$; (b) $T.\dfrac{\partial P}{\partial T}.\dfrac{\partial V}{\partial T}=mR$;