ANEXO · V

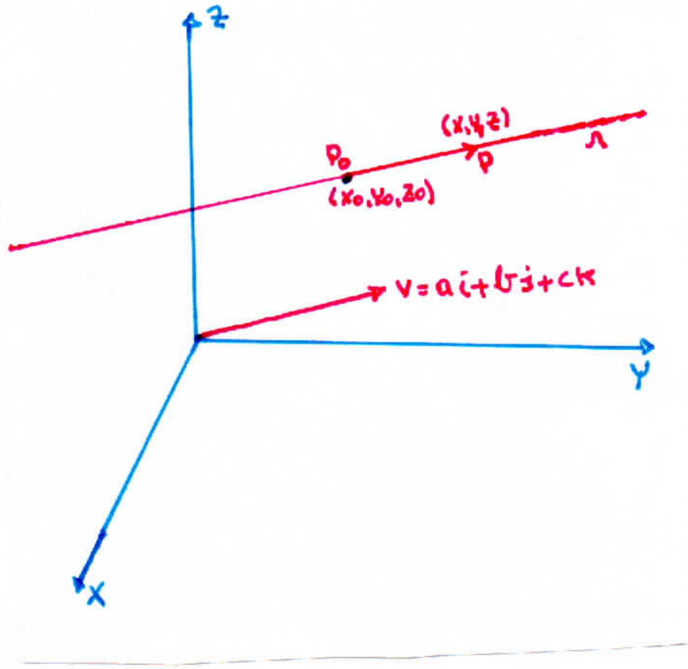
EQUAÇÕES DE RETAS E PLANOS EM R^3

(01) Vamos determinar equações de uma reta r passando por (x_0, y_0, z_0) na direção de um vetor, não-nulo, $V = ai + bj + ck$:

Seja (x, y, z) um ponto qualquer em r, distinto de (x_0, y_0, z_0); Formemos o vetor $\overrightarrow{P_0P} = (x-x_0)i + (y-y_0)j + (z-z_0)k$; Então, ele será paralelo ao vetor, não-nulo, $V = ai+bj+ck$. Ou seja, existe $\lambda \in R$ tal que: $\overrightarrow{P_0P} = \lambda V$;

$[(x-x_0)i+(y-y_0)j+(z-z_0)k] = \lambda(ai+bj+ck)$;

A igualdade de vetores em R^3 nos diz que cada coordenada de um vetor é igual à respectiva coordenada do outro vetor. Gerando portanto as seguintes três igualdades:



$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + \lambda a \\ y = y_0 + \lambda b \\ z = z_0 + \lambda c \end{cases} ; \forall \lambda \in R;}$$

Por outro lado, caso (x, y, z) não pertença à r, $\overrightarrow{P_0P}$ não será paralelo à V, logo (x, y, z) não satisfará à estas equações;

(02) Vamos determinar uma equação para um plano α passando por (x_0, y_0, z_0), e que tem como um vetor normal, um vetor, não-nulo, $N = ai+bj+ck$:

Seja (x, y, z) um ponto qualquer em α, distinto de (x_0, y_0, z_0). Formemos o vetor $\overrightarrow{P_0P} = (x-x_0)i + (y-y_0)j + (z-z_0)k$; Então, ele será ortogonal ao vetor, não-nulo, $N = ai+bj+ck$. Ou seja:

$\overrightarrow{P_0P} \cdot N = 0$; Que nos diz:

$[(x-x_0)i+(y-y_0)j+(z-z_0)k] \cdot [ai+bj+ck] = 0$;

$\boxed{ax + by + cz = d, \text{ com } d = ax_0 + by_0 + cz_0 \in R;}$

Por outro lado, caso (x, y, z) não pertença à α, $\overrightarrow{P_0P}$ não será ortogonal à N, logo $\overrightarrow{P_0P} \cdot N \neq 0$, e (x, y, z) não satisfará a equação acima;