LISTA · MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

01 Dentre todas as caixas fechadas com tampa, na forma de um paralelepípedo retângulo, encontre as dimensões daquela que:

a) com um volume fixo V, possui área superficial mínima;

b) com uma área superficial fixa A, possui volume máximo;

02 Resolva o problema anterior para caixas abertas, sem tampa;

03 Dentre todos os planos passando pelo ponto $(2,1,2)$, que têm como uma equação $\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z = 1$, $a>0$, $b>0$, e $c>0$, determine aquele que forma, no 1º octante, com os planos coordenados um tetraedro de volume mínimo;

04 Use a fórmula devida, à Heron de Alexandria (século I d.C.), para a área S de um triângulo, em função de seus lados x, y e z e de seu semiperímetro p, dada por $S(x,y,z) = \sqrt{p(p-x)(p-y)(p-z)}$, para mostrar que dentre todos os triângulos com perímetro fixado $2p$, o equilátero é de área máxima;

05 Mostre que dentre todos os triângulos inscritos numa circunferência, tendo em seu interior o centro da circunferência, o equilátero é de área máxima;

06 Em cada caso, encontre o(s) ponto(s) pertencente(s) à superfície dada que estejam mais próximo(s) da origem:

a) $xy^2z^3 = 2$;

b) $z^2 - xy = 4$;

07 Encontre o ponto pertencente à reta de interseção dos planos $x+y+z=4$ e $x-y-z=3$, que esteja mais próximo da origem;

08 Encontre o ponto pertencente à curva de interseção do plano $x+y+z=1$ com o cone, de duas folhas, $z^2 = 2x^2 + 2y^2$, que esteja mais próximo da origem;

09 Dentre todos os pentágonos construídos encimando-se à um retângulo (sem seu lado superior), um triângulo isósceles (sem sua base), que têm o mesmo perímetro L, determine (em função de L) as dimensões daquele de área máxima;

10 Dentre todas as elipses $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a>0$ e $b>0$, que circundam a circunferência $x^2+y^2=2y$, determine aquela cuja área seja a menor possível;