

Variáveis Aleatórias Discretas

Prof. José Roberto Silva dos Santos

Depto. de Estatística e Matemática Aplicada - UFC

Fortaleza, 25 de maio de 2022

Exemplo

- De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, foi retirada uma amostra de 4 peças ao acaso. Seja X o número de peças defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X , quando:
 - (a) As peças forem escolhidas com reposição.
 - (b) As peças forem escolhidas sem reposição.
 - (c) Qual o valor esperado e variância do número de peças defeituosas na amostra nas duas situações?.

1 Distribuição Geométrica

- Consideremos uma sequência ilimitada de ensaios de Bernoulli, com probabilidade de sucesso p em cada ensaio. Realizamos os ensaios até que ocorra o primeiro sucesso.
- Seja X a variável aleatória que conta o número de ensaios até o primeiro sucesso. Então X segue *Distribuição Geométrica* com parâmetro $0 < p < 1$ e a sua função de probabilidade é dada por:

$$\mathbb{P}(X = x) = p(1 - p)^{x-1} \text{ para todo } x = 1, 2, 3, \dots$$

$$F(x) = 1 - (1 - p)^x$$

- Notação: $X \sim \text{Geo}(p)$.

Distribuição Geométrica

Propriedades:

- $\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}$; (demonstração)
- $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$. (demonstração)

Distribuição Geométrica

Exemplo:

- A probabilidade de haver alguma falha no lançamento de uma nave espacial é 10%. Qual a probabilidade de que para lançar a nave sejam necessárias:
 - (a) 2 tentativas?
 - (b) no máximo 3 tentativas?
 - (c) Qual o número esperado de tentativas. Qual o desvio-padrão?

Exemplo:

A probabilidade de se encontrar aberto o sinal de trânsito numa esquina é 0,2. Qual a probabilidade de que seja necessário passar pelo local 5 vezes para encontrar o sinal aberto pela primeira vez?

X = número de vezes até encontrar sinal aberto.

$$p = 0,2$$

$$\mathbb{P}(X = 5) = p(1 - p)^4 = 0,2 \times 0,8^4 = 0,0819$$

Distribuição Geométrica

Propriedade de falta de memória

Proposição:

Seja $X \sim \text{Geo}(p)$. Para quaisquer números inteiros positivos s e t , vale

$$\mathbb{P}(X \geq s + t | X \geq s) = \mathbb{P}(X \geq t).$$