

Variáveis Aleatórias Discretas

Prof. José Roberto Silva dos Santos

Depto. de Estatística e Matemática Aplicada - UFC

Fortaleza, 16 de maio de 2022

Definição

- Seja X uma v.a com f.d.a F . A mediana (Md) de X é por definição qualquer número m que satisfaça a desigualdade:

$$\mathbb{P}(X \leq m) \geq \frac{1}{2} \text{ e } \mathbb{P}(X \geq m) \geq \frac{1}{2}, \quad (1)$$

em particular m pode ser o valor médio dos valores de X que satisfazem (1).

- Para qualquer quantil de ordem p temos:

$$\mathbb{P}(X \leq Q_p) \geq p \text{ e } \mathbb{P}(X \geq Q_p) \geq 1 - p, \quad (2)$$

Definição:

A moda de uma v.a X discreta é o valor x em que a sua função de probabilidade toma o valor máximo. Simbolicamente temos,

$$Mo = \arg \max_x p(x)$$

Mais Medidas Resumo para v.a's

Exemplo

- Considere a seguinte distribuição de probabilidade

X	-5	10	15	20
$p(x)$	0,3	0,2	0,4	0,1

- $Mo(X) = 15$
- $\mathbb{P}(X \leq 10) = \mathbb{P}(X \geq 15) = 0,5$, então a mediana

$$Md(X) = \frac{10+15}{2} = 12,5$$

Exemplo 1

Três bolas são retiradas aleatoriamente de uma urna contendo 3 bolas brancas, 3 bolas vermelhas e 5 bolas pretas. Suponha que, para cada bola branca selecionada ganha-se R\$ 1,00 e para cada bola vermelha selecionada perde-se R\$ 1,00. Defina a variável aleatória X cobrindo os possíveis valores no experimento.

- (a) Encontre a distribuição de probabilidade de X .
- (b) Qual a probabilidade de ganhar? e a de perder?
- (c) Quanto ganharíamos em média? e com qual desvio-padrão?

Exemplo 2

A seguir temos a função de distribuição acumulada (f.d.a) da v.a X que representa o número de trabalhadores por domicílio, em uma determinada população.

$$F(x) = \begin{cases} 0,00 & ; x < 0 \\ 0,20 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0,55 & ; 1 \leq x < 2 \\ 0,80 & ; 2 \leq x < 3 \\ 0,95 & ; 3 \leq x < 4 \\ 1,00 & x \geq 4 \end{cases} \quad (3)$$

- (a) Qual o número esperado de trabalhadores por domicílio?
- (b) Qual o desvio-padrão do número de trabalhadores por domicílio?

Exemplo 3

Um estudante preenche por adivinhação um exame de múltipla escolha com 5 respostas possíveis (das quais uma correta) para cada uma de 10 questões.

- (a) Qual a distribuição do número de respostas certas?
- (b) Qual a probabilidade de que o estudante obtenha 9 ou mais respostas certas?
- (c) Qual a probabilidade de que acerte pelo menos duas questões?

Exemplo 4

Um aluno estuda exercícios, dos quais o professor vai escolher 6 aleatoriamente para uma prova. O estudante sabe resolver 9 dos 12 problemas. Seja X o número de exercícios resolvidos por ele na prova.

- (a) Qual a distribuição de X ?
- (b) Calcule a probabilidade de que o aluno resolva ao menos 5 exercícios da prova.