

Monitoria MAE0219

$$X = 0, 1, 2, \dots$$

Variáveis Aleatórias discretas

Bernoulli

fracasso

sucesso

ou X assume valores 0 ou 1 $X \sim B(p)$

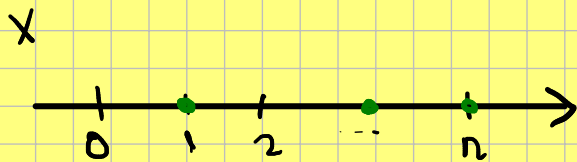
$$p(X=0) = 1-p$$

$$p(X=1) = p$$

$$E(X) = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = p$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E(X^2) - E^2(X) = (0^2 \cdot (1-p) + 1^2 \cdot p) - p^2 \\ &= p - p^2 = p(1-p) \end{aligned}$$

Variação \rightarrow Medida de dispersão



$$\text{Variancia Amostral} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Porque ao quadrado?

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n \bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i - n \cdot \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = 0$$

Desvio Padrão

$$DP = \sqrt{\text{Var}}$$

Poisson x Binomial

Binomial

$p \rightarrow$ sucesso

$1-p \rightarrow$ fracasso

ou $X = n^\circ$ de sucessos nos n exp.

p p \dots p
| | \dots |
S \dots S
F \dots F

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$n = 5$$

$X = 3$ sucessos

SSS FF
SSFFS

Quantas permutações?

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Poisson

n experimentos de Bernoulli (n grande)

$p \rightarrow$ sucesso (p bem pequeno)

parâmetro $\lambda = np$ ($np < 1$)

$$P(N=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}, \quad k! = k \cdot (k-1) \cdots 1$$

$$E(N) = \text{Var}(N) = \lambda$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,72$$

Ex. 6.18

5 chamadas p/min

N = va. qnt chamadas em 1 min

$$P(N=0) = ?$$

$$N \sim \text{Poisson}(\lambda=5)$$

$$P(N=0) = \frac{e^{-5} \cdot 5^0}{0!} = e^{-5} = 0,0067$$

N' = va. qnt chamadas 4 min

$$\lambda = 20$$

$$\begin{aligned} P(N' \leq 2) &= P(N'=0) + P(N'=1) + P(N'=2) = \frac{e^{-20} \cdot 20^0}{0!} + \frac{e^{-20} \cdot 20^1}{1!} + \frac{e^{-20} \cdot 20^2}{2!} \\ &= e^{-20} (1 + 20 + 200) = 221 e^{-20} = \frac{221}{e^{20}} \approx 0 \end{aligned}$$

Exercício 44 (Lista 2a)

X = va. discreta

$$P(X = \text{par}) = P(X=2) + P(X=4) + \dots$$

$$P(x) = 2^{-x}, \quad x=1,2,\dots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \dots$$

$$\underline{q < 1}: P(X = \text{par}) = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/4}{1-1/4} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$q = \frac{1}{4}$
 $a_1 = \frac{1}{4}$