Monitoria MAE0219

Variáveis Aleatórias discretas ← $X = 0, 1, 2, \dots$

Bernoulli

va X assume valores 0 ou 1 $\quad X \sim B(p)$

fracasso → 0, sucesso → 1

- $p(X=0) = 1-p$
- $p(X=1) = p$

$$E(X) = 0\cdot(1-p) + 1\cdot p = p$$

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = \left(0^2\cdot(1-p) + 1^2\cdot p\right) - p^2$$
$$= p - p^2 = p(1-p)$$

Variância → Medida de dispersão

X

0 1 2 ... n

$$\text{Variancia Amostral} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Porque ao quadrado?

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i - n\cdot\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = 0}$$

Desvio Padrão

$$DP = \sqrt{Var}$$

Poisson x Binomial

Binomial

p → sucesso

$1-p$ → fracasso

va X = nº de sucessos nos n exp.

1º 2º ... nº

S ... S

F ... F

$$\boxed{P(X=k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}}$$

$n = 5$

$X = 3$ sucessos

SSSFF ?

SSFFS

Quantas permutações?

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Poisson

n experimentos de bernoulli (n grande)

p → fracasso (p bem pequeno)

parametro $\lambda = np$ $(\underbrace{np} < 7)$

$$e = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$\cong 2{,}72$

- $P(N=k) = \dfrac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^k}{k!}$, $k! = k\cdot(k-1)\cdots 1$

- $E(N) = Var(N) = \lambda$

Ex. 6.18

5 chamadas p/ min

$N \sim Poisson(\lambda = 5)$

N = va. qnt chamadas em 1 min

$P(N=0) = ?$

$P(N=0) = \dfrac{e^{-5}\cdot 5^0}{0!} = e^{-5} = 0{,}0067$

N' = va. qnt chamadas 4 min

$\lambda = 20$

$P(N' \leq 2) = P(N'=0) + P(N'=1) + P(N'=2) = \dfrac{e^{-20}\cdot 20^0}{0!} + \dfrac{e^{-20}\cdot 20^1}{1!} + \dfrac{e^{-20}\cdot 20^2}{2!}$

$= e^{-20}(1+20+200) = 221\, e^{-20} = \dfrac{221}{e^{20}} \cong 0$

Exercício 44 (Lista 2(a))

X = va discreta

$P(x) = 2^{-x}$, $x = 1, 2, \ldots$

$P(x = par) = P(x=2) + P(x=4) + \cdots$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cdots$

$q = \frac{1}{4}$

$a_1 = 1/4$

$\underline{q<1}$: $P(X=par) = \dfrac{a_1}{1-q} = \dfrac{1/4}{1-1/4} = \dfrac{1/4}{3/4} = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{4}{3} = \dfrac{1}{3}$