Diseño Recursivo - Octubre 2016

$Q \equiv (n > 0)$

Funcion Evaluacion ($v[1..n]$, $w[1..n]$: vector de enteros ; x : entero) retorna (e : entero)

$R \equiv \{ b = (Nk) (v[k] + w[n-k+1] = x : 1 \leq k \leq n \}$

Inducción Noetheriana : A cada vector le asociamos un natural n que corresponde al nº de elementos del vector. Seguidamente aplicaremos inducción global sobre dicho natural n.

Sustituimos i por 1 y n por j :

$Q \equiv \{ 1 \leq i \leq j \leq n \}$

Funcion iEvaluacion ($v[1..n]$ $w[1..n]$: vector de enteros ; x,i,j : enteros) retorna (b : booleano)

$R' \equiv \{ b = (Nk) (v[k] + w[j-k+i] = x : i \leq k \leq j \}$

Primera llamada a la función : Evaluacion (v, w, x) = iEvaluacion (v, w, x, 1, n)

Dado el problema iEvaluacion (v, w, x, i, j), para pasar al problema sucesor eliminaremos una componente al comienzo y final de la sección. Esto es iEvaluacion (v, W, x, i+1, j-1)

B_T = i = j , la sección del vector a tratar tiene un único elemento

B_T = i+1 = j , la sección a tratar tiene dos elementos.

B_{nT} = i+1 < j , la sección a tratar tiene mas de dos elementos.

En el caso de que la sección tratada tuviera un único elemento cada una, habría que comprobar que la suma de dichos elementos es igual a x. Si fuera cierto, f retornaría 1 y 0 en caso contrario.

En el caso de que la sección tratada tuviera dos elementos cada una, habría que comprobar que la suma del primer elemento de V y el último de W fuese x, e igualmente que el último elemento de V y el primero de W sumados también fuera x. En caso de que ambas comprobaciones fueran ciertas, la función devolvería 2, si solo fuera 1, 1 y si ninguna lo fuese 0.

Llamaremos b a la solución del problema iEvaluacion (v, W, x, i+1, j-1), el cual consiste en determinar el nº de veces que la suma de una componente $v[i..j]$ con su componente especular $w[i..j]$ es igual a un número dado.

Hipótesis de recurrencia : suponemos conocida la solucion al subproblema iEvaluacion (v, w, x, i+1, j-1), cuyo valor llamaremos b'. Esto quiere decir que conocemos la solucion de cuántos veces lo suma de una componente $V[i+1..j-1]$ con su componente especular $w[i+1..j-1]$ es igual a un entero x. Para comprobar la solución del problema iEvaluacion (v, W, x, i, j) a partir de la solución del subproblema, bastaría comprobar :

$$(v[i] + w[j] = x) \&\& (v[j] + W[i] = x)$$

Si ambas comprobaciones fueran ciertas, se suma 2 a b', para obtener b. Si solo fuese una, se suma 1 a b' para obtener b y si no lo fuera ninguna b=b'

Funcion iEvaluacion ($v[1..n]$ $w[1..n]$: vector de enteros ; x, i, j : enteros)
retorna (e : entero)

caso
$i = j \rightarrow (v[i] + w[j] = x)$
$i+1 = j \rightarrow (v[i] + w[j] = x) + (v[j] + w[i] = x)$
$i+1 < j \rightarrow iEvaluacion(v, w, x, i+1, j-1) + (w[j] + v[i] = x) + (v[j] + w[i] = x)$
fcaso
ffuncion

$Q(\bar{x}) \wedge B_T(\bar{x}) \Rightarrow R(\bar{x}, triv(\bar{x}))$

$1 \leq i \leq j \leq n \wedge i = j \overset{\wedge i+1=j}{\Rightarrow} b = (NK)(v[k] + w[j-k+i] = x : i \leq k \leq j)$

Si $i = j$ eso quiere decir que $b = (NK)(v[k] + w[j-k+i] : i \leq k \leq i)$ por lo que
$b = (v[i] + w[j-i+i] = x$
$b = (v[i] + w[j] = x)$ que devuelve el caso trivial

si $i+1 = j$ entonces $b = (NK)(v[k] + w[j-k+i] : i \leq k \leq i+1)$ por lo que
$b = (v[i] + w[i+j-i] = x) + (v[i+1] + w[j-(i+1)+i] = x)$
$b = (v[i] + w[j] = x) + (v[i+1] + w[j-1] = x)$
$i = j+1$, $i = j-1$
$b = (v[i] + w[j] = x) + (v[j] + w[i] = x)$ que es solución de $triv(\bar{x})$

$Q(\bar{x}) \wedge B_{NT}(\bar{x}) \wedge R(s(\bar{x}), \bar{y}') \Rightarrow R^{3}(\bar{x}, c(\bar{y}', \bar{x}))$

$1 \leq i \leq j \leq n \wedge i+1 < j \wedge b' = (NK)(v[i] + w[j-k+i] = x : i+1 \leq k \leq j-1) \Rightarrow$
$\Rightarrow b = (NK)(v[i] + w[j-K+i] = x : i \leq K \leq j)$

$b = b' + (v[i] + w[j] = x) + (v[j] + v[i] = x)$
$= (NK)(v[i] + w[j-K+i] = x : i+1 \leq K \leq j-1) + (v[i] + w[j] = x) + (v[j] + w[i] = x)$
$= (NK)(v[i] + w[j-K+i] = x : i \leq K \leq j)$