



Considerar un sistema electrónico que consta de C componentes, cada uno de los cuales debe funcionar para que el sistema también lo haga. La tolerancia a fallos de este sistema se puede mejorar si se instalan varias unidades paralelas $(1, 2, \dots, U)$ en uno o más de los componentes, siendo una unidad paralela lo mínimo a instalar en cada componente. La probabilidad de que el sistema funcione es el producto de las probabilidades de que los respectivos componentes funcionen. La probabilidad de funcionamiento del componente i con j unidades paralelas se conoce y está almacenada en la posición (i, j) de la matriz $\text{Prob}[1..C][1..U]$. De igual forma, se dispone del coste de instalar j unidades en el componente i , el cual se encuentra en la posición (i, j) de la matriz $\text{Coste}[1..C][1..U]$. Se pide, aplicando Programación Dinámica, determinar cuántas unidades paralelas deben instalarse en cada uno de los C componentes para de ese modo maximizar la probabilidad de que el sistema funcione, sabiendo que el sistema en su conjunto no puede costar más de P €.

Se pide responder con claridad, concisión y rigor a las siguientes cuestiones:

- (10%) Solución como secuencia de decisiones: número de decisiones, significado de la decisión i -ésima, número de alternativas para la decisión i -ésima.
- (10%) Función Objetivo y restricciones.
- (15%) Demostración del principio de optimalidad.
- (35%) Definición recursiva.
- (5%) Indicar qué representa la definición recursiva, es decir, qué valor devuelve.
- (5%) Llamada inicial a la función recursiva.
- (20%) Árbol de llamadas para el siguiente ejemplo: $C=4$, $U=3$, $P=7$ y

$\text{Coste}[1..4][1..3] =$

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 |
| 2 | 1 | 4 |
| 3 | 4 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |

$\text{Prob}[1..4][1..3] =$

| | | |
|------|------|------|
| 0.75 | 0.40 | 0.90 |
| 0.90 | 0.80 | 0.90 |
| 0.75 | 0.90 | 0.90 |
| 0.60 | 0.50 | 0.40 |