g) Solución Bnt 1,875 *

Al tener el cuantificador universal, deben cumplirse ambas condiciones, la primera será una llamada recursiva a la función para recorrer cada una de las filas de la matriz.

$\boxed{j>1}$

Bnt $\Rightarrow$ ¿Examen$(A, k-1)$ && $\left(Aux(A, k-1) \leq Aux(A, k)\right)$

La segunda condición será comprobar mediante una función auxiliar que el nº de 0s de la fila k es mayor o igual que la fila anterior $(k-1)$.

Lo que hace la llamada recursiva con el AND es ir encadenando los resultados de cada llamada a la función Aux y si TODAS son true, el resultado final lo será.

h) Funcion inmersora y Aux 1,5

```
¿Examen(Matriz[n][n]: Matriz enteros, k: entero) retorna (b:booleano)}
Bt => j=1 ==> retorna true
Bnt => j>1 ==> retorna ¿Examen(A,k-1) && (Aux(A,k-1) ≤ Aux(A,k))
retorna b;
ffuncion

Aux(Matriz[n][n]: Matriz enteros, k: entero) retorna (p: entero)
  para i=1 hasta n
      si Matriz[k][i] = 0
          p+=1
      fsi
  fpara
  retorna p.
ffunción.
```

c) NO, ~~cambia~~ precondicion. por rangos vacios, nada más

d) si ~~$\Rightarrow$~~ $\{0 \leq i \leq j = n-1\}$

2 3 5 7 2 3 2

$i = j$

Bt $\Rightarrow i > j$

Bnt $\Rightarrow j = i$

a) Especificación formal 1,25

$Q \equiv \{ n \geq 1 \wedge m \geq 1 \}$ ✓

Función Examen(~~Matriz~~ A[n][m]: matriz de enteros) retorna (b: booleano) ✓

$R \equiv \{ (\forall i) \; ((N i)(A[i][j] = 0)) \leq ((N j)(A[i+1][j] = 0)) : 2 \leq j \leq n \}$

$1 \leq j \leq n$ $\quad$ $1 \leq j \leq n$

b) Inducción y tipo 0,375

Inducción noetheriana ya que a cada fila de la matriz le asignamos un natural, seguido de eso inducción débil. ✓

c) Inmersión no final 0,75

$Q' \equiv \{ 1 \leq k \leq n \wedge m \geq 1 \}$ ✓

Función Examen (A[n][m]: matriz enteros, k: entero) retorna (b: bool) ✓

$R' \equiv \{ (\forall i) \; ((N i)(A[i][j] = 0)) \leq ((N i)(A[i+1][j] = 0)) : 1 \leq i \leq j \} \}$ ✗

d) Sucesor

~~Examen(A[n][m])~~ ¿Examen (A[n][m], k-1) ✓

$S(x) = k - 1$

e) Condiciones Bt y Bnt 0,375

Bt ⇒ $j = 1$ ✓

Bnt ⇒ $j > 1$ ✓

f) Solución para Bt 1,25

La solución sería verdadero cuando Bt $j=1$ ya que el rango vacío del cuantificador universal es verdadero, no habría filas con las que comparar el nº de ceros, esta será siempre la que tenga más en este caso.

a) Especificación formal de función

- $Q \equiv \{ n > 0 \wedge m > 0 \}$
- Función Examen (A[1..n][1..m] : matriz de enteros) retorna (b : booleano)
- $R \equiv \{ (\forall i) \; (2*A[i][j-1] : 1 \leq i \leq n) = (A[i][j] : 1 \leq i \leq n) : 2 \leq j \leq m \}$

b) Principio de inducción utilizado

Utilizamos inducción noetheriana, asignando a cada matriz un natural m para cada columna, y sobre este natural inducción simple.

c) Inmersión no final

- $Q' \equiv \{ 1 \leq k \leq m \wedge n > 0 \}$
- Función iExamen (A : [1..n][1..m] : matriz enteros, k : entero) retorna (b : booleano)
- $R' \equiv \{ (\forall i) \; (2*A[i][k-1] : 1 \leq i \leq n) = (A[i][k] : 1 \leq i \leq n) : 2 \leq k \leq m \}$
  - Examen (A) = iExamen (A, k) cuando k = n

d) Sucesor

$s(x) = k - 1$ ya que iremos disminuyendo columnas hasta llegar al caso base, de una en una.

e) Condiciones Bt y Bnt

Bt $\Rightarrow$ $k = 1$ $\Rightarrow$ VERDADERO

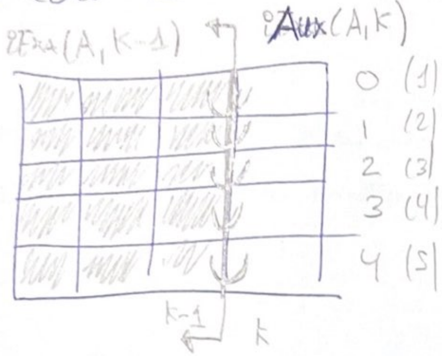
Bnt $\Rightarrow$ $k > 1$ (otro caso) $\Rightarrow$ Función combinación...

f) Solución caso base:

Al tener un $R \equiv \{ (\forall i) \; (2A[i][k-1] : 1 \leq i \leq n) = (A[i][k] : 1 \leq i \leq n) : 2 \leq k \leq 1 \}$ Estamos en el rango vacío del cuantificador universal por lo que el caso base retornará CIERTO, al ser este el valor de $\forall$ en rango vacío.

g)

Necesitaremos de dos funciones, una auxiliar que compruebe la condición del Algoritmo $\Rightarrow [A[i][k-1] = A[i][k]]$ y otra que haga la llamada recursiva para recorrer todas las columnas de la matriz



Supongo conocido el problema anterior al que quiero comprobar, si este se cumple y la función Aux también devolverá cierto.

h)

(1)

a) Especificación formal de la función

$Q = \{ n, m > 0 \}$

Función Examen ($M[1..n][1..m]$: matriz enteros) retorna (b: booleano)

$R = \{ b = (\forall i) \big(((\forall j)(2 * M[i][j-1] = M[i][j] : 1 \le j \le m) \big) :$

b) Principio de inducción utilizado

Inducción noetheriana, asignamos un valor m a las columnas de cada matriz y sobre este aplicamos inducción simple.

c) Inmersión no final

$Q' = \{ 1 \le k \le m \wedge n > 0 \}$

Función iExamen ($M[1..n][1..m]$: matriz enteros, K: entero) retorna (b: booleano)

$R' = \{ b = (\forall i) \big(((\forall j)(2 * M[i][j-1] = M[i][j] : 1 \le k \le m) \big) : 1 \le i \le n \}$

Primera llamada $\longrightarrow$ Examen (M) = iExamen (M, k)
cuando k = m.

d) Sucesor.

Siendo la llamada inicial $k = m \Rightarrow s(x) = k - 1$

e) Condiciones caso trivial/no trivial

$Bt \Rightarrow k = 1$

$Bnt \Rightarrow$ otro caso, $k > 1$

f) ~~[illegible]~~

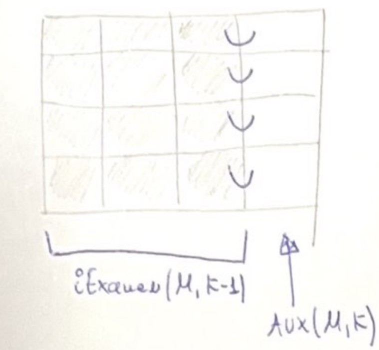
Solución propuesta caso base

Suponiendo el rango vacío:

$(\forall i) \big(((\forall j)(2 * M[i][j-1] = M[i][j]) : 1 \le k \le 0) \big) : 1 \le i \le n \big|$.

Al tener el rango vacío de un cuantificador universal el resultado que devolverá será VERDADERO.

g) Explicar solución caso no trivial



Suponiendo conocido el problema anterior, osea ¿Examen(M, k-1) tendríamos que verificar que el problema se cumple para el tamaño k.

Para eso usaremos una función auxiliar que será la encargada de comprobar que cada ~~fila~~ col es el doble que la anterior.

$$c(\bar{x}, \bar{y}') = \text{¿Examen}(M, k-1) \ \&\& \ Aux(M, k)$$

h) Función inmersora en pseudocódigo + AUX.

```
función ¿Examen(M[1..n][1..n]: matriz enteros, k: entero) retorna (b: booleano)
    si k = 1 entonces retorna VERDADERO
    sino
        si k > 1 entonces retorna ¿Examen(M, k-1) && Aux(M, k)
        fsi
    fsi
ffunción

función Aux(M[1..n][1..m]: matriz enteros, k: entero) retorna (b: booleano)
    i: entero = 1 , resultado: bool = VERDADERO
    mientras i < n && resultado
    i++   si M[i][k] = 2* M[i][k-1]
              resultado = VERDADERO
          sino resultado = FALSO
          fsi
    fmientras
    retorna resultado
ffunción
```

② Verifica formalmente

$Q(x) \Rightarrow Bt(x) \vee Bnt(x)$

$1 \le i \le n \wedge x > 0 \Rightarrow i = 1 \vee i > 1$

SE CUMPLE

$Q(x) \wedge Bnt(x) \Rightarrow Q(s(x))$

$1 \le i \le n \wedge i > 1 \Rightarrow (i-1) \ge 1$
$\wedge\, x > 0$

$Q(x) \wedge Bt(x) \Rightarrow R(x), triv(x)$

$1 \le i \le n \wedge x > 0 \wedge i = 1$
$\Rightarrow 1 = (\Sigma k)(V[k] * x^k : 1 \le k \le i)$

OJO $1 \le k \le 1$

$k = 1 \Rightarrow V[1] * X$

por tanto $1 \ne V[1] \cdot X$
NO SE CUMPLE.
postcondición.

$Q(x) \wedge Bnt(x) \wedge R(s(\bar{x}), \bar{y}') \Rightarrow R(\bar{x}, c(\bar{y}', \bar{x}))$

$t: D \to \mathbb{Z}$ tal que $Q(\bar{x}) \Rightarrow t(\bar{x}) \ge 0$

$t(V, n, x, i) \stackrel{def}{=} i$

~~[illegible]~~ $(1 \le i \le n) \wedge (x > 0) \Rightarrow i \ge 1$

1. $Q(\bar{x}) \Rightarrow Bt(\bar{x}) \vee Bnt(\bar{x})$

2. $Q(\bar{x}) \wedge Bnt(\bar{x}) \Rightarrow Q(s(\bar{x}))$

3. $Q(\bar{x}) \wedge Bt(\bar{x}) \Rightarrow R(\bar{x}, triv(\bar{x}))$

4. $Q(\bar{x}) \wedge Bnt(x) \wedge R(s(\bar{x}), \bar{y}') \Rightarrow R(\bar{x}, c(\bar{y}', x))$

5. $t : D \to \mathbb{Z}$ tal que $Q(\bar{x}) \Rightarrow t(\bar{x}) \geq 0$

6. $Q(\bar{x}) \wedge Bnt(\bar{x}) \Rightarrow t(s(\bar{x})) < t(\bar{x})$

$\bar{x} = i$

1. $Q(\bar{x}) \Rightarrow Bnt(\bar{x}) \vee Bt(x)$

$(1 \leq i \leq n) \wedge (x > 0) \Rightarrow (i > 1) \vee (i = 1)$ Se cumple

2. $Q(x) \wedge Bnt(x) \Rightarrow Q(s(x))$

$(1 \leq i \leq n) \wedge (x > 0) \wedge (i > 1) \Rightarrow (i-1) \geq 1$

3. $Q(x) \wedge Bt(x) \Rightarrow R(x, triv(x))$

$(1 \leq i \leq n) \wedge (x > 0) \wedge (i = 1) \Rightarrow 1 = (\Sigma k)(V[k] * x^k : 1 \leq k \leq 1)$

$V[1] \cdot x \neq 1$ <u>NO SE CUMPLE</u>

4. $Q(x) \wedge Bnt(x) \wedge R(s(x), \bar{y}') \Rightarrow R(\bar{x}, c(\bar{y}', \bar{x}))$

$(1 \leq i \leq n) \wedge (x > 0) \wedge (i > 1) \wedge (p' = (\Sigma k)(V[k] * x^k : 1 \leq k \leq i-1)$

$\Rightarrow p = p' + V[i] \cdot x^i$

①

a) $Q \equiv \{ n \geq 1 \}$

Función iExamen (M[1..n][1..n]: Matriz enteros) retorna (p: entero)

$R \equiv \{ p = (\Sigma i)(A[i][k] * A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1) \}$ X

b) Inducción noetheriana, asignamos un variable n a cada matriz para todos las filas y columnas y sobre este aplicamos inducción simple.

c) $\dot{Q} \equiv \{ 1 \leq k \leq n-1 \}$

Función iExamen(M[1..n][1..n]: Matriz enteros, k: entero) retorna (p: entero)

$R' \equiv \{ p = (\Sigma i)(A[i][k] * A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1) \}$ *

d) si la llamada inicial es iExamen(M, k-1)

$k = n-1$

$S(x) = (n-1)-1 \Rightarrow k-2$

3. $Q(x) \wedge Bt(x) \Rightarrow R(\bar{x}, triv(\bar{x}))$
NO SE CUMPLE $1=0$

e) $Bt(x) \Rightarrow k = 1$

$Bnt(x) \Rightarrow k > 1$

f) En la poscondición del alg utilizamos el sumatorio, cuyo rango vacío es 0, cuando $k=1$

$\{ (\Sigma i)(A[i][k] * A[k][i] : 1 \leq i \leq 1-1 0) \}$

por tanto el caso base retorna 0.

g) Una llamada recursiva para recorrer toda la dimensión del problema, más la suma de la llamada a una función auxiliar que calculará el problema y lo irá acumulando a)

$Q = \{ n, m > 0 \}$

Funcion Ex (Mat[1..n][1..m]: n, entero) retorna (b: bool)

$R = \{ (\forall i) \left((\forall j) (A[i][j] \geq A[i][j+1]) : 1 \leq j \leq m-1 \right) : 1 \leq i \leq n \}$

b) Inducción noetheriana, a cada matriz se asocia un natural n que corresponde al nº de filas, sobre el aplicamos inducción débil.

c)

$Q' = \{ 1 \leq k \leq m \wedge n > 0$

Funcion Ex (M[1..n][1..m]: n enteros, k: entero) retorna (b: bool)

$R = \{ (\forall i) \left((\forall j) (A[i][j] > A[i][j+1]) : 1 \leq j \leq k-1 \right) : 1 \leq i \leq n)$

llamada inicial $k = m$

$Ex(M) = iExam(M, m)$

d) ~~[illegible]~~ $S(\bar{x}) = iFam(M, k-1)$

e) $B_t \Rightarrow k = 1$ CIERTO

$B_{nt} \Rightarrow k > 1$

1

a) Especificación formal de la función

$Q = \{ n \geq 1 \}$

función Examen ($A[1..n][1..n]$: matriz de enteros) retorna (p: entero)

$R = \{ p = (Nk) k \neq (\Pi i)(A[i][k] + A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1) : 1 \leq k \leq n) \}$

b) Principio de inducción utilizado

Inducción noetheriana, asignamos a la dimensión de la matriz el natural n, y sobre este aplicamos inducción débil.

c) Inmersión no final

$Q' = \{ 1 \leq j \leq n \}$?

función iExamen ($A[1..n][1..n]$: matriz de enteros, j: entero) retorna (p: entero)

?

$R = \{ p = (Nk)((\Pi i)(A[i][k] + A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1) : 1 \leq k \leq j$

Examen (A) = iExamen (A, n) → cuando $j = n$

d) $S(x) =$ iExamen$(A, j-1)$

e) Bt → $j = 1$

Bnt → $j > 1$

f) $1 = (Nk)(|(\Pi i)(A[i][k] + A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1) : 1 \leq k \leq 1$

$1 \leq i \leq 0$

El caso base está en un rango vacío, el ~~ea~~ elemento neutro de un producto es 1, por lo que la solución del caso base es esa.

g) Suponiendo resuelto el problema anterior

$p' = (Nk)((\Pi i)(A[i][k] + A[k][i] : 1 \leq i \leq k-1)$
$: 1 \leq k \leq j-1)$

$p' \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 5 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

Allx

en combinación con el problema actual $A[i][k] + A[k][i]$ mediante una función auxiliar, nos permitiría resolver el problema

→ $p' + (A[i][k] + A[k][i] \neq A[k][k])$

h)

Función ¿Examen(A[1..n][1..n]: matriz de enteros, j: entero) retorna (p: entero)

si j=1 retorna 1

en otro caso

retorna ¿Examen(A, j-1) + AUX(A, j)

fsi

ffunción

Función AUX(A[1..n][1..n]: matriz enteros, j: entero) retorna (p: entero)

~~k=1; resultado=0~~

~~mientras k < j-1~~

si A[k][k] = A[i][k] + A[k][i]

retorna ~~resultado = resultado +~~ 1

fsi

fmientras

~~retorna resultado~~

			1	
2	3	5	7	
6	2	1	9	
3	4	1	8	k-1
9	1	7	4	
1		k-1	k	

1	4	2
5	9	2
1	3	15

1	4	2
5	9	2
1	3	15

a)

$Q = \{ n, m > 0 \}$

Funcion Examen(A: [1..n][1..m] : matriz) retorna (b: booleano)

$R = \{ (\forall i) \big((\forall j)(A[i][j] > A[i][j+1] : 1 \le j \le m) : 1 \le i \le n \big)$ *

b) Inducción noetheriana, asignamos un natural m a las columnas de la matriz y sobre el aplicamos inducción débil.

c) $Q' \equiv \{ 1 \le k \le m \wedge n > 0 \}$

Función iExamen(A: [1..n][1..m] : matriz, k: entero) retorna (b: booleano)

$R = \{ (\forall i) \big((\forall j)(A[i][j] > A[i][j+1] : 1 \le j \le k-1) : 1 \le i \le n \big) \}$

Examen(A) = Examen(A, m) siendo k = n

d) $S(x) = $ iExamen(A, k - 1)

e) Bt ⇒ k = 1
Bnt ⇒ k > 1

f) para k=1 ⇒ $A[i][j] > A[i][j+1] : 1 \le j \le 0$

hay un rango vacío, al tener un cuantificador universal, el elemento neutro que devolverá como resultado es <u>VERDADERO</u>

g) Hipótesis de recurrencia

Suponiendo conocido el problema anterior al que queremos resolver

$P' = (\forall i) \big((\forall j)(A[i][j] > A[i][j+1] : 1 \le j \le (k-1) - 1) : 1 \le i \le n \big)$

la combinación de P' y $(A[i][j-1] > A[i][j])$ sería la solución del problema.

7 5 4 3
12 8 5 2 k
81 9 2 1

h) Funcion iEx(A: matriz, k: entero)
si k=1 VERDADERO
sino iEX(A, k-1) && AUX(A, k)
fsi
ffunción

funcion AUX(A: matrix, k: int)
iterador = 1, resultado = true
mientras iterador < A && resultado
iterador ++
si no se cumple (A[k][iterador-1] > A[k][iter])
resultado = falso
fsi
fmientras
retorna resultado

a) k ≤ n
funcion(V, k) = n - k + 1

b) 0 ≤ p ≤ q
p > q

1. $Q(x) \Rightarrow Bnt(x) \vee Bt(x)$

2. $Q(x) \wedge Bnt(x) \Rightarrow Q(s(x))$

3. $Q(x) \wedge Bt(x) \Rightarrow R(\bar{x}, triv(\bar{x}))$

4. $Q(x) \wedge Bnt(x) \wedge R(s(x), \bar{y}) \Rightarrow R(\bar{x}, c(\bar{y}, \bar{x}))$

5. $Q(x) \Rightarrow t(x) \geq 0$

6. $Q(x) \wedge Bnt(x) \Rightarrow t(s(x)) < t(x)$