

Problemas y cuestiones de Modelado de fiabilidad y disponibilidad

Tema 5.- Modelado de fiabilidad y disponibilidad

1. Se dispone de dos computadores, A y B, de idénticas prestaciones, pero de diferentes fabricantes. En el transcurso de una semana de funcionamiento ininterrumpido se ha registrado el siguiente comportamiento:
 - El computador A sufrió dos caídas, siendo posible reparar cada una de ellas en 5 minutos.
 - El computador B ha sufrido una sola caída en el mismo periodo de tiempo, el tiempo que estuvo inactivo el computador durante la caída fue de 10 minutos.

¿Cuál de los dos computadores tiene mayor disponibilidad y por qué?

Ambos tienen igual disponibilidad: $(\text{Tiempo activo})/(\text{Tiempo total})$

¿Cuál de los dos computadores tiene mayor fiabilidad y por qué?

El B es más fiable: (Ha tenido una menor probabilidad de fallo)

Suponiendo una ley de fallos exponencial, ¿cuál es el MTTF del computador "A" expresado en horas?

84 horas. Tasa de fallos = fallos/hora y $\text{MTTF} = 1/\text{Tasa de fallos}$

2. Se dispone de dos computadores A y B. Durante una semana de funcionamiento se ha registrado el siguiente comportamiento:

A sufrió cuatro fallos que se pudieron reparar cada uno de ellos en 20 minutos.

B sufrió tres fallos que se pudieron reparar cada uno de ellos en 30 minutos.

¿Qué computador tiene mayor disponibilidad y cuál es su valor expresado con cuatro decimales?

$AA = (10080 - 80)/10080 = 0,9920$ $AB = (10080 - 90)/10080 = 0,9910$

A tiene mayor disponibilidad

¿Qué computador es más fiable y por qué? Indica su fiabilidad para un periodo de una semana, suponiendo que se sigue una ley de fallos exponencial.

$$\lambda_A = 4/168 \rightarrow \text{MTTFA} = 168/4 = 42 \rightarrow R_A(168) = e^{-4} = 0,018$$

$$\lambda_B = 3/168 \rightarrow \text{MTTFB} = 168/3 = 58 \rightarrow R_B(168) = e^{-3} = 0,049 \text{ B es + fiable}$$

Indica la tasa de reparación del computador A expresando claramente las unidades.

$$1 \text{ rep} / 20 \text{ min} \times 60 \text{ min} / 1 \text{ h} = 3 \text{ reparaciones/hora}$$

Indica la métrica MTBF del computador B.

$$\text{MTBF} = \text{MTTF} + \text{MTTR} = 58 + 0,5 = 58,5$$

3. Para un servidor de comercio electrónico, se está decidiendo entre dos ofertas que se detallan en la siguiente tabla:

	Oferta 1	Oferta 2
MTTF	1 000 horas	1 500 horas
MTTR	10 horas	20 horas
Precio	10 000 euros/año	9 000 euros/año

Teniendo en cuenta que cada hora en la que el servidor esté caído se ha calculado que se pierden 1000 euros, ¿qué oferta escogerías? Justifica **cuantitativamente** tu respuesta.

La oferta 1 porque el coste anual incluyendo las pérdidas es de 96732,67 euros ($A=0,99009901$), mientras que la oferta 2 ($A=0,98684211$) cuesta 124263,16 euros.

4. Para el sistema de control de un avión, se está decidiendo entre dos ofertas que se detallan en la siguiente tabla:

	Oferta 1	Oferta 2
MTTF	1 000 000 horas	1 200 000 horas
MTTR	8 horas	12 horas

Teniendo en cuenta que no hay diferencia en el coste y que el tiempo de misión máximo es de 12 horas, ¿qué oferta escogerías? Justifica **cuantitativamente** tu respuesta.

La oferta 2 porque tiene una $R(12)$ de 0,9999900001 frente a la oferta 1, que tiene 0,9999880001.

5. Se sabe que la probabilidad de que un componente trabaje ininterrumpidamente sin fallar durante una semana es de 0.99 y que su tiempo hasta el fallo sigue una distribución exponencial. ¿Cuál es su MTTF? Indicar unidades.

99.499162 semanas = 16715.8593 horas

6. Se dispone de un cluster de 64 computadores idénticos conectados mediante un switch Gigabit Ethernet. El cluster se usa para ejecutar programas paralelos que se componen de N partes. Todas las partes se ejecutan simultáneamente, cada una en un computador diferente del cluster. Cuando han terminado todas las partes se recogen los resultados en cada una de ellas y se componen para obtener el resultado final.

La ejecución del programa en un solo computador tarda 40 horas. $MTTF_{switch}=50.000h$. $MTTF_{computador}=2.000h$. Se supone que el programa se puede paralelizar con la máxima eficiencia posible. Por tanto, si se usan dos computadores, el tiempo de ejecución se reduce a la mitad, si se usan tres, el tiempo se reduce a la tercera parte, etc. Nota: Suponer ley de fallos exponencial.

Calcula la probabilidad de terminar correctamente la ejecución del programa paralelo, en función del número de computadores utilizados. Nota: Expresar el resultado con 4 decimales.

1	2	3	4	5	6	7	8
0,9794	0,9798	0,9799	0,9800	0,9800	0,9801	0,9801	0,9801

7. Hay que introducir un procesador de comunicaciones en un satélite. Para garantizar su correcto funcionamiento durante la vida útil del satélite se ha pensado en aplicar una técnica de redundancia modular triple. La fiabilidad del procesador se define como $R(t) = EXP(-\lambda t)$. Al comparar la fiabilidad que ofrece un solo procesador, $R_p(t)$, con la fiabilidad que ofrece la arquitectura TMR con tres procesadores, $R_{TMR}(t)$, se observa que:

$$\begin{aligned} R_{TMR}(t) &> R_p(t) \text{ si } t < t_0 \\ R_{TMR}(t) &= R_p(t) \text{ si } t = t_0 \\ R_{TMR}(t) &< R_p(t) \text{ si } t > t_0 \end{aligned}$$

Obviamente, si la vida útil estimada para el satélite es mayor que t_0 es preferible prescindir de la arquitectura TMR.

Calcula el valor de t_0 en función de la tasa de fallos del procesador, λ

$$R_{TMR}(t) = 3R_p(t)^2 - 2R_p(t)^3 = R_p(t) \text{ y además } R_p(t) = e^{-\lambda t_0} \Rightarrow t_0 = 0,693/\lambda$$

Indica las posibles causas de las tres relaciones entre $R_{TMR}(t)$ y $R_p(t)$

Antes de t_0 , el sistema TMR es más fiable por la redundancia, transcurrido el tiempo t_0 , existe una mayor probabilidad de que falle el sistema TMR pues cuando se estropee uno de los componentes, al estropearse cualquiera de los otros dos el sistema fallaría.

8. Calcular la fiabilidad de un sistema para un periodo de tiempo igual a la mitad de su MTTF. Se supone que la distribución de tiempo hasta el fallo es exponencial: $R(t) = e^{-\lambda t}$

$$MTTF = 1/\lambda, \text{ si } t = \frac{1}{2} MTTF \Rightarrow t = 1/2\lambda \Rightarrow R(1/2 MTTF) = e^{-\lambda \times (1/2\lambda)} = e^{-0,5} = 0,61$$

9. Suponer que los tiempos hasta el fallo de tres computadores, A, B, y C, son variables aleatorias independientes y exponencialmente distribuidas, con las siguientes tasas de fallo expresadas en fallos/hora: $\lambda_A=1/800$; $\lambda_B=1/1200$; $\lambda_C=1/1400$.

¿Cuál es la probabilidad de que al menos un computador falle en un período de cuatro semanas?

Prob = 0,8474	Cálculo: 1 – Probabilidad de que no falle ninguno 1 - $R_A \times R_B \times R_C$ $1 - (e^{(-t/800)} \times e^{(-t/1200)} \times e^{(-t/1400)}) = 1 - (e^{(-672/800)} \times e^{(-672/1200)} \times e^{(-672/1400)}) =$ $1 - (0,4317 \times 0,5712 \times 0,6188) = 1 - 0,1526 = 0,8474$
------------------	--

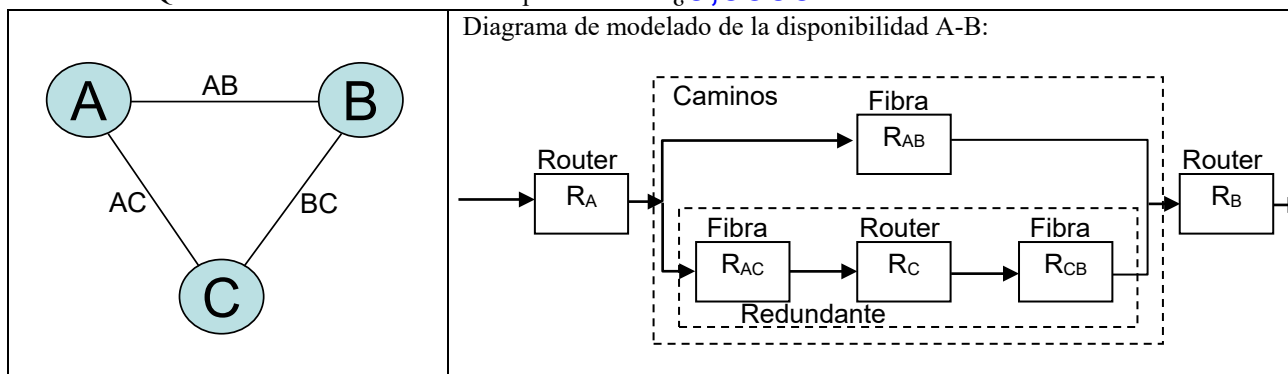
¿Cuál es la probabilidad de que los tres computadores fallen en un período de cuatro semanas?

Prob = 0,0929	Cálculo: Probabilidad de que fallen los tres, producto de inviabilidades $Q_A \times Q_B \times Q_C =$ $(1 - R_A) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C) = (1 - e^{(-672/800)}) \times (1 - e^{(-672/1200)}) \times (1 - e^{(-672/1400)}) =$ $= 0,0929$
------------------	---

10. Un operador de telecomunicaciones tiene que diseñar una red intermetropolitana para conectar 3 ciudades que, geográficamente, forman un triángulo equilátero cuyo lado mide 25 Km aproximadamente. Analizar la disponibilidad que puede obtenerse usando las dos arquitecturas siguientes: anillo y doble estrella. En los diagramas nombra los bloques tal como se indica en los dibujos: con una letra para los routers y con dos letras para las fibras ópticas entre los routers. Considerar distribuciones exponenciales para los períodos de funcionamiento y de reparación.

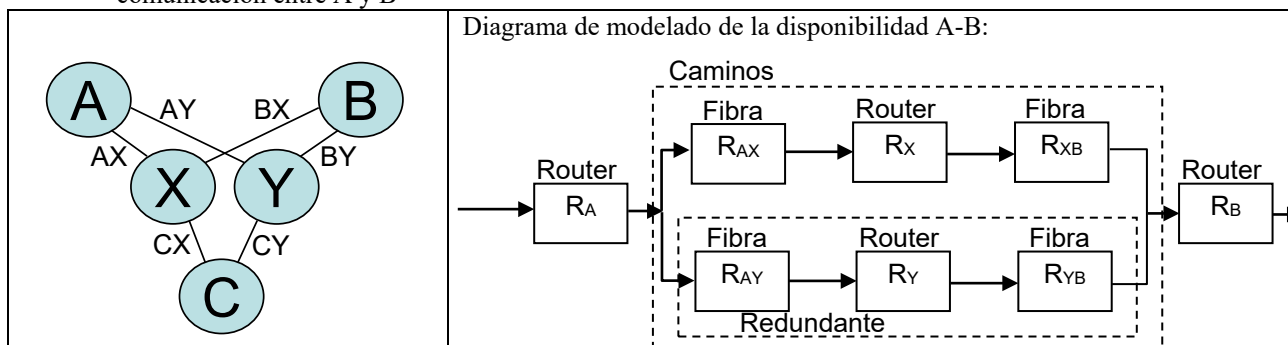
$MTTF_{ROUTER}=100.000h$ $MTTR_{ROUTER}=4h$ $MTTF_{FIBRA}=20.000h$ $MTTR_{FIBRA}=24h$

ARQUITECTURA EN ANILLO. Disponibilidad = ¿0,999917?



ARQUITECTURA EN DOBLE ESTRELLA. Disponibilidad = ¿0,999914?

Nota: Consideramos que los routers intermedios X e Y nunca usan el router C para resolver una comunicación entre A y B



11. A igualdad de número de discos de datos, tipo de disco y tiempo de reparación, ¿Qué configuración de RAID ofrecerá una mayor fiabilidad? Justifica la respuesta.

Analizando las fórmulas del MTTF del RAID:

$$\text{RAID0} = \text{MTTF}_{\text{disco}}/N$$

$$\text{RAID1} = \text{MTTF}^2/(2*N*\text{MTTR})$$

$$\text{RAID5} = \text{MTTF}^2/(N*(N+1)*\text{MTTR})$$

$$\text{RAID6} = \text{MTTF}^3/(N*(N+1)*(N+2)*\text{MTTR}^2)$$

La expresión que maximiza el MTTF del RAID es la correspondiente al RAID 6

12. El centro de datos de una empresa alberga a tres servidores, cada servidor está constituido por una máquina independiente de idénticas características. La única diferencia entre los servidores radica en el sistema operativo empleado. Se conoce además:

- El centro de datos está conectado directamente a la línea de distribución eléctrica.
- La conexión a Internet se realiza a través de un switch.
- La configuración del hardware de los servidores se describe en la siguiente tabla:

Componente	MTTF (horas)	Cantidad	MTTR (horas)
Switch Ethernet (Familia 4500 de 3COM)	411.000	1	24
Compañía eléctrica	1.440	1	1
Fuente alimentación tipo 3 (replicada)	200.000	3	24
Placa base 2 Xeon Supermicro X6DH8	150.000	1	24
Memoria Kingston	280.000	1	24
Procesador Xeon X5607 2,26 GHz (4 núcleos)	5.000.000	2	24
Tarjeta Ethernet 10 GBase-CX4 (10Gbits/seg)	1.200.000	1	24
Controladora RAID	326.000	1	24
Discos ST914602SS SAS	1.500.000	?	24
Sistema Operativo 1	3.000	1	24
Sistema Operativo 2	5.000	1	24
Sistema Operativo 3	4.000	1	24

- La representación INCOMPLETA del centro de datos se muestra en el archivo `cd1.will`. Todos los tiempos están expresados en horas.
- Se está analizando el comportamiento conjunto de todo el centro de datos, de forma que la caída de cualquier de los servidores implicaría un mal funcionamiento del centro de datos. A partir de toda la información suministrada se desea conocer:
¿Cuántos discos de datos componen el RAID 5 de cada servidor?

5

(0.25) ¿Cuál es la probabilidad de que se registre algún tipo de incidencia que afecte al funcionamiento del centro de datos durante un periodo de trabajo ininterrumpido de una semana? Para obtenerlo es necesario completar previamente el archivo `cd1.will`. (Contesta con 4 decimales).

$$(1 - \text{fiabilidad}) \times 100 = (1 - 0.7741394906775341) \times 100 \approx 22,5 \%$$

¿Cuál es la disponibilidad del centro de datos en conjunto? (**Contesta con 4 decimales**).

0.9796713501739798

¿Qué elemento es el que más influye en la fiabilidad del centro de datos?

El suministro de energía eléctrica

En el centro de datos se lleva a cabo una virtualización de los servidores, de forma que en una única plataforma hardware se ejecutan simultáneamente los tres servidores. Para llevar a cabo la virtualización se requieren: los tres sistemas operativos considerados, y además el sistema operativo que aporta la virtualización, SOv, que tiene un MTTF de 15.000 horas y MTTR idéntico al del resto. Nota.- Sería equivalente a un único computador en el que se ejecutan simultáneamente 4 sistemas operativos y han de funcionar todos.

Modifica adecuadamente el archivo de análisis de funcionamiento del centro de datos para adaptarse a esta nueva representación y responde a las siguientes preguntas, considerando un tiempo de funcionamiento ininterrumpido de una semana.

¿Cuál es la fiabilidad del conjunto de los 4 sistemas operativos, considerando un periodo de una semana? (**Contesta con 4 decimales**).

0.866927437045505

A partir de la información obtenida en este ejercicio y sin necesidad de realizar nuevas configuraciones, responde al siguiente problema. Si se barajan dos posibles mejoras, de coste similar:

- 1) Añadir en paralelo con la red eléctrica un SAI tipo 3.
- 2) Contratar un servicio de mantenimiento para todos los sistemas operativos de 4 horas.

¿Qué medida crees que mejorará en mayor grado la fiabilidad del sistema y por qué razón?

Añadir el SAI en paralelo reduce la probabilidad de fallos en el bloque Energía y por tanto mejora la fiabilidad. La mejora del MTTR afecta a la disponibilidad únicamente