
Mecanismo de manipulação da bola

Relatório Final

Orientador: Flavio Tonidandel

Departamento de Ciência da Computação

Candidato: Felipe Gonçalves Galiza

Nº FEI: 11.210.357-7

RESUMO

O projeto visa desenvolver um mecanismo de manipulação da bola que será implantado no robô da equipe *RoboFEI* [1], cuja categoria se denomina *Small-Size F-180* [2]. Conceitos de dinâmica e motores elétricos são aplicados analiticamente e através de experimentos, com perspectiva de melhorar a capacidade com que o robô controlará a bola, possibilitando jogadas mais eficientes e um robô cada vez mais competitivo.

Em uma situação de jogo em que a bola venha a ser lançada na direção do robô, o mesmo terá a capacidade de segurar e manipular a bola quando o roller for acionado.

Sumário

CAPÍTULO 1	5
1. Introdução	5
1.1 Objetivo	6
1.2 Justificativa	6
CAPÍTULO 2	7
2. O Futebol de Robôs	7
2.1 O Futebol de Robôs na FEI	7
2.2 Regras da Robocup com relação ao drible	8
CAPÍTULO 3	10
3. Revisão Bibliográfica	10
3.1 O mecanismo de manipulação da bola	10
3.2 Força de atrito	11
3.2.1 Leis Quantitativas do Atrito	13
3.2.2 Atrito em não metais	13
3.3 Motores Brushless (BLDC)	14
3.3.1 Estator	15
3.3.2 Rotor	15
3.3.3 Sensores Hall	15
3.3.4 Princípio de funcionamento de motores BLDC	16
3.3.5 Características Torque x Velocidade Angular	17
3.3.6 O motor como um conversor de energia	18
3.3.7 Constantes Eletromecânicas do motor	20
3.4 Simulação Dinâmica utilizando o software Autodesk Inventor	20
CAPÍTULO 4	25
4. O Projeto	25
4.1 Análise do sistema quando o robô está parado e o roller gira em contato com a bola.	27
4.1.1 Análise do sistema de transmissão	31
4.2 Experimentos utilizando o ambiente de simulação dinâmica	34

4.3 Análises Empíricas	38
4.3.1 Método de Análise	39
4.3.2 Resultados obtidos nas análises empíricas	41
CAPÍTULO 5	47
5. Parâmetros de funcionamento	47
5.1 Resultados	47
CAPÍTULO 6	49
6. Conclusão	49
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50
8. GLOSSÁRIO	52

CAPÍTULO 1

1. Introdução

O projeto conhecido atualmente como *RoboFEI* [1], que desenvolve robôs para jogar futebol, teve início no ano de 2003 com o intuito de promover a pesquisa e o desenvolvimento tecnológico com os alunos de graduação e pós-graduação. Projetos em futebol de robôs vêm sendo desenvolvidos visando pesquisas na área de hardware, software e projeto mecânico. Em nossa equipe já foram concluídos em pouco mais de oito anos, dezesseis iniciações científicas, três dissertações de mestrado e dois trabalhos de projeto de formatura, como resultado a equipe possui hoje um sistema de visão computacional, um sistema de controle, um sistema mecânico (Figura 1) e uma estratégia de alto nível.

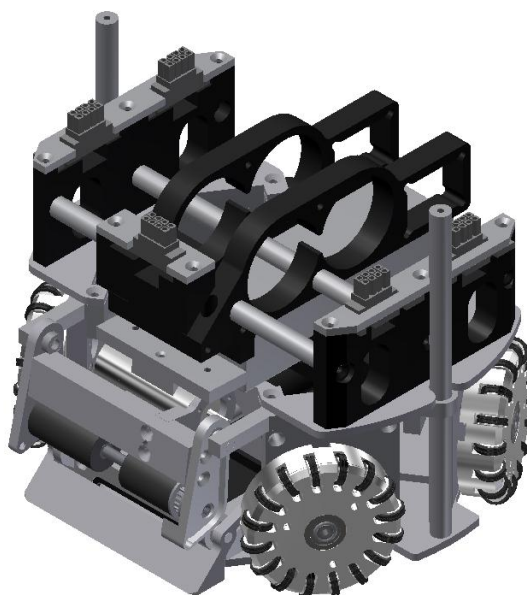


Figura 1 - Desenho mecânico do robô utilizado pela equipe *RoboFEI* [1].

Em 2009, a nova equipe adaptou o robô para disputar a categoria *Small Size F-180* [2] e até hoje participa de campeonatos nacionais e mundiais dessa categoria, onde

conquistou títulos e resultados inéditos para uma equipe brasileira. Isto deve ser visto como um grande feito considerando o pouco tempo de desenvolvimento frente às equipes internacionais.

1.1 Objetivo

O objetivo desta iniciação científica é desenvolver um mecanismo de manipulação da bola pelo robô, esse mecanismo também conhecido como roller tem a função de fazer com que o robô da equipe *RoboFEI* [1] tenha a capacidade de manipular a bola utilizada nos jogos oficiais da categoria *Small-Size F-180* [2].

1.2 Justificativa

A equipe *RoboFEI* [1] vem se destacando na categoria *Small Size F-180* [2], com boas participações em campeonatos nacionais e mundiais. É possível verificar que o trabalho executado até o momento segue na direção correta, incentivando a pesquisa e o desenvolvimento através dos alunos. Entretanto, também foi possível verificar que há muito a ser feito, já que existem equipes que estão nesta categoria há mais de dez anos e possuem um nível de desenvolvimento superior à equipe *Small Size F-180* [2] da FEI. Baseado nisso, é necessário que novos projetos como este continuem a surgir, de modo a agregar valor à equipe, aos alunos e à instituição.

O roller é uma parte importante do robô, pois é através dele que podem ser construídas jogadas mais complexas e assim a equipe *RoboFEI* [1] pode tornar-se cada vez mais competitiva. Sabendo que a função do mecanismo é segurar a bola, o mecanismo apresentava problemas de funcionamento. Alguns exemplos foram observados em situações de jogo, e o robô não conseguia movimentar-se carregando a bola e não interceptava a bola como deveria, por culpa do mecanismo. Visto isto, as variáveis do problema foram estudadas e mudanças foram aplicadas até que o mecanismo alcançasse um ponto de operação eficiente.

CAPÍTULO 2

2. O Futebol de Robôs

O futebol de robôs é um campo de pesquisa que tem como foco o desenvolvimento de robôs móveis autônomos, desenvolvidos para atuar sem supervisão de um operador humano.

No ano de 1993 foi criado a *Robocup*[3], um projeto mundial para o desenvolvimento da Inteligência Artificial, robótica e assuntos relacionados. Seu objetivo é o desenvolvimento e organização de diversas categorias de Futebol de Robôs. É uma proposta padrão com um grande universo de possibilidades e tecnologias a serem utilizadas onde todas as pesquisas devem ser publicadas em congressos que acontecem paralelamente às competições, para que seus resultados possam ser conhecidos e aproveitados, e talvez até aplicados à indústria, ou à vida cotidiana.

2.1 O Futebol de Robôs na FEI

O projeto de Futebol de Robôs na FEI teve início no ano de 2003, como um grupo de pesquisas dedicado à simulação sem robôs físicos. Esse projeto foi iniciado pelo Prof. Reinaldo Bianchi, que participou do desenvolvimento dos times FUTEPOLI [4] e Guaraná [5], times de Futebol de Robôs de expressão nacional e internacional. Em setembro do mesmo ano aconteceria o 6º SBAI (Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente), em conjunto com a *Second IEEE Student Robotics Competition*, onde haveria uma competição da categoria de Futebol de Robôs *Mirosot*, coordenada pela *Fira* [6]. Surgiu então o interesse em se construir uma equipe de robôs adequada a esta

competição, onde nasceu o projeto *RoboFEI* [1], coordenado pelos professores Reinaldo Bianchi e Flavio Tonidandel. Desde então ótimos resultados foram alcançados por esta equipe, e novos resultados aparecem com o novo desenvolvimento da categoria *Small Size F-180* [3].

2.2 Regras da Robocup com relação ao drible

De acordo com o comitê organizador da Robocup, dispositivos de drible que exercem o efeito backspin na bola, que mantêm a bola em contato com o robô são permitidos sob certas condições. A rotação exercida sobre a bola deve ser perpendicular ao plano do campo e mecanismos de drible laterais não são permitidos [12].

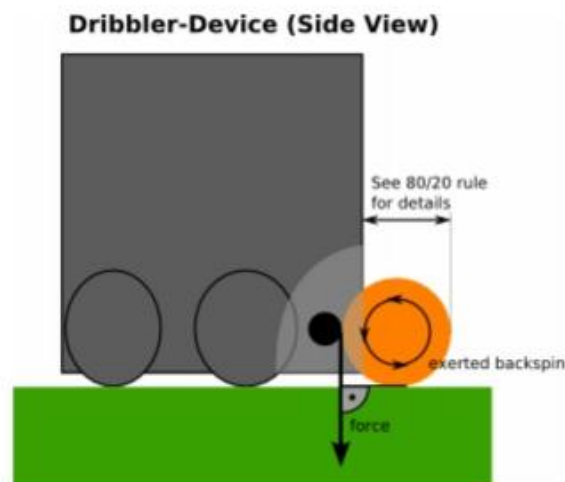


Figura 2 – Como o driblador pode trabalhar.

Fonte: Laws of the RoboCup [12]

Um robô está segurando uma bola se ele assume o controle total da bola, removendo todos os seus graus de liberdade. Normalmente, a fixação da bola e o uso do corpo são utilizados para evitar o acesso de outros robôs. 80% da área da bola, quando visto de cima devem estar fora do casco convexo em torno do robô [12].

Outro robô deve ser capaz de remover a bola a partir de um robô com a bola. Esta limitação se aplica também para todos os dispositivos de drible e chute, mesmo se tal violação é momentânea [12].

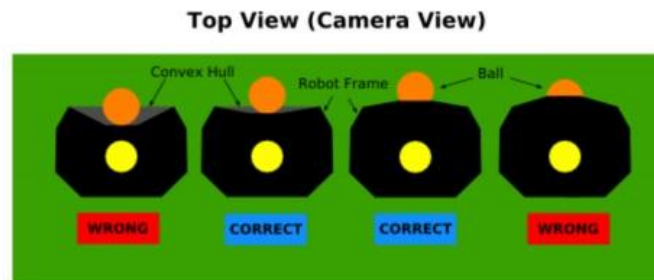


Figura 3 – O robô pode cobrir no máximo 20% da área da bola.

Fonte: Laws of the Robocup [12]

CAPÍTULO 3

3. Revisão Bibliográfica

3.1 O mecanismo de manipulação da bola

O sistema de dribles denominado roller, é um mecanismo para melhorar a capacidade de manipulação da bola. O roller é um eixo de aço coberto por um material composto de diversas ligas de polímeros que entre outras propriedades possui boa aderência, através de duas polias e uma correia dentada é conectado a um motor de alta velocidade que quando acionado transmite o movimento de rotação.

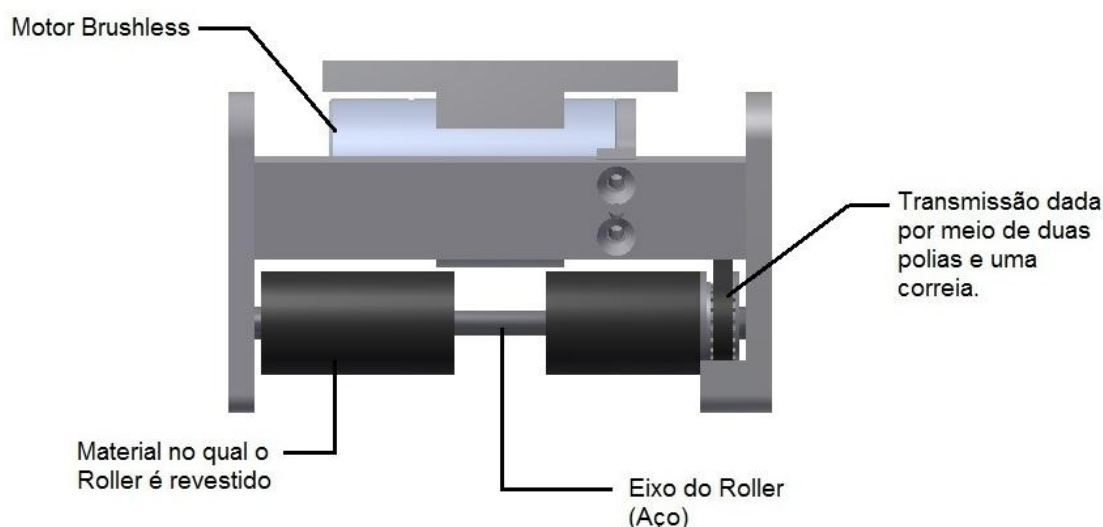


Figura 4 – desenho do mecanismo de manipulação da bola utilizado pela equipe

O mecanismo da Figura 4 tem um sensor de luz para reconhecer a presença da bola, assim ele é acionado por um motor de 12 V, ligado por uma correia até uma polia que transmite o movimento para o eixo revestido com uma borracha de silicone. E quando o eixo está girando no sentido horário e entra em contato com a bola, a mesma reage girando no sentido contrário e assim os dois permanecem juntos. Esse movimento é também conhecido como backspin e pode ser observado na figura 5.

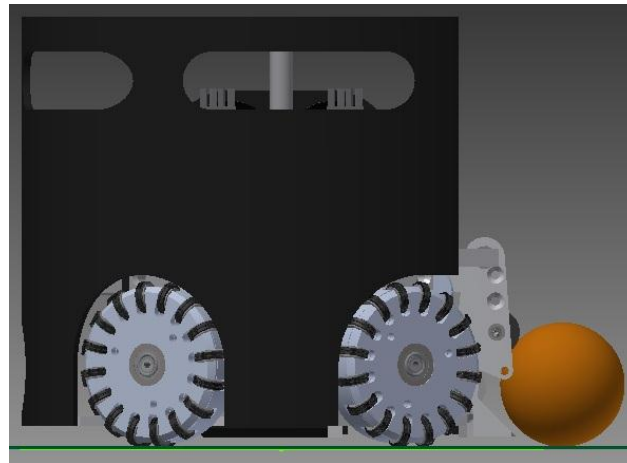


Figura 5 – O robô segurando a bola por conta do movimento backspin.

Entre as diversas aplicações, podemos ressaltar que um robô com este mecanismo pode ter o domínio sobre a bola utilizada nas competições, podendo assim executar ações como fazer movimentos carregando a bola, o passe para um companheiro de time, a recepção de uma bola que vêm de encontro a ele ou posicionar a bola para um chute direcionado ao gol.

3.2 Força de atrito

O atrito é extremamente útil e importante em algumas circunstâncias e exerce uma função vital em freios, embreagens, acoplamentos e nas propriedades antiderrapantes dos pneus utilizados em carros [8].

O atrito que conhecemos, chamado atrito de escorregamento obedece a leis empíricas, descobertas experimentalmente por Leonardo de Vinci. Mais tarde, Coulomb (1736-1806), após trabalhos experimentais sobre atrito, estabeleceu a diferença entre atrito estático e atrito cinético. Assim, entre duas superfícies (não lubrificadas), verifica-se que o atrito:

- Existe sempre que um corpo se move ou tende a mover-se sobre outro,

- É paralela à superfície de contato, tratando-se, portanto de uma reação tangencial.
- Existe em cada um dos corpos, sentido oposto ao do seu movimento em relação ao outro corpo.
- Quando duas superfícies estão em repouso relativo, a intensidade da força de atrito estático aumenta até o momento em que as superfícies estiverem na iminência de escorregar entre si, neste momento a força de atrito estático atinge o seu valor máximo que é diretamente proporcional à intensidade da reação normal às superfícies [8]:

$$f_{atm\acute{a}x} \leq \mu e \cdot N$$

- Quando há movimento relativo entre duas superfícies, a intensidade da força de atrito dinâmico é diretamente proporcional à intensidade da reação normal e é independente da velocidade relativa das superfícies, se esta não for muito elevada [8]:

$$f_{atd} = \mu d \cdot N$$

As constantes de proporcionalidade, características de cada par de materiais, designam-se por coeficiente de atrito estático (μe) e coeficiente de atrito dinâmico (μd). Essas relações são conhecidas há muitos anos e permanecem aceitáveis para muitos propósitos. Se a força normal N ou a velocidade tornarem-se tão excessivamente grandes, estas relações falham em virtude do calor gerado. Apesar do coeficiente de atrito ser assumido como constante, atualmente se sabe que mesmo o coeficiente para atrito seco é sensível a muitas influências [8].

3.2.1 Leis Quantitativas do Atrito

O coeficiente de atrito pode ser considerado constante, sob determinadas condições de escorregamento, as influências para um dado par de materiais e condições de lubrificações, de preferencia sem lubrificação, sejam mantidas as mesmas [8]. As leis clássicas do atrito podem ser descritas como:

- A força de atrito é proporcional à força (ou carregamento) normal;
- A força de atrito é independente da velocidade de escorregamento;
- A força de atrito é independente da área de contato aparente.

Essas duas leis remontam a Leonardo Da Vinci (1452-1519) e ao físico francês Guillaume Amontons (1699). Coulomb (1781) distinguiu o atrito estático do dinâmico, observando que a força para manter um corpo em movimento era menor do que aquela necessária para inicia-lo [8].

3.2.2 Atrito em não metais

Um fator importante a considerar quando se analisam as características de atrito de não metais é que, ao contrário dos metais que formam uma classe homogênea, não metais variam muito entre si, incluindo substâncias completamente diferentes, como diamante, borracha, concreto, couro, nylon, grafite, madeira, e gelo. Apesar dessa grande diferença, entretanto, verifica-se que as características de atrito de não metais são bastante uniformes, de modo que se pode considerar um comportamento médio típico quanto ao atrito, e analisar como substâncias individuais divergem dessa média.

Não metais geralmente obedecem às leis do atrito de escorregamento. Existe, entretanto certo número de divergências em relação ao comportamento médio citado anteriormente, quase todos explicados por peculiaridades nas propriedades mecânicas.

A borracha, por exemplo, possui propriedades de atrito incomuns, porque por possuir pouca dureza a curva de atrito em função da velocidade apresenta um máximo

para valores da ordem de 25 cm/s. Então, para velocidades de escorregamento menores que essa o coeficiente de atrito estático é menor que o dinâmico e ocorre um escorregamento silencioso, enquanto para altas velocidades ocorrem chiados e rangidos. Quando a borracha desliza contra outros materiais em seco, o coeficiente de atrito em velocidades normais é excepcionalmente alto. Este elevado coeficiente de atrito possibilita a parada de veículos em pequenas distâncias [8].

3.3 Motores Brushless (BLDC)

Os motores do tipo Brushless DC têm muitas vantagens sobre os motores de corrente contínua (CC) convencionais e motores de indução monofásicos, dentre as quais destacasse uma razão maior entre torque e tamanho do motor, tornando-o muito útil em aplicações onde espaço e peso são fatores críticos. Entre outras vantagens, podemos destacar algumas, como:

- Melhores características de Torque x Velocidade
- Melhor resposta dinâmica
- Maior eficiência
- Menor ruído
- Grandes faixas de velocidade

Nos motores BLDC o campo magnético gerado no estator e o campo do rotor giram a uma mesma frequência, ou seja, não possuem o escorregamento visto em motores de indução. Existem motores BLDC de uma, duas ou três fases, sendo que o último geralmente é o mais comum e utilizado [9].

3.3.1 Estator

O estator do motor BLDC consiste de lâminas de aço sobrepostas, com bobinas colocadas em ranhuras axialmente cortadas ao longo da periferia interna, lembrando o estator de um motor de indução, no entanto os enrolamentos são distribuídos de maneira diferente [9]. A maioria dos motores BLDC possuem três enrolamentos no estator, conectados em uma configuração tipo estrela. Cada um destes enrolamentos é formado por várias bobinas interconectadas [9]. Uma ou mais bobinas são alocadas por ranhura, e são interconectadas para formar um enrolamento [9]. Cada um dos enrolamentos é distribuído na periferia do estator para formar um número par de pólos [9].

3.3.2 Rotor

O rotor do motor *Brushless* DC é feito de imã permanente e pode ter de um a oito pares de pólos alternados entre Norte e Sul [9]. Baseado na intensidade de campo magnético necessário no rotor, para as condições de operação requerida, o material magnético apropriado é escolhido [9].

3.3.3 Sensores Hall

Diferentemente dos motores DC com escovas, a comutação de um motor BLDC é controlada eletronicamente [9]. Para acionar um motor BLDC, os enrolamentos do estator devem ser energizados de acordo com a posição angular do rotor, seguindo uma sequência. A posição do rotor é detectada, de modo mais comum, usando-se sensores de efeito Hall localizado no estator [9].

A maioria dos motores BLDC possui três sensores Hall [9]. Quando um pólo magnético passa por perto dos sensores Hall, eles fornecem um sinal digital alto ou baixo, indicando um norte ou sul magnético passando por eles [9]. Baseado na

combinação dos sinais dos três sensores a comutação consequente pode ser determinada [9].

3.3.4 Princípio de funcionamento de motores BLDC

Em cada comutação realizada, uma das três fases é conectada ao terminal positivo da fonte, outra ao terminal negativo, e a corrente elétrica não circula pela terceira fase, pois a mesma se encontra em alta impedância. Um torque é produzido devido à interação entre o campo magnético gerado nas bobinas do estator e o rotor de ímã permanente [10]. O torque é máximo quando os dois campos estão a 90° em relação ao outro, e conforme os campos se alinham a intensidade do campo magnético diminui até chegar a um valor nulo. Portanto, para o motor continuar em movimento, o campo magnético produzido no estator deve mudar de posição [10]. Os sensores de efeito Hall realimentam o sistema de comutação eletrônica, que realiza a energização das bobinas na sequência correta para o funcionamento contínuo do motor [10].

A cada 60° elétricos de rotação, um dos sensores Hall muda de estado. Logo são necessários seis passos para completar um ciclo elétrico. Em sincronia, a cada 60° elétricos a sequência de energização das fases deve ser atualizada. No entanto, um ciclo elétrico pode não corresponder a um ciclo mecânico, ou seja, uma rotação completa do rotor. Para cada par de pólos, um ciclo elétrico é realizado, portanto o número de ciclos por rotação é igual ao número de pares de pólos [10].

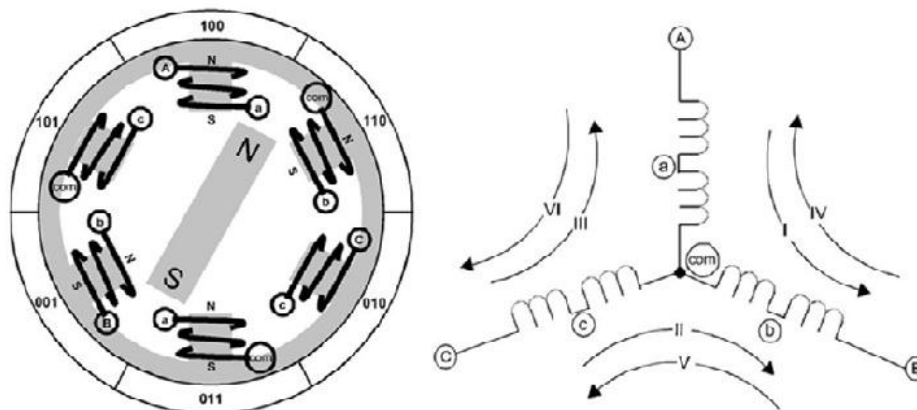


Figura 6 - Diagrama simplificado de um motor BLDC.

Fonte: BROWN, W. [10]

A figura 3 apresenta o diagrama de um motor BLDC de um par de pólos. A cada passo o rotor se desloca 60° . Os enrolamentos apropriados do estator são energizados quando o rotor está a 120° do alinhamento com o correspondente campo magnético do estator, e são desativados quando o rotor está a 60° do alinhamento ao mesmo tempo em que o próximo circuito é ativado, e o processo se repete [10].

3.3.5 Características Torque x Velocidade Angular

A figura 4 exemplifica graficamente as características torque/velocidade. Existem dois parâmetros relacionados ao torque, usados para definir um motor BLDC, torque de partida e torque nominal. Durante o estado de regime permanente, o motor pode ser carregado até o valor de torque nominal, e ele permanecerá constante em uma faixa de velocidade nominal. O motor pode operar em velocidades acima da nominal, até aproximadamente 150% do seu valor, mas haverá uma queda no torque [9].

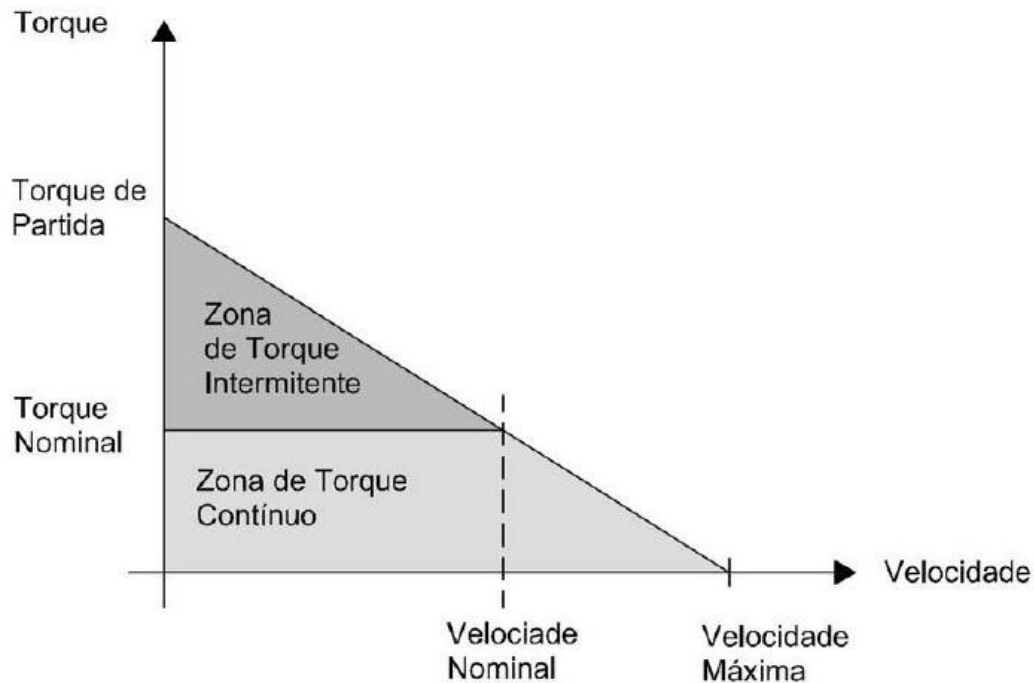


Figura 7 – Características Torque x Velocidade Angular.

Fonte: YEDAMALE, P. [9]

Aplicações que exigem frequentes partidas e paradas, ou reversão da rotação com carga no motor, demandam mais torque do que o torque nominal. Isto ocorre por um breve período, especialmente quando se parte do repouso e durante a aceleração. Durante este período, um torque extra é necessário para vencer a inércia da carga e do próprio rotor. O motor pode suprir este torque maior até um valor máximo, denominado torque de partida ou torque máximo, como mostrado no gráfico da figura 7.

3.3.6 O motor como um conversor de energia

O motor elétrico converte energia elétrica P_{el} (corrente I e tensão U) em energia mecânica P_{mech} (velocidade n e torque M). As perdas que surgem são divididas em perdas por atrito, atribuíveis à potência mecânica P_{mech} e as perdas de potência do enrolamento P_j (resistência R), também conhecidas como perdas por efeito Joule (figura 8). De acordo com o manual do fabricante do motor utilizado neste projeto, as perdas no

ferro são desprezíveis nos motores produzidos pela mesma [11]. O equilíbrio de potência pode ser formulado como:

$$P_{el} = P_{mech} + P_j$$

Podemos expressar essa relação com mais detalhes.

A seguir, aplica-se em especial:

- Todos os torques em [mNm]
- Todas as correntes em [A] (mesmo correntes sem carga)
- Velocidades [RPM], em vez de a velocidade angular [rad / s]

$$U \cdot I = \frac{30.000}{\pi} \cdot n \cdot M + R \cdot I^2$$

- I: corrente
- U: Tensão
- n: Velocidade Angular
- M: Torque
- R: Resistência do terminal fase a fase

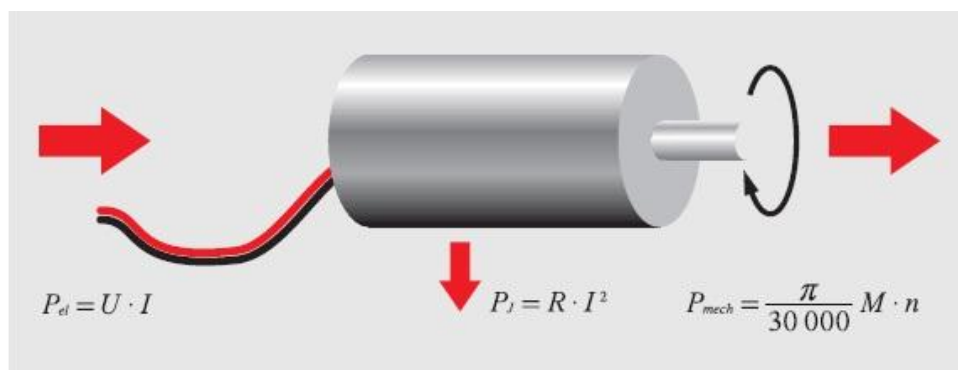


Figura 8 – O motor como um conversor de energia

Fonte: Maxon DC motor and Maxon EC motor [11]

3.3.7 Constantes Eletromecânicas do motor

A disposição geométrica do circuito magnético e enrolamento define em detalhe como o motor converte a potência elétrica de entrada (tensão, corrente) em potência mecânica (torque, velocidade). Duas características importantes dos valores desta conversão de energia são a constante de velocidade k_n e a constante de torque k_m . A constante de velocidade combina a velocidade n com a tensão induzida no enrolamento U_{ind} . A tensão induzida U_{ind} é proporcional à velocidade n , tornando aplicável a seguinte relação:

$$n = k_n \cdot U_{ind}$$

Do mesmo modo, o torque M é proporcional à corrente I e a relação é dada por:

$$M = k_m \cdot I$$

A constante de velocidade k_n e a constante de torque k_m não são independentes uma da outra. Aplicável o seguinte:

$$k_n \cdot k_m = \frac{30.000}{\pi}$$

3.4 Simulação Dinâmica utilizando o software Autodesk Inventor

O Autodesk Inventor [7] proporciona comandos para simular e analisar as características dinâmicas de uma montagem em movimento com diferentes condições de carga. A simulação revela a resposta das peças desde um ponto de vista estrutural em frente às cargas de qualquer ponto na faixa de movimento da montagem [7].

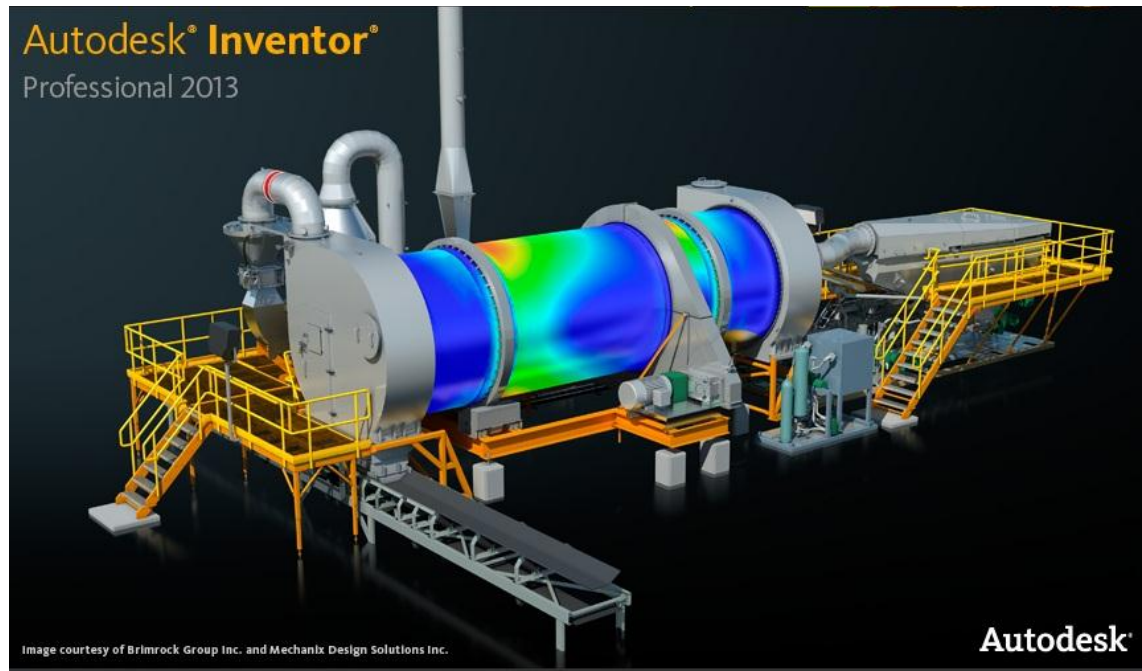


Figura 9 – O Autodesk Inventor Professional.

Fonte: Autodesk Inventor [7]

➤ Operações em uma simulação dinâmica

Com a simulação dinâmica, é possível:

- Preparar o software para converter automaticamente as restrições coincidentes e de inserção em juntas padrão.
- Acessar uma ampla biblioteca de juntas articuladas.
- Definir forças externas e momentos.
- Criar simulações de movimento baseadas na posição, velocidade, aceleração e torque como funções de tempo nas juntas, além das cargas externas.
- Visualizar movimento 3D utilizando traçados.
- Exportar gráficos de saída completos e diagramas para o Microsoft Excel [14].
- Transferir uniões dinâmicas e estáticas, e forças de inércia à análise de tensão do Autodesk Inventor [7] ou ANSYS WorkBench [15].

- Calcular a força necessária para manter a simulação dinâmica em um estado de equilíbrio.
- Converter restrições de montagem em juntas articuladas.
- Utilizar o atrito, o amortecimento, a rigidez e a elasticidade como funções de tempo para definir as juntas.
- Usar o movimento dinâmico de peças de forma interativa para aplicar forças dinâmicas à simulação de juntas.
- Utilizar o Inventor Studio [16] para obter um vídeo realista e ilustrativo da simulação.

➤ **Comandos de Simulação Dinâmica**

É possível simular montagens móveis de grande envergadura e complexidade com centenas de peças móveis articuladas. A simulação dinâmica proporciona:

- Visualização interativa, simultânea e associativa de animações 3D com vetores de trajetória, velocidade, aceleração e força; e molas deformáveis.
- Comando de geração de gráficos para representar e pós-processar os dados resultantes da simulação.

➤ **Suposições da Simulação**

Os comandos de simulação dinâmica que o Autodesk Inventor [7] proporciona, são muito úteis nas etapas de concepção, desenvolvimento e permitem reduzir o número de protótipos. No entanto, devido à hipótese utilizada na simulação, proporcionam apenas uma aproximação do comportamento dos mecanismos reais [7].

➤ Interpretando os resultados da Simulação

Alguns cálculos podem levar a erros de interpretação dos resultados ou gerar modelos incompletos com comportamentos anormais. Em alguns casos, pode ser impossível calcular a simulação. Para evitar estas situações, é necessário conhecer as regras aplicadas aos:

- Parâmetros relativos
- Massas coerentes e inércia
- Continuidade das leis

- **Parâmetros relativos**

A simulação dinâmica utiliza parâmetros relativos. Por exemplo, as variáveis de posição, velocidade e aceleração oferecem uma descrição direta do movimento de uma peça filho. O movimento é executado de acordo à peça principal correspondente a partir do grau de liberdade (GL) da união que as anexa. Por isso, é necessário selecionar cuidadosamente a velocidade inicial de um grau de liberdade [7].

- **Massas coerentes e inércia**

Devemos ter certeza de que as condições do mecanismo estão corretas. Por exemplo, deve ser assegurado de que a massa e a inércia de um mecanismo estejam na mesma ordem de magnitudes. O erro mais frequente nesta etapa é definir de forma errada a densidade ou o volume das peças CAD [7].

- **Continuidade das leis**

O cálculo numérico é sensível à descontinuidade das leis impostas. Assim, enquanto uma lei de velocidade define uma série de trechos lineares, a aceleração é

necessariamente variável. Similarmente, quando utilizadas juntas de contato, é melhor evitar os perfis ou contornos com arestas retas [7]. Uma observação importante é sempre utilizar filetes pequenos facilita o cálculo ao anular a aresta.

CAPÍTULO 4

4. O Projeto

O projeto visa fazer com que o robô segure e manipule a bola de maneira eficaz. E analisando o robô utilizado pela equipe *RoboFEI* [1], existiam problemas quando estes fundamentos eram exigidos.

Um dos problemas presentes no sistema era o fato de existir um corte na borracha que revestia o eixo do roller (Figura 10), por este motivo nas situações em que a bola encontrava o eixo justamente nos cantos da borracha, provocava-se repulsão entre os dois corpos. Portanto a primeira mudança realizada foi a substituição da borracha com o corte por um eixo coberto uniformemente por borracha, o objetivo desta mudança foi o fato de que com um roller contínuo a tendência de o vetor velocidade linear do roller empurrar a periferia da bola para baixo, provocando assim o movimento backspin sem trepidações, é maior nesta situação.

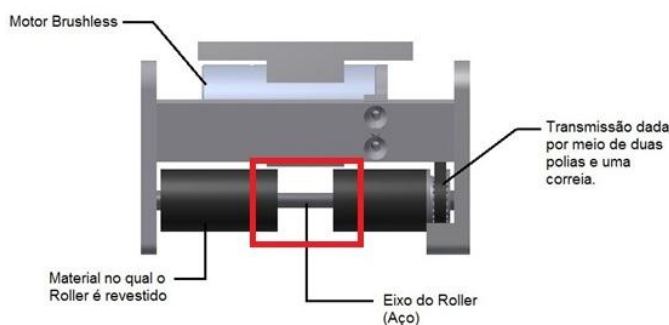


Figura 10 – O corte no roller

Regras específicas da categoria também foram aplicadas, e ao fim do trabalho o robô deve ser capaz de controlar a bola de maneira eficiente possibilitando melhor execução das estratégias de jogo.

O motor utilizado na realização deste projeto é o Maxon EC-22 (283856). Trata-se de um motor com um par de pólos, três fases e alguns parâmetros técnicos foram retirados do catálogo do fabricante e podem ser observados a seguir na tabela 1:

Valores para tensão nominal	
Tensão nominal	12 V
Velocidade sem carga	12.400 rpm
Corrente sem carga	226 mA
Velocidade nominal	9.840 rpm
Torque nominal (máx. torque contínuo)	22,6 mNm
Corrente nominal (máx. corrente contínua)	2,67 A
Binário de bloqueio	114 mNm
Corrente de partida	12,6 A
Máxima eficiência	76 %
Características	
Resistência do terminal fase a fase	0,955 Ω
Indutância do terminal fase a fase	0,0499 mH
Torque constante	9,10 $\frac{mNm}{A}$
Velocidade constante	1.050 $\frac{rpm}{V}$
Velocidade/ Gradiente de torque	110 $\frac{rpm}{mNm}$
Tempo mecânico constante	5,14 ms
Inércia do rotor	4,45 gcm ²

Tabela 1 – Datasheet do Motor EC –max 22

Fonte: MAXON [14]

Existem três situações nas quais o roller precisa funcionar de maneira aceitável, e estas são:

- Quando o robô estiver parado, o roller deve girar mantendo o contato com a bola.
- Quando a bola for lançada contra o robô, o impacto deve ser absorvido.

- O robô deve ter a capacidade mover-se mantendo a bola em contato com o roller.

Nas próximas seções analisaremos o primeiro caso utilizando-se de conceitos físicos e a partir da resposta obtida, verificaremos as condições de funcionamento para o caso de recepção de passe e movimentação com a bola.

4.1 Análise do sistema quando o robô está parado e o roller gira em contato com a bola.

Iniciaremos os cálculos desta situação através das equações dinâmicas do movimento, podemos observar a direção das forças atuantes nas figuras 11 e 12. Sendo que:

- WB: vetor que indica o sentido de rotação da bola;
- NB: vetor normal proveniente do atrito entre a bola e o carpete;
- NR: vetor normal proveniente do atrito entre a bola e o roller;
- FR: força linear proveniente do torque transmitido do roller para a bola;
- fatB: força de atrito entre a bola e o carpete;
- PB: força peso da bola proveniente da ação do campo gravitacional da Terra.

Obs: Todas as variáveis utilizadas neste projeto estão descritas em um glossário que se encontra na última página.

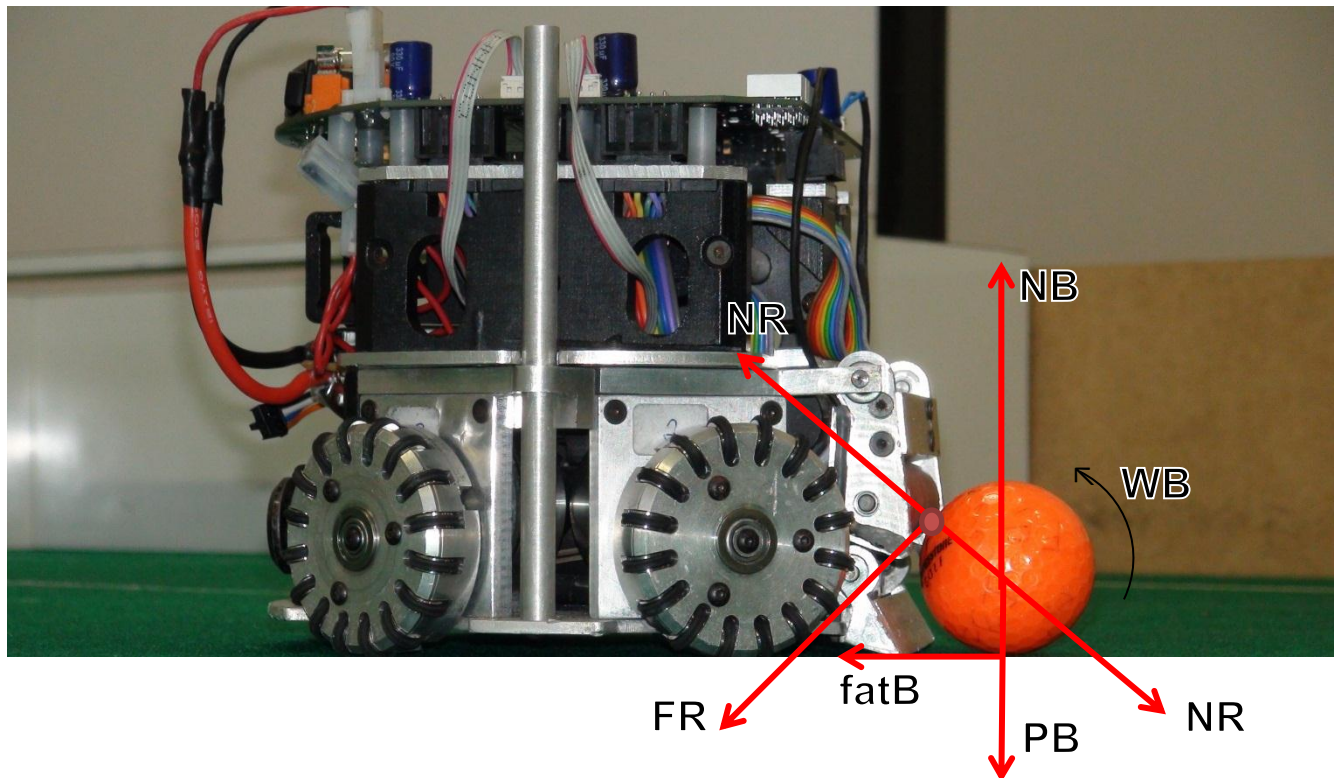


Figura 11 – Forças atuantes

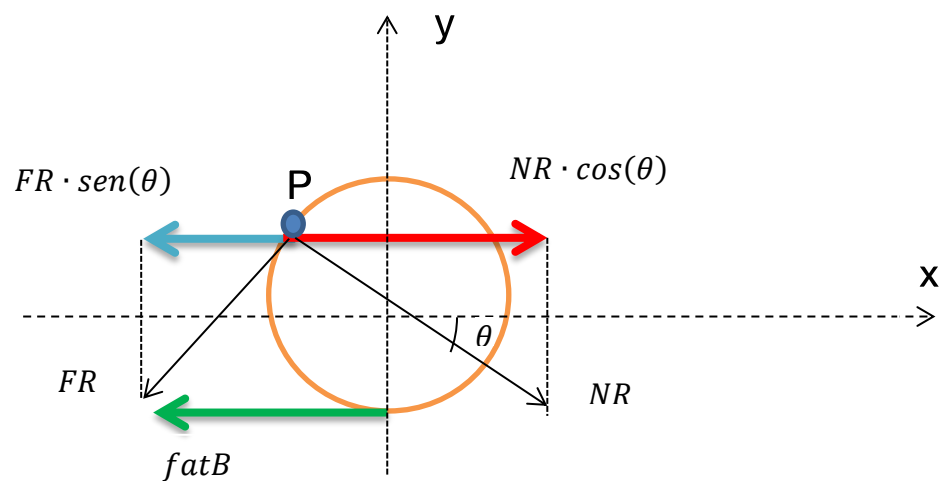


Figura 12 – Diagrama de corpo livre na bola

$$\sum Fx = -fatB - FR \cdot \sin(\theta) + NR \cdot \cos(\theta) = 0 \quad (1)$$

Para $N > 0$, podemos dizer que enquanto a soma da parcela $FR \cdot \sin(\theta)$ com $fatB$ for maior que a parcela $NR \cdot \cos(\theta)$, o roller estará segurando a bola, portanto podemos prosseguir da seguinte maneira:

$$NR \cdot \cos(\theta) \leq FR \cdot \sin(\theta) + fatB \quad (1)$$

$$\sum \tau_B = (-fatB + FR) \cdot r_B = I_B \cdot \alpha_B \quad (2)$$

$$\text{Como: } I_B = \frac{2}{5} \cdot m_B \cdot r_B^2 \quad (3)$$

Temos:

$$fatB = FR - \frac{2}{5} \cdot m_B \cdot r_B \cdot \alpha_B \quad (4)$$

Substituindo o $fatB$ da equação (4), na equação (1), temos:

$$NR \cdot \cos(\theta) \leq FR \cdot (\sin\theta + 1) - \frac{2}{5} \cdot m_B \cdot r_B \cdot \alpha_B \quad (5)$$

A aceleração angular (α_M) do motor é dada pela relação entre o torque do motor (TM) e os momentos de inércia do rotor (IM) e da carga (IC).

$$\alpha_M = \frac{TM}{IM+IC} \quad (6)$$

O momento de inércia da carga ligada ao motor (IC) nesse caso é definido por:

$$IC = IB + IR \quad (7)$$

A aceleração angular do motor (αM) e a aceleração angular da polia do motor (αPM) são iguais, portanto:

$$\alpha M = \alpha PM \quad (8)$$

A aceleração tangencial da polia do motor é igual à aceleração tangencial da polia do roller, e como a transmissão é feita por uma correia, sabemos que a aceleração tangencial é igual ao produto entre a aceleração angular e o raio da polia, como segue abaixo:

$$\alpha PM \cdot r_{PM} = \alpha PR \cdot r_{PR} \quad (9)$$

A aceleração angular da polia do roller (αPR) e a aceleração angular do roller (αR) são iguais, portanto:

$$\alpha PR = \alpha R \quad (10)$$

Como o atrito entre o roller e a bola é estático, estamos assumindo que ambos giram sem escorregamento entre si. Portanto, a aceleração tangencial do roller é igual à aceleração angular da bola, como segue abaixo:

$$\alpha R \cdot r_R = \alpha B \cdot r_B \quad (11)$$

Substituindo as equações 8, 9 e 10 na equação 11, temos:

$$\alpha_{Bola} = \frac{r_R \cdot r_{PM} \cdot \alpha M}{r_B \cdot r_{PR}} \quad (12)$$

Substituindo a equação 6, na equação 12, temos:

$$\alpha_{Bola} = \frac{rR \cdot r_{PM} \cdot TM}{rB \cdot r_{PR} \cdot (IR + IC)} \quad (13)$$

O momento de inércia do rotor (IR) é cedido pelo fabricante do motor, e a fórmula do momento de inércia da carga ligada ao motor (IC) pode ser observada a seguir:

$$IC = IB + IR = \frac{2}{5} \cdot mB \cdot rB^2 + \frac{1}{4} \cdot mR \cdot Rr^2 + \frac{1}{12} \cdot mR \cdot Lr^2 \quad (14)$$

4.1.1 Análise do sistema de transmissão

Agora analisaremos o sistema de transmissão mostrado na (Figura 7):

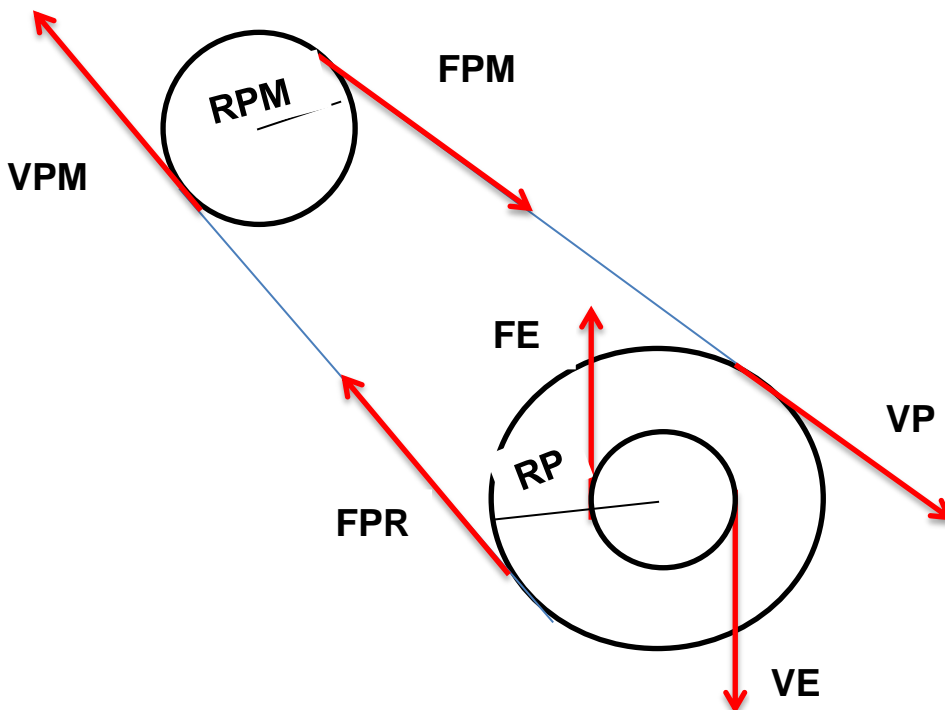


Figura 13 – Sistema de transmissão do Roller

A força linear na polia do motor (FPM) é igual à força linear na polia do roller (FPR), pois a transmissão é feita por uma correia dentada.

$$FPM = FPR \quad (15)$$

O Torque na polia do roller (TPR), o torque no eixo do roller (TE) e o torque do roller (TR) são iguais, pois os mesmos encontram-se acoplados. Aplicamos a mesma propriedade para o torque na polia do motor (TPM) e o torque gerado pelo motor (TM).

$$TPR = TE = TR \quad (16)$$

$$TPM = TM \quad (17)$$

O torque é igual ao produto da força linear pelo braço da mesma, que nesse caso é o raio das polias, portanto aplicando esta propriedade na equação 15 e substituindo a variável da equação 17, temos:

$$\frac{TM}{rPM} = \frac{TPR}{rPR} \quad (18)$$

Isolando TPR, temos:

$$TPR = \frac{TM \cdot rPR}{rPM} \quad (18)$$

No roller, temos:

$$TPR = TR = FR \cdot rR \quad (19)$$

Substituindo a equação 16 na equação 19, temos:

$$\frac{TM \cdot rPR}{rPM} = FR \cdot rR \quad (20)$$

Isolando a força FR, temos:

$$FR = \frac{TM \cdot rPR}{rR \cdot rPM} \quad (20)$$

Substituindo as equações 13 e 20 na equação 5, temos:

$$NR \cdot \cos(\theta) \leq \frac{TM \cdot rPR}{rR \cdot rPM} \cdot (\sin\theta + 1) - \frac{2}{5} \cdot mB \cdot rB \cdot \frac{TM \cdot rR \cdot rPM}{rB \cdot rPR \cdot (IR + IC)} \quad (21)$$

Organizando a equação e colocando TM em evidência, temos:

$$NR \cdot \cos(\theta) \leq TM \cdot \left[\frac{rPR}{rR \cdot rPM} \cdot (\sin\theta + 1) - \frac{2}{5} \cdot \frac{mB \cdot rR \cdot rPM}{rPR \cdot (IR + IC)} \right]$$

A equação 21 expressa a condição de funcionamento do sistema. Agora podemos substituir os valores numéricos do sistema implantado atualmente no robô e verificar o valor dos limites de funcionamento. Os dados do sistema atual são:

Massa do roller = 37g

Massa da bola = 46g

Raio da bola = 21,5mm

Raio do roller = 20mm

Largura do roller = 65mm

Altura roller = 37mm

Ângulo entre a bola e o roller = 32°

Raio polia roller = 7mm

Raio polia motor = 3mm

$IR = 4,45 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ (manual do fabricante)

$IC = Ibola + Iroller = 252,32 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$

$$\frac{NR}{TM} \leq 203,23 \text{ m}^{-1}$$

Neste caso a relação entre a força normal NR e o torque do motor TM definem a condição de funcionamento do sistema, ou seja, para $0 \leq \frac{NR}{TM} \leq 203,23 \text{ m}^{-1}$, o roller segura a bola.

4.2 Experimentos utilizando o ambiente de simulação dinâmica

Nesta etapa do projeto foram realizadas duas simulações dinâmicas com o objetivo de saber a influência da altura e da velocidade angular do roller no funcionamento do sistema. O dispositivo da figura 14 foi desenvolvido para que fosse possível variar estes parâmetros.

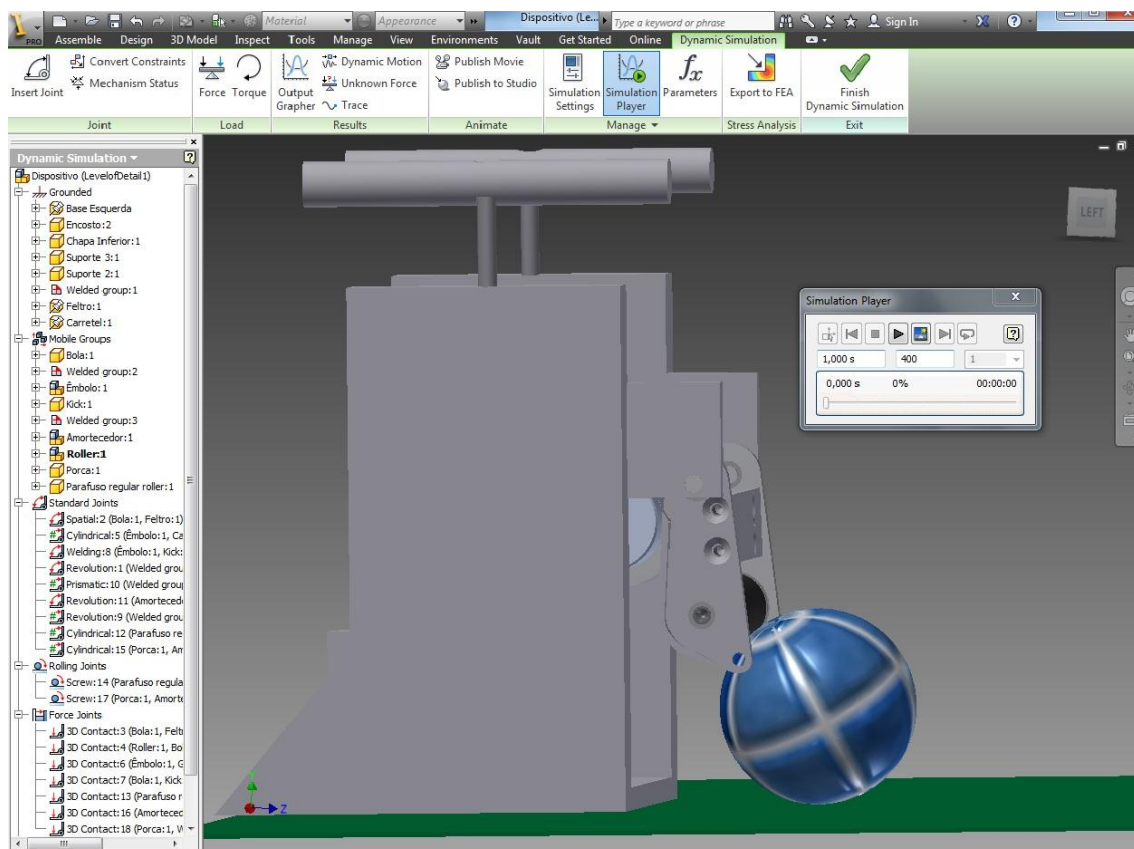


Figura 14 – O dispositivo desenvolvido para experimentos no ambiente de simulação

O objetivo desta simulação dinâmica é apenas estudar a resposta do sistema à medida que modificamos alguns parâmetros, sendo que os seus valores numéricos não são levados em conta, pois os parâmetros de atrito, amortecimento e outras relações entre os materiais que compõem o sistema não foram adicionados como entrada, pois a obtenção destes valores é complexa e foge dos objetivos deste projeto. Portanto, este modelo não é totalmente fiel ao que aconteceria no mundo real do ponto de vista de valores numéricos, mas do ponto de vista de relação entre as variáveis é um modelo que

pode ser utilizado como parâmetro para algumas conclusões. No ambiente de simulação dinâmica é possível verificar todos os parâmetros desejados em função do tempo nos gráficos de saída, como na figura 15.

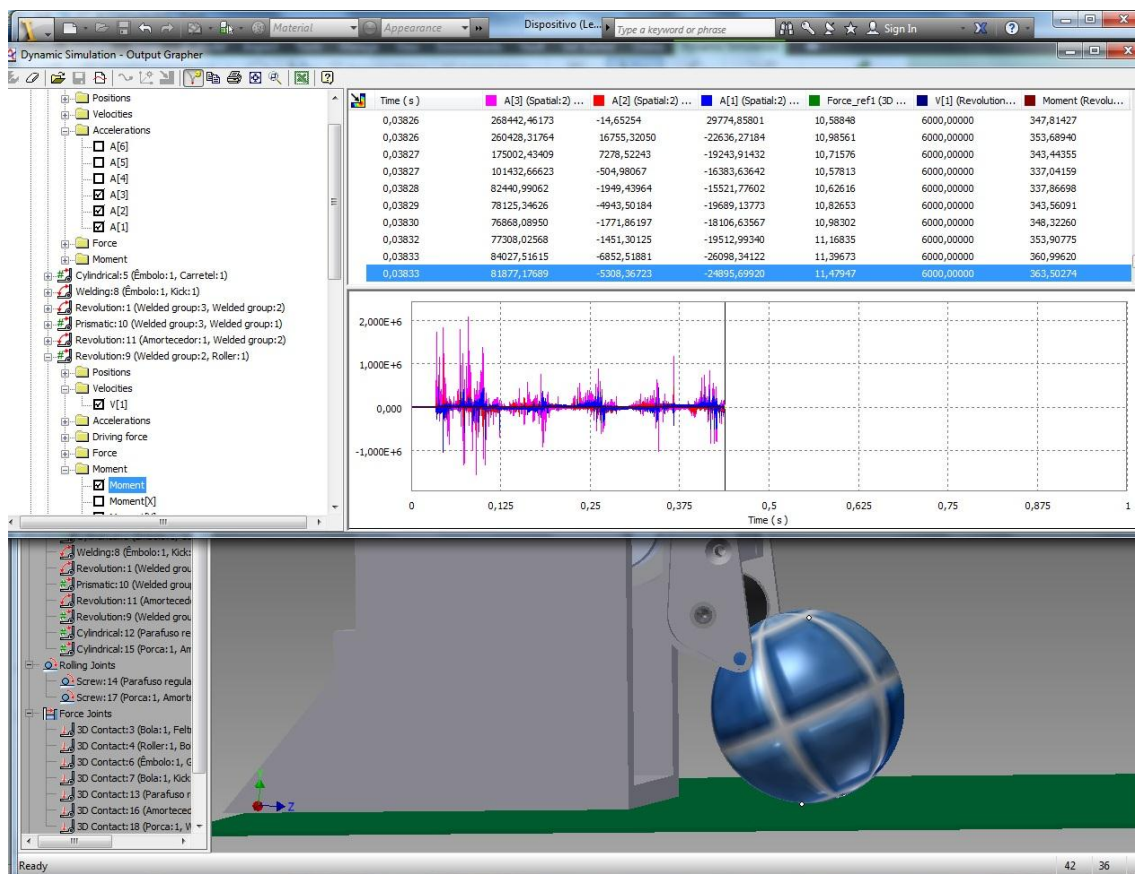
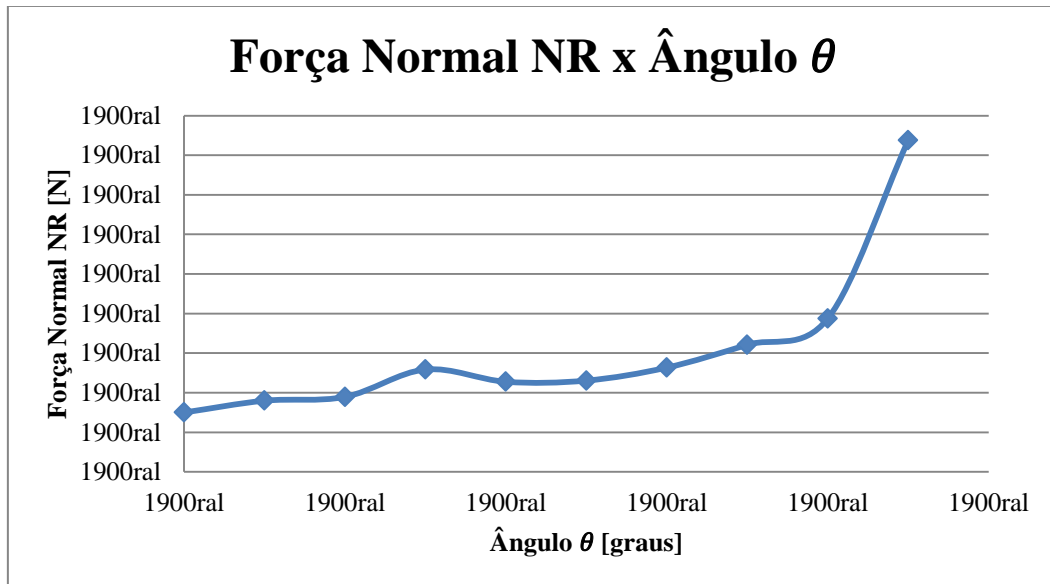
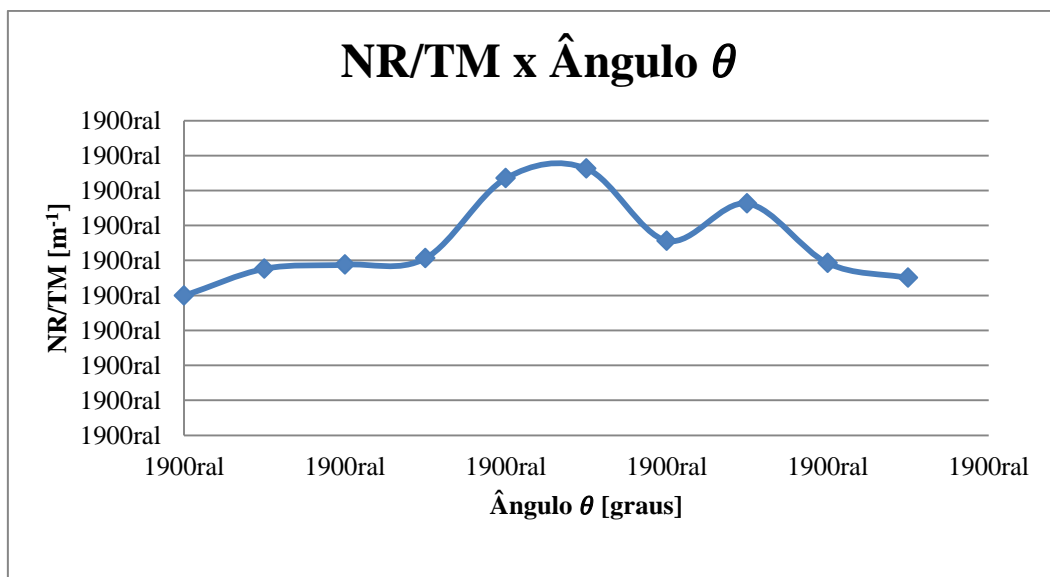


Figura 15 – Gráfico de Saída

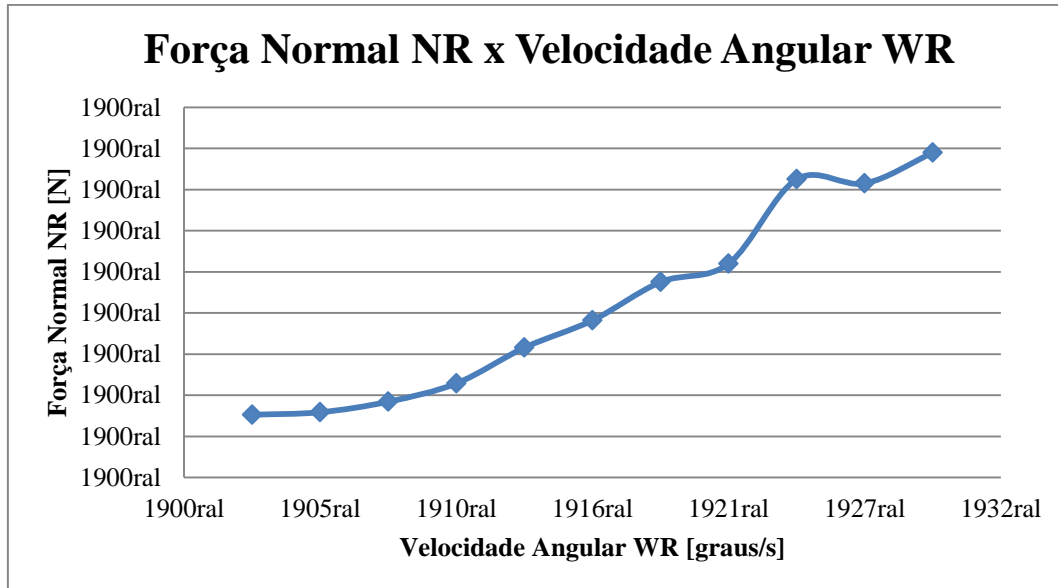
Após a realização dos experimentos e aquisição de dados, foram obtidos os resultados a seguir:



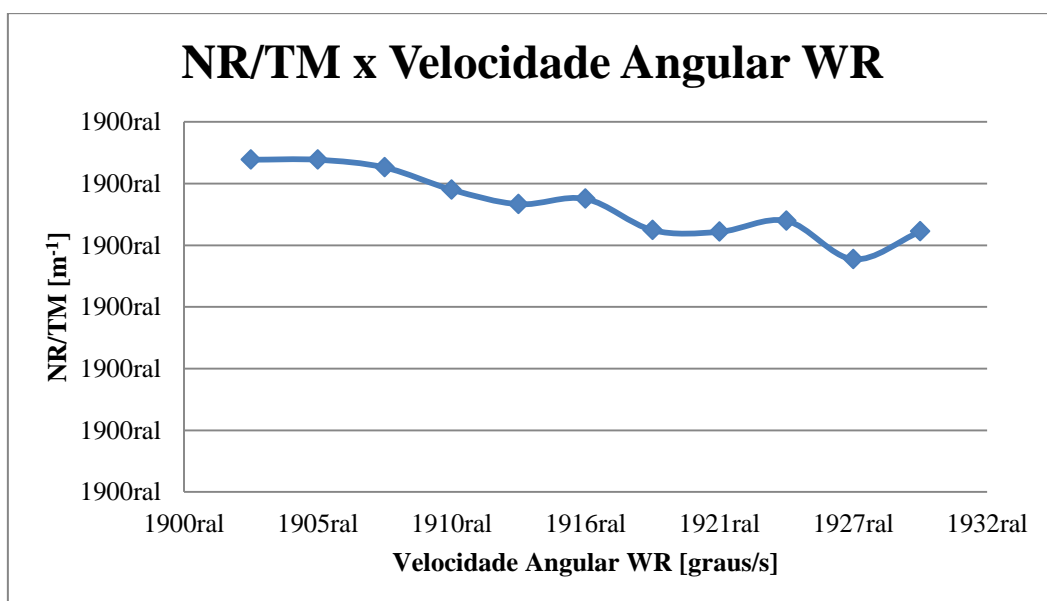
Podemos observar que conforme o ângulo θ assume valores cada vez maiores, a força normal NR também aumenta. Mas para ângulos acima de 45° foi observado no experimento que uma das componentes presentes no sistema leva a bola para dentro do robô.



Observando o gráfico NR/TM x ângulo θ podemos observar que aumentando o ângulo θ , a relação NR/TM tem uma variação oscilatória composta por picos e vales.



Podemos observar que conforme a velocidade angular WR assume valores cada vez maiores, a força normal NR também aumenta.



Podemos observar que conforme a velocidade angular WR aumenta, a relação NR/TM decresce de maneira oscilatória.

4.3 Análises Empíricas

Analisar a influência dos materiais na simulação dinâmica é inviável, portanto foram realizadas análises empíricas para estudar a eficiência do tipo de material no qual o roller é revestido e o comportamento de cada material quando modificamos o tipo de carpete. Foram utilizados 3 tipos de carpete e a descrição segue abaixo:

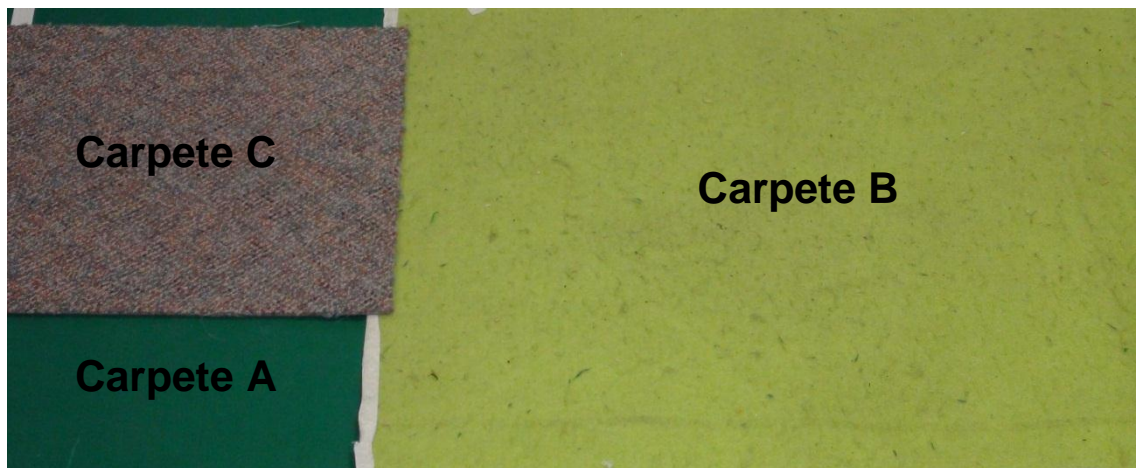


Figura 16 – Diferentes tipos de carpetes utilizados nos experimentos

Carpete A – Feltro utilizado no campo do laboratório da equipe RoboFEI.

Carpete B – Feltro utilizado na RoboCup 2011, realizada na Turquia.

Carpete C – Um carpete comum, geralmente utilizado em escritórios e em domicílios.

Os materiais utilizados para revestir o roller foram:

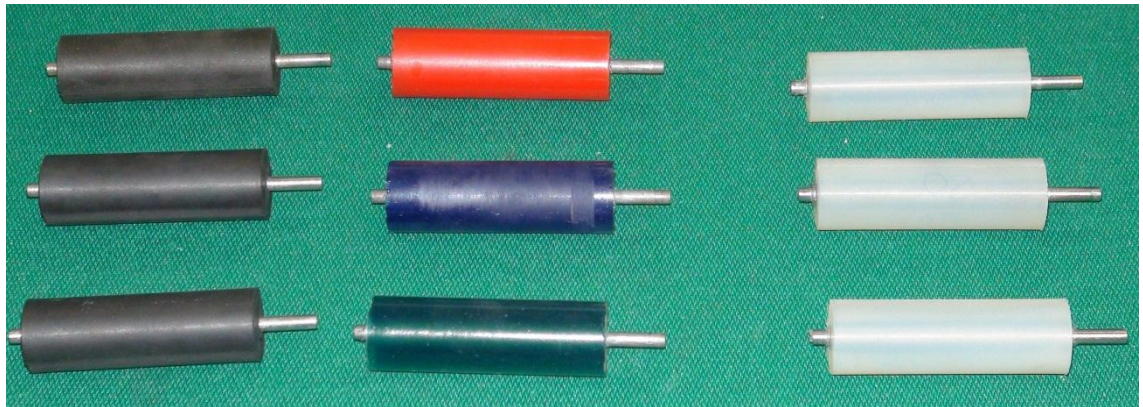


Figura 17 – Diferentes tipos de material utilizados nos experimentos

Borracha Natural – Durezas 25 e 30 Shore A.

Poliuretano (PU) – Durezas 20, 25 e 30 Shore A.

Silicone – Durezas 20, 25 e 30 Shore A.

4.3.1 Método de Análise

A equipe *RoboFEI* [1] possui um software (Figura 18) que originalmente é utilizado para comandar os robôs através de um joystick. Este software fornece de maneira instantânea a variação da corrente elétrica e a velocidade angular do motor (Figura 19).

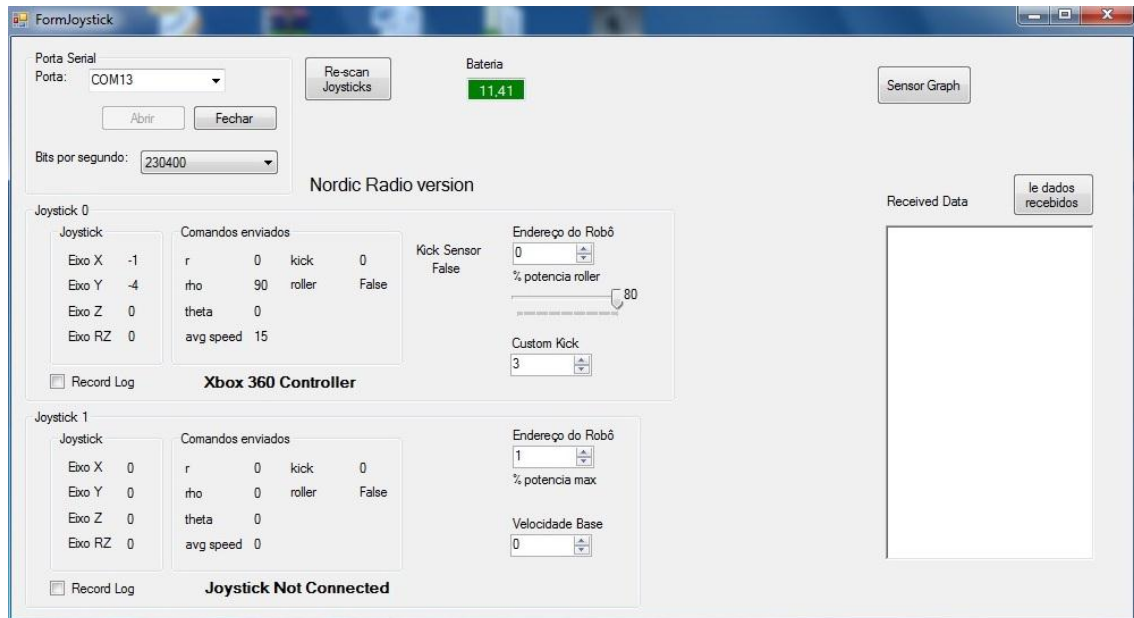


Figura 18 – Software utilizado para comandar o robô através do joystick

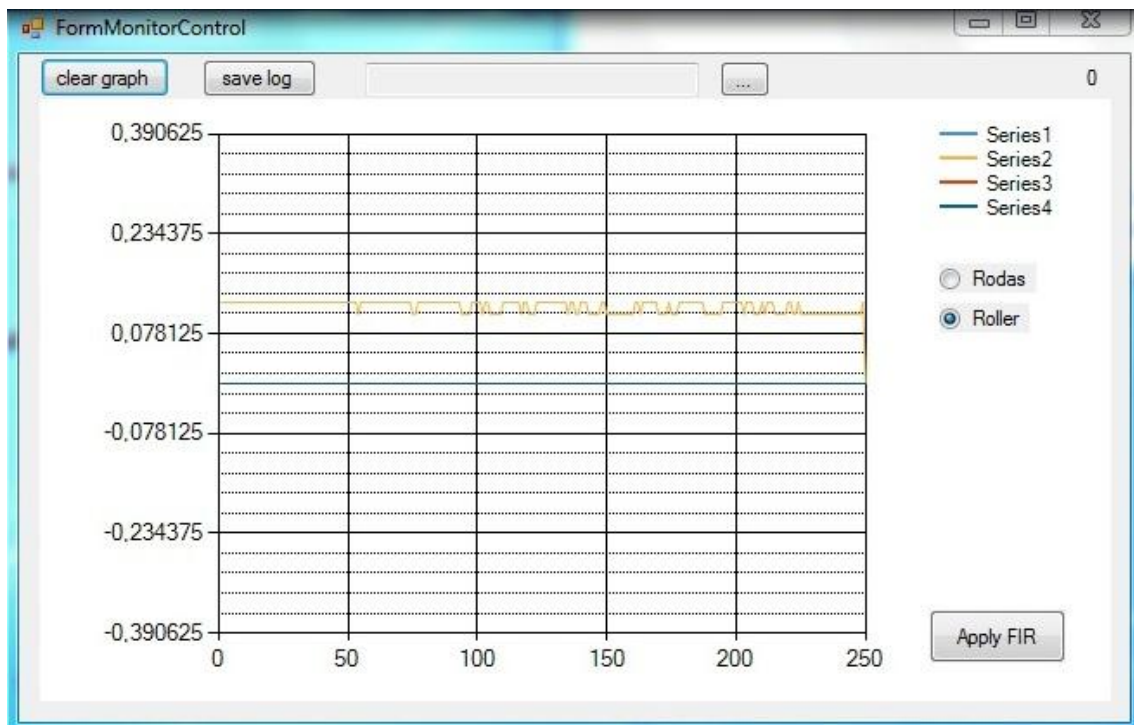


Figura 19 – A variação da corrente elétrica e a velocidade angular são expressas em função do tempo.

Quando a bola está em contato com o roller, a corrente elétrica que passa pelo motor possui variação de acordo com a vibração do sistema. Quanto maior é a força normal NR entre o roller e a bola, maior é o valor da corrente elétrica. Assim podemos definir qual material possui maior aderência com a bola e em qual situação o roller funciona de maneira mais estável, verificando apenas a variação da corrente elétrica.

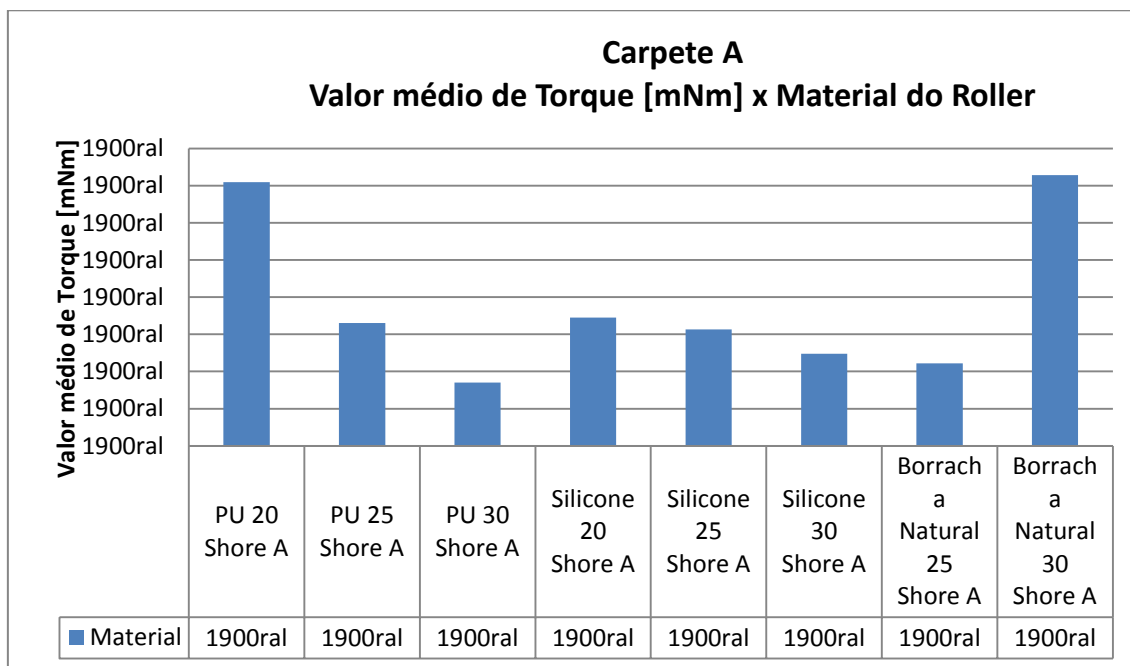
Nestes experimentos foram obtidos os valores da corrente elétrica no motor em função do tempo para cada material do roller e para cada tipo de carpete. Os resultados das análises empíricas estão expressos em função do torque do motor TM. Lembrando que de acordo com os parâmetros do motor, temos:

$$TM = 9,1 \cdot i \text{ [mNm]}$$

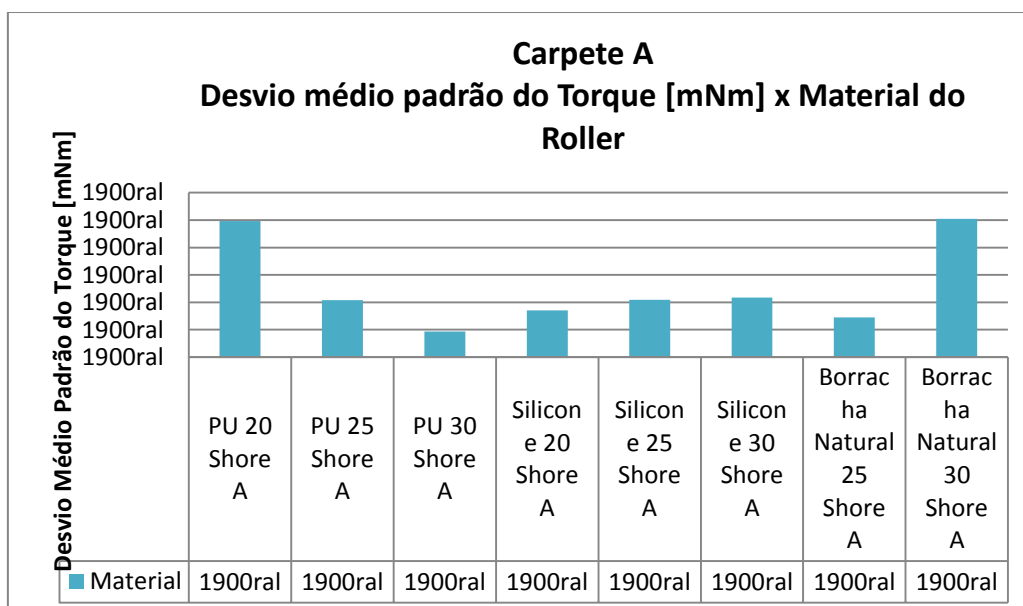
4.3.2 Resultados obtidos nas análises empíricas

Os dados obtidos nas análises empíricas são expressos através do valor médio e desvio padrão retirados da curva do torque do motor para cada tipo de carpete e material do roller. Através do valor médio podemos verificar o comportamento da força normal NR, ou seja, podemos verificar em qual situação existe mais aderência entre o roller e a bola.

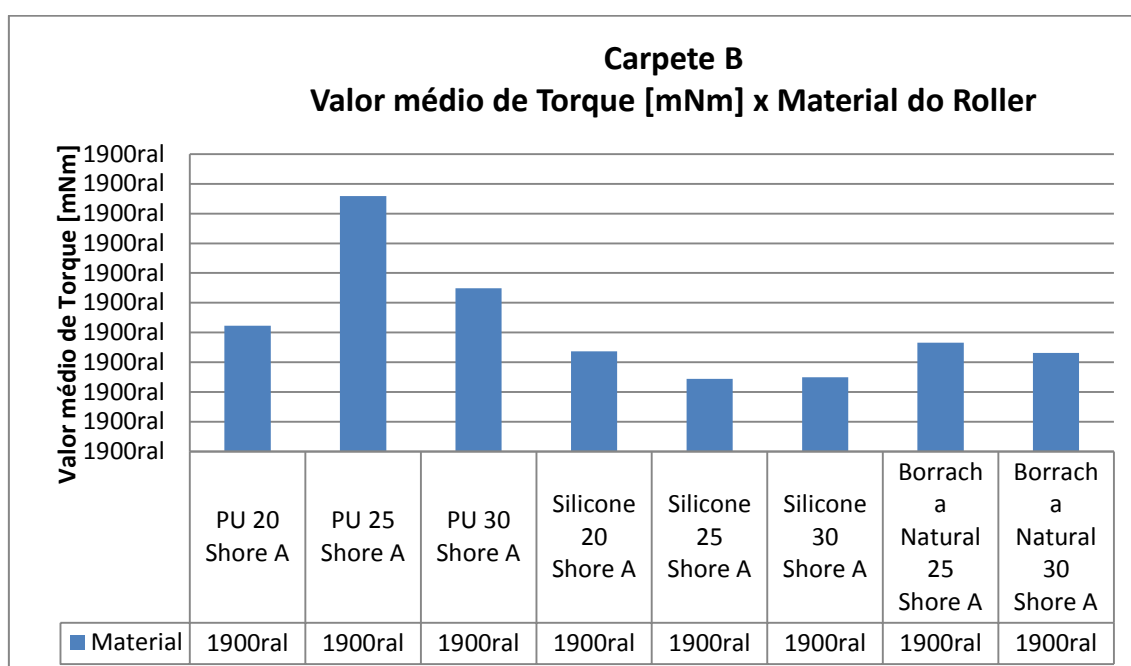
O desvio padrão deve ser observado como a parte mais importante desta análise, pois mesmo que sejam obtidos valores altos referentes à força normal NR, de nada adianta se existirem muitas vibrações no sistema, pois a bola será jogada para fora do roller com facilidade. Ou seja, através do desvio padrão podemos verificar em quais situações o roller atua de maneira estável.



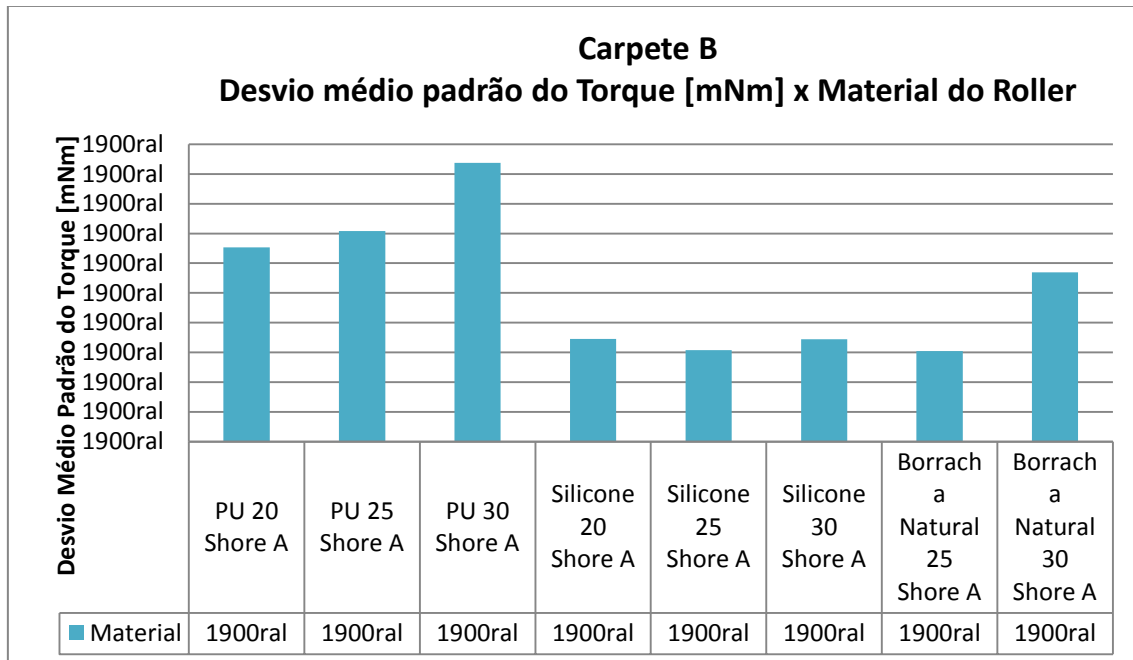
Podemos observar que no Carpete A, a Borracha Natural de 30 Shore A e o PU de 20 Shore A possuem maior aderência com a bola, pois os valores de torque para estes materiais são praticamente o dobro se comparado com os outros materiais submetidos à mesma situação.



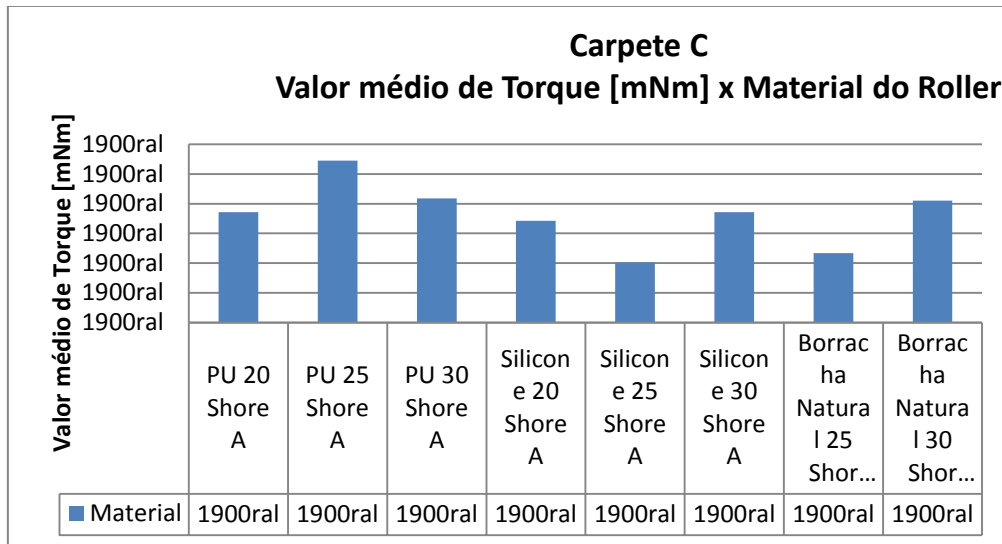
No gráfico que exibe o desvio padrão do torque no Carpete A, o PU de 20 Shore A e a Borracha Natural de 30 Shore apresentaram-se como os piores materiais a serem utilizados, pois alcançaram altos valores de desvio padrão e isso significa que o sistema atuou com maior vibração nestes casos. O melhor material observado neste carpete é o PU de 30 Shore A com um desvio médio padrão de 0,19 mNm .



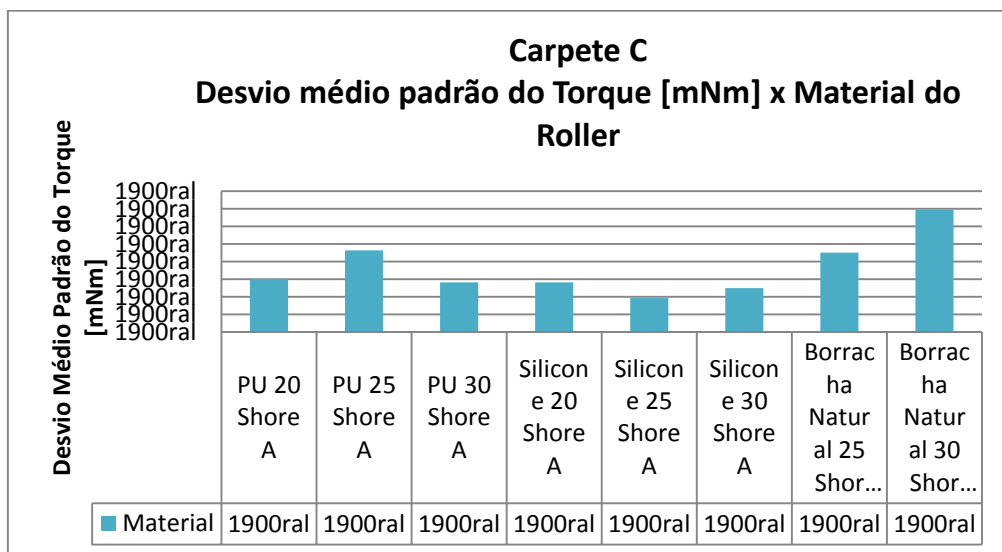
No Carpete B, o PU de 25 Shore A possui maior aderência com a bola atingindo um valor médio de 8,6 mNm, seguido do PU de 30 Shore A com 5,5 mNm e do PU de 20 Shore com 4,2 mNm. Neste carpete as três durezas de Poliuretano (PU) atingiram altos valores de torque, já a Borracha Natural e o Silicone atingiram valores próximos de 3 mNm de torque e também apresentaram pequenas diferenças com relação à mudança de dureza.



Analisando o gráfico que exibe o desvio padrão do torque no carpete B, observa-se que os valores de desvio padrão atingidos por praticamente todos os materiais é muito menor do que se comparado com o Carpete A, ou seja, podemos concluir que o comportamento do sistema tende a ficar mais estável no Carpete B do que no Carpete A. Os três tipos de Silicone e a Borracha Natural de 25 Shore A apresentaram-se como os materiais que fazem o sistema atuar em melhor situação de estabilidade com valores próximos de 0,16 mNm, e com base nas observações realizadas durante os experimentos, podemos concluir que todos os materiais utilizados nestes experimentos atuam de maneira aceitável no Carpete B.



Podemos observar que no Carpete C, o Silicone de 25 Shore A e a Borracha Natural de 25 Shore A alcançaram valores baixos se comparados com os outros materiais, sendo que o PU de 25 Shore A atinge um valor médio de 5,4 mNm, apresentando-se como o material que possui maior aderência com a bola.



Podemos observar no gráfico do carpete C, que o comportamento dos materiais também é mais estável do que quando o sistema atua no Carpete A, sendo que para a maioria dos materiais demonstra situações de maior estabilidade do que no Carpete B.

Nos experimentos empíricos foi constatado que a resposta do sistema tem uma diferença muito grande conforme se variava o tipo de carpete, isso é um problema, pois nos jogos das competições disputadas pela equipe RoboFEI [1] serão utilizados diversos tipos de carpete e o sistema de drible precisa funcionar em todos estes. Observando os resultados dos experimentos empíricos podemos concluir que no Carpete A temos materiais com o desvio médio padrão do torque de praticamente o dobro do que nos Carpetes B e C, isso significa que o sistema tende a ficar menos instável quando o roller esta no Carpete A. Como o objetivo deste projeto é obter um roller que funcione nos mais variados tipos de carpete, temos que verificar o tipo de material que funciona melhor no Carpete A e analisar o comportamento deste material nos Carpetes B e C. Assim, podemos observar que o material que possui menor desvio médio padrão no Carpete A é o PU de 30 Shore A e esse material também possui baixos valores de desvio padrão nos Carpetes B e C, portanto o material melhor classificado para o revestimento do roller é o PU 30 Shore A.

CAPÍTULO 5

5. Parâmetros de funcionamento

Foram realizados alguns testes preliminares para verificar o funcionamento do roller em situações de jogo com os parâmetros utilizados no software de estratégia do robô, como:

- A força é medida em um nível de 0 a 8.
- E a velocidade do robô é expressa em porcentagens da velocidade máxima.

5.1 Resultados

- Recepção de passe

Para uma distância entre os robôs de 0,5 metros o robô recebe a bola até o nível de força do chute igual a 3, neste nível a bola chega à 2m/s.

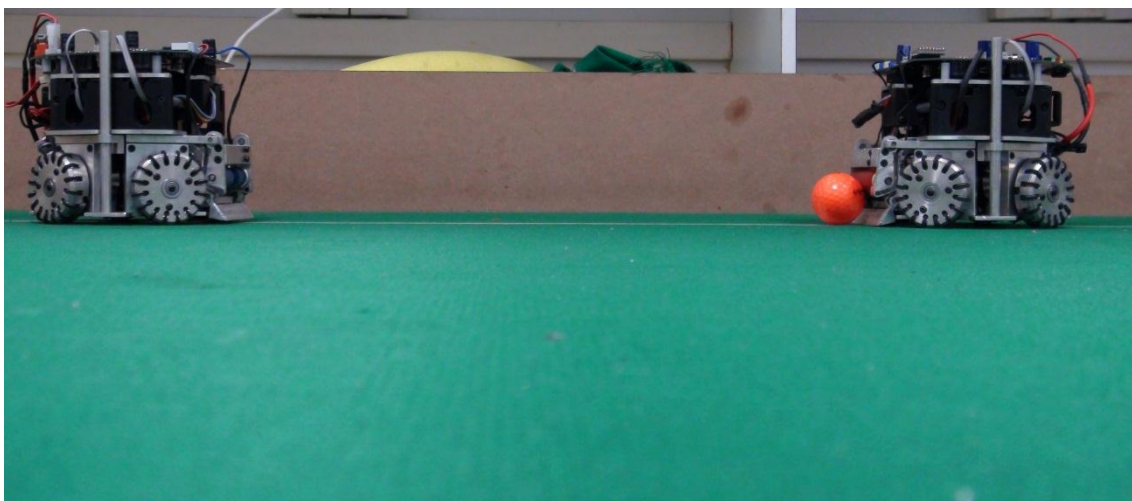


Figura 20 – Passe entre os robôs

- Movimentação carregando a bola

O robô consegue manipular a bola para frente com facilidade, tanto para velocidades altas e baixas. O robô também consegue movimentar-se para trás sem soltar a bola, chegando a até 15% da velocidade máxima do robô.

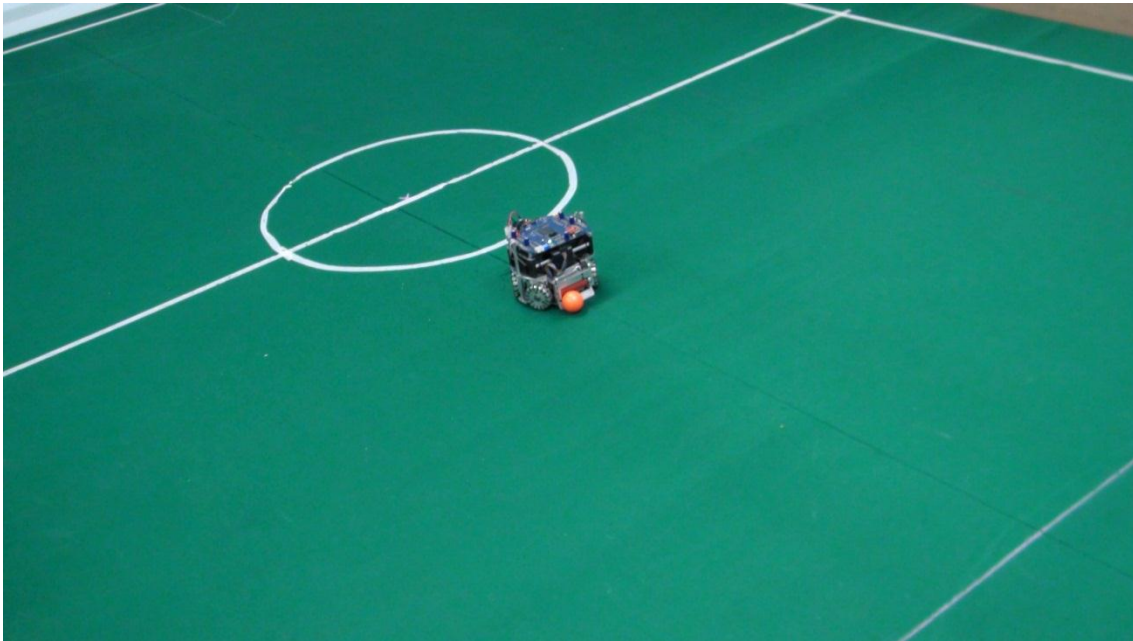


Figura 21 – Foto do robô se movimentando para trás sem soltar a bola

CAPÍTULO 6

6. Conclusão

Neste projeto de iniciação científica, foram abordados conceitos de Dinâmica, Motores elétricos, experimentos em ambientes de Simulação Dinâmica, análises empíricas com base na teoria do problema a ser resolvido e interpretação de dados. Todos estes tópicos agregaram conhecimento e foram utilizados como ferramenta para que o objetivo proposto fosse alcançado.

Por fim, agora a equipe RoboFEI [1] possui um sistema de drible com boa funcionalidade, que possibilita a realização de jogadas com recepção de passe e movimentação com a bola nos jogos da Small Size League [2].

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - “*RoboFEI*” - Disponível em: <<http://www.fei.edu.br/robo>>. Acesso em: 06 Out. 2011.
- [2] - “*Small Size Robot League*”. Disponível em: <<http://small-size.informatik.uni-bremen.de/>>. Acesso em: 06 Out. 2011
- [3] - “*RoboCup Official Site*” . Disponível em: <<http://www.robocup.org>>. Acesso em: 06 Out. 2011.
- [4] - “*The Futepoli Team Homepage*”. Disponível em: <<http://www.lti.pcs.usp.br/robotics/futepoli>>. Acesso em: 06 Out. 2011.
- [5] - Guaraná COSTA, A. H.R.; PEGORARO, R. “*Construindo Robôs Autônomos para Partidas de Futebol: O time Guaraná*”. Controle e Automação SBA, v.11,n.2, p.141-149., 2000.
- [6] - “*Federation of International Robosoccer Association*”. Disponível em: <<http://www.fira.net>>. Acesso em 05 Out. 2011.
- [7] - “*Autodesk Inventor Profesional*”. Disponível em: < http://wikihelp.autodesk.com/Inventor/enu/2013/Help/1310-Autodesk1310/3232-Dynamic_3232 > Acesso em 05 Nov. 2012.
- [8] - “*Tribologia*”. Disponível em: <<http://www.lmp.ufsc.br/disciplinas/Stoterau/Tribolbogia-final-v4.pdf>> Acesso em 20 Abr. 2012.

[9] – YEDAMALE P.; MICROCHIP Technology Inc. AN885: “*Brushless DC (BLDC) Motor Fundamental*”. Disponível em:
<<http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00885a.pdf>> Acesso em 20 Abr. 2012

[10] – BROWN, W..; MICROCHIP Technology Inc. AN857: “*Brushless DC Motor Control Made Easy*”. Disponível em:
<<http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00857a.pdf>> Acesso em 20 Abr. 2012

[11] – “*Maxon DC motor e Maxon EC motor*”. Disponível em:
<https://downloads.maxonmotor.com/Katalog_neu/eshop/Downloads/allgemeine_informationen/Das_wichtigste_ueber_maxon_motoren/newpdf_11/DC-Das-wichtigste-ueber-maxonmotoren_11_EN_036.pdf> Acesso em 20 Abr. 2012

[12] - “*Laws of the RoboCup Small Size League 2012*”. Disponível em:
<http://robocupssl.cpe.ku.ac.th/_media/rules:ssl-rules-2012.pdf> Acesso em 05 Nov. 2012.

[13] – FRANÇA, Luis Novaes Ferreira; MATSUMURA, Amadeu Zenjiro. Mecânica geral. 3. ed., rev. e ampl. São Paulo: Blucher, c2011. 316 p. ISBN 9788521205784

[14] – “Datasheet motor EC-max 22” Disponível em:
<<http://www.aviton.spb.ru/files/doc/pdf/maxon/165.pdf>> Acesso em 09 Nov. 2012

[14] - “*Microsoft Excel*” - Disponível em: < <http://office.microsoft.com/pt-br/excel/>>. Acesso em: 05 Nov. 2012.

[15] – “ANSYS Workbench” - Disponível em: < <http://www.ansys.com/Products/Workflow+Technology/ANSYS+Workbench+Platfor>>. Acesso em: 05 Nov. 2012.

[15] – “Inventor Studio” - Disponível em:
<<http://wikihelp.autodesk.com/Inventor/ptb/2013/Help/3364-Mostrar-3366/3365-Mostrar-3367/3770-Autodesk3772>>. Acesso em: 05 Nov. 2012.

8. GLOSSÁRIO

NR: Força normal (roller/bola)	rB: Raio da bola
NB: Força normal (bola/piso)	rPM: Raio da polia do motor
fatB: Força de atrito entre o piso e a bola	rPR: Raio da polia do roller
wR: Velocidade angular do roller	rR: Raio do roller
wB: Velocidade angular da bola	Lr: Comprimento do roller
α B: Aceleração angular da bola	Pel: Potência elétrica
α M: Aceleração angular do motor	Pmech: Potência mecânica
α PM: aceleração angular da polia do motor	Pperdida: Potência dissipada devido as perdas
α PR: aceleração angular da polia do roller	U: Tensão
α R: aceleração angular roller	I: Corrente elétrica
IB: Momento de inércia de uma esfera	R: Resistência das fases do motor
IR: Momento de inércia do rotor	kn: Constante de velocidade angular do motor
IC: Momento de inércia da carga ligada ao motor	km: Constante de torque do motor
Iroller: Momento de inércia do roller	θ : Ângulo
mB: Massa da bola	FM: Força exercida pela polia do motor
mR: Massa do roller	FE: Força exercida pelo eixo do roller
	FP: Força exercida pela polia do roller

FR: Força exercida pelo roller

FPR: Força linear na polia do roller

VM: velocidade escalar da polia do motor

VE: velocidade escalar do eixo do roller

VP: velocidade da polia do roller

RM: Raio da polia do motor

RP: Raio da polia do roller

TM: Torque do motor

TE: Torque do eixo do roller

TP: Torque da polia do roller

TR: Torque do roller

TPR: Torque na polia do roller

i: corrente do motor