

Data de realização do experimento: ??/??/2019

Grupo 13:

Gustavo Pereira Chaves - 19/0014113

Luigi Paschoal Westphal de Oliveira - 19/0062894

David Gonçalves Mendes - 19/0056967

Relatório do Experimento 5 - Pêndulo Físico

Introdução Teórica:

Praticamente nenhum pêndulo existente é um pêndulo simples, pois em vez de ter uma única massa oscilando, ele normalmente se compõe de uma coleção de partículas, cada uma com sua distância ao eixo de oscilação. Caso colocássemos 2 massas M_1 e M_2 no meio e na extremidade, respectivamente, da haste do pêndulo, qual seria o período de oscilação do conjunto? Um bom método resolver esse problema é realizar a análise dos torques.

Como o sistema gira em torno de um mesmo ponto, consideremos o torque total que age sobre o sistema em torno da origem "O". O torque resultante é dado por:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = M_1 g \sin(\theta) L_1 + M_2 g \sin(\theta) L_2 = (M_1 L_1 + M_2 L_2) g \sin(\theta) \quad (1)$$

Por outro lado, sabe-se que o torque aplicado a um corpo de momento de inércia I produz uma aceleração angular α , ou seja,

$$\tau = I \alpha = I d^2 \theta / dt^2 = (M_1 L_1 + M_2 L_2) g \sin(\theta) \quad (2)$$

Como o momento de inércia de uma partícula de massa m situada a uma distância R do ponto de rotação é dado por mR^2 , podemos reescrever a expressão a acima como:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \left(\frac{M_1 L_1 + M_2 L_2}{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2} \right) g \sin \theta. \quad (3)$$

Definindo:

$$L' = \frac{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}{M_1 L_1 + M_2 L_2} \quad (4)$$

A equação (3) assume a mesma forma que a equação que descreve o pêndulo simples:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L'} \sin \theta. \quad (5)$$

Em resumo, o pêndulo físico com duas massas comporta-se como um pêndulo simples cujo comprimento é dado por uma média ponderada, diferente da média ponderada que se usa para calcular o centro de massa. Portanto, espera-se que o período desse pêndulo físico seja dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g} \left(\frac{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}{M_1 L_1 + M_2 L_2} \right)} \quad (6)$$

Para um sistema de partículas com momento de inércia I , pode-se mostrar que o período de oscilação de um pêndulo físico qualquer pode ser expresso em termos do momento de inércia I do pêndulo em relação ao seu eixo de sustentação e da distância h do centro de massa ao eixo de sustentação:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}. \quad (7)$$

Calculando-se o momento de inércia do pêndulo físico com duas massas, a expressão acima leva ao resultado (6). Observe que na expressão (6) desconsideramos o momento de inércia da haste, o que nem sempre se justifica.

Objetivos:

Observar as oscilações de um pêndulo real, caracterizá-las e verificar as condições em que ele pode ser caracterizado como um pêndulo simples. Assim como, por meio dos dados adquirido, descrever as variáveis relevantes de um sistema oscilante.

Materiais utilizados:

- Pêndulo físico com duas massas acoplado a sensor de ângulo;
- Placa de aquisição de dados DrDaq (Pico Technology);
- Software de aquisição de dados DrDaq;
- Computador;
- Balança de precisão (0.1 g);
- Trena milimetrada;

Procedimentos:

Na primeira parte do experimento, foi preparada uma tabela para anotar L_1 , $T(L_1)$ medido e $T(L_1)$ calculado (através da expressão (6), apresentada na introdução).

A massa M_2 foi colocada no extremo do pêndulo (L_2 Máxima) e a posição da massa M_1 foi variada desde a menor até a maior distância possível ao eixo de sustentação do pêndulo (quando M_1 se encontrar com M_2). Foram medidas as distâncias L_2 e L_1 (distância do centro de massa de M_2 e M_1 , respectivamente, ao eixo) quando M_1 estava o mais próximo e M_2 o mais distante possível do eixo. Em seguida, o pêndulo foi colocado para oscilar até atingir uma amplitude menor que 15° .

Depois, a distância L_1 foi sendo aumentada de 8 em 8cm e o procedimento acima repetido para todas as distâncias L_1 . Ao final disso, foi feito um gráfico do período medido e do calculado em função de L_1 e foram comparados os resultados.

Na segunda parte do experimento, determinamos os momentos de inércia da haste e das massas e determinamos as distâncias com a maior precisão possível. Por fim, utilizamos da fórmula (7) para determinar com precisão a aceleração da gravidade no local.

Dados Experimentais:

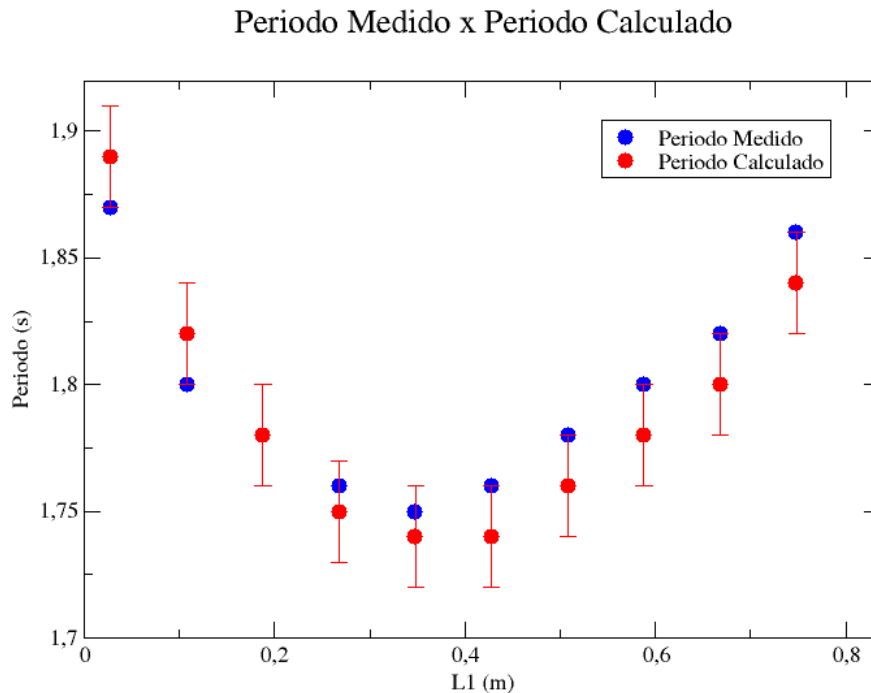
O experimento foi realizado com dois pesos, sendo eles M_1 com 347,2 g e M_2 com 342,7 g. O comprimento da haste utilizada foi de 0,912 metros. O período obtido, tendo em vista a distância entre o peso M_1 e o M_2 (L_1), está representado na tabela a seguir:

L_1 (metros)	$T(\pm 0,1 \text{ s})$ (medido)	$T(\pm 0,2 \text{ s})$ (calculado)
0,028	1,87	1,89
0,108	1,80	1,82
0,188	1,78	1,78
0,268	1,76	1,75
0,348	1,75	1,74
0,428	1,76	1,74
0,508	1,78	1,76
0,588	1,80	1,78
0,668	1,82	1,80
0,748	1,86	1,84

Com o erro experimental do período calculado dado pelo programa Grace.

Análise de dados:

A partir dos dados coletados na primeira parte do experimento, torna-se possível construir um gráfico com o período medido e o período esperado para cada valor de L_1 :



Assim, conclui-se que dentro da margem de erros, há uma correspondência com o valor esperado, o que valida o experimento. Por conseguinte, verifica-se o comportamento da curva, que é decresce em direção ao centro do gráfico, o que denota o maior grau de interferência que uma massa adicional proporciona no período do pêndulo.

Ademais, é possível também determinar o valor da gravidade no local de forma precisa. Para tal, torna-se necessário calcular o momento de inércia do conjunto, explicitado a seguir:

$$I_{\text{haste}} = \frac{ML_2^2}{3}$$

$$I_{\text{cilindro}} = \frac{ML_2^2}{3} + Md^2$$

$$I_{\text{total}} = I_{\text{haste}} + I_{\text{cilindro 1}} + I_{\text{cilindro 2}}$$

E após isso, utilizando a fórmula (7) e isolando g , obtém-se que:

$$g = \frac{I \cdot 4\pi^2}{mT^2 L} \rightarrow g = 9,7886 \text{ m/s}^2$$

Conclusão:

O experimento foi realizado com o auxílio de ferramentas computacionais que facilitaram a coleta e o tratamento dos dados. Mesmo havendo erros experimentais, foi possível observar os efeitos de uma massa adicional ao pêndulo e comparar os resultados medidos aos esperados pelos cálculos descritos, obtendo bons resultados quanto a precisão. Ademais, pelo uso das fórmulas do momento de inércia dos corpos presentes no experimento, determinou-se com grande precisão a aceleração da gravidade no local.

Bibliografia:

Young, H. D.; Freedman, R. A.; Física 2 Termodinâmica e Ondas , 12ª ed., Pearson, 2008.

Halliday, Walker e Resnick, Fundamentos de Física - 2, Editora LTC.