Oscilações: o pêndulo físico

IF/UnB - Física 2 Experimental

Objetivo: Caraterizar o movimento oscilatório de um pêndulo real e as condições em que ele pode ser considerado um pêndulo simples. Descrever matematicamente as variáveis relevantes de um sistema oscilante por meio de uma análise dos dados coletados.

Conhecimentos explorados: Leis de Newton, momento de inércia, forças características em sistemas oscilantes, ferramentas gráficas e de aquisição de dados.

MATERIAIS

- Pêndulo fisico com duas massas acoplado a sensor de ângulo,
- Placa de aquisição de dados DrDaq (Pico Technology),
- Software de aquisição de dados DrDaq,
- Computador,
- Balança de precisão (0.1 g),
- Régua milimetrada.

O PÊNDULO FISICO

Praticamente nenhum pêndulo existente é um pêndulo simples, pois em vez de ter uma única massa que oscila, ele normalmente se compõe de uma coleção de partículas, cada uma com sua distância L ao eixo de rotação. Insira uma segunda massa no pêndulo do laboratório, deixando uma na metade da haste e a outra na sua extremidade. Se admitirmos que essas duas massas oscilarão solidariamente como um único corpo, pergunta-se: qual é o período de oscilação do conjunto? Um primeiro chute seria imaginar que o período deve ser aquele correspondente ao da posição do centro de massa do sistema. Vamos mostrar que isso não é verdade. A análise desse problema fica mais simples se em vez de nos preocuparmos com as forças envolvidas fizermos a análise dos torques. Considere assim o pêndulo físico, composto de duas massas M_1 e M_2, como o mostrado na figura 1.

Como o sistema gira em torno de um mesmo ponto, consideremos o torque total que age sobre o sistema em torno da origem “O”. O torque resultante é dado por:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_1 + \tau_2 \\ &= M_1 g \sin\theta L_1 + M_2 g \sin\theta L_2 \\ &= (M_1 L_1 + M_2 L_2) g \sin\theta. \end{aligned} \tag{1}$$

Por outro lado, sabe-se que o torque aplicado a um corpo de momento de inércia I produz uma aceleração angular α, ou seja,

$$\begin{aligned} \tau &= I\alpha \\ &= I\frac{d^2\theta}{dt^2} \\ &= (M_1 L_1 + M_2 L_2) g \sin\theta. \end{aligned} \tag{2}$$

O momento de inércia de uma partícula de massa m situada a uma distância R do ponto de rotação é dado por mR^2. Assim, a expressão (2) acima pode ser reescrita como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \left(\frac{M_1 L_1 + M_2 L_2}{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}\right) g \sin\theta. \tag{3}$$

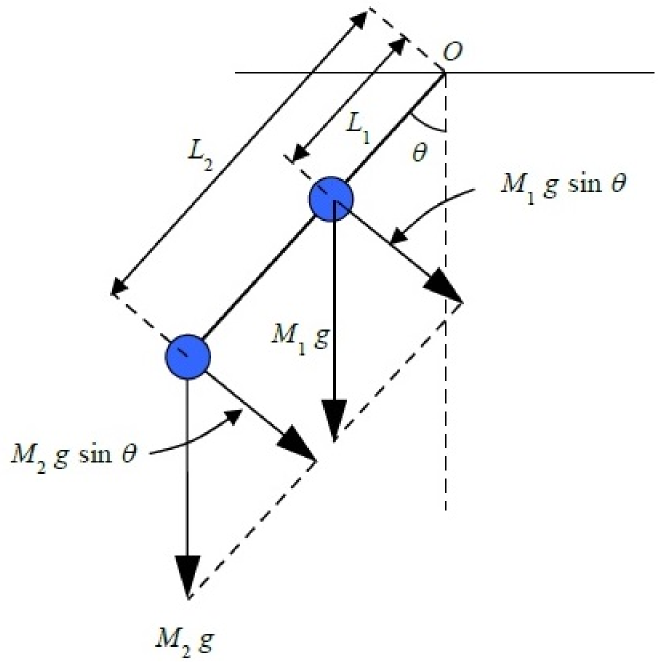

Figura 1. Pêndulo físico com duas massas.

Definindo

$$L' = \frac{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}{M_1 L_1 + M_2 L_2} \tag{4}$$

a equação (3) assume a mesma forma que a equação que descreve o pêndulo simples:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L'} \sin\theta. \tag{5}$$

Em resumo, o pêndulo físico com duas massas comporta-se como um pêndulo simples cujo comprimento é dado por uma média ponderada, diferente da média ponderada que se usa para calcular o centro de massa. Portanto, espera-se que o período desse pêndulo físico seja dado por:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}\left(\frac{M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}{M_1 L_1 + M_2 L_2}\right)} \end{aligned} \tag{6}$$

Para um sistema de partículas com momento de inércia I, pode-se mostrar que o período de oscilação de um pêndulo físico qualquer (veja por exemplo o livro do Halliday (Vol.2)) pode ser expresso em termos do momento de inércia I do pêndulo em relação ao seu eixo de sustentação e da distância h do centro de massa ao eixo de sustentação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}.$$

Calculando-se o momento de inércia do pêndulo físico com duas massas, a expressão acima leva ao resultado (6). Observe que na expressão (6) desconsideramos o momento de inércia da haste, o que nem sempre se justifica.

PROCEDIMENTOS DE MEDIDA

a) Efeito da separação entre as massas no pêndulo fisico.

A expressão (6) expressa como o período depende das posições relativas entre as massas, para o caso em que elas podem ser tratadas como massas pontuais. Para verificar que essa expressão descreve razoavelmente bem o nosso sistema, considere o experimento no qual a massa M_2 é colocada no extremo do pêndulo (L_2 = máximo) e que variemos a posição da massa M_1, desde a menor distância possível ao ponto de sustentação do pêndulo até a maior distância possível (quando M_1 se encontrar com M_2). Realize então as seguintes medidas:

1. Prepare uma tabela com três colunas para anotar L_1, $T(L_1)$ medido e $T(L_1)$ calculado.
2. Coloque a massa M_2 na extremidade da haste de aço e prenda-a firmemente com o parafuso de fixação. Meça a distância L_2 do centro de massa de M_2 ao eixo e anote esse valor. Movimente a massa M_1 para a posição mais próxima do eixo que puder e prenda-a nessa posição. Essa será a menor distância L_1 possível. Meça a distância do centro de massa de M_1 até o eixo e registre na ata.
3. Coloque o pêndulo para oscilar conforme mostrado anteriormente até atingir uma amplitude menor que 15°, conforme observado pelo transferidor.
4. Faça uma aquisição de dados de 10s de duração.
5. Ajuste dos dados para determinar o período e registre na sua ata o valor do período encontrado. Para cada posição L_1, repita o procedimento 2 e 3 umas 4 vezes e tire a média e o desvio padrão dos resultados para essa distância L_1.
6. Movimente a massa M_1 para baixo cerca de 5 cm, ou seja, aumente L_1 em cerca de 5cm (esse valor é arbitrário, você pode escolher qualquer variação, desde que ao final você tenha cerca de 10 distâncias diferentes, quanto mais, melhor) e repita os procedimentos 2 a 5 até que a massa M_1 encoste em M_2.
7. Preencha a terceira coluna com o valor de $T(L_1)$ calculado pela expressão 6.
8. Faça um gráfico do período medido e do calculado em função de L_1 e compare os resultados obtidos. Há discrepâncias? Discuta o resultado com o grupo e comente no seu relatório.

b) Determinação precisa de g.

Agora que você já sabe como o período depende do momento de inércia, podemos fazer uma determinação precisa da aceleração da gravidade local g. Observe que ao dizer que $g = 9,80 \pm 0,03\, m/s^2$ estamos assumindo que conseguimos medir g com uma precisão da ordem de 3 partes em 1000 $\left((1000 \pm 3) \times 10^{-2}\, m/s^2\right)$. Isso significa que todas as nossas medidas devem ser acuradas em cerca de 1 parte em 300. Qualquer pequeno erro nas estimativas pode levar a um erro maior que esse. A principal tarefa aqui é determinar o momento de inércia do pêndulo com o maior detalhamento possível. Isso inclui:

- Determinar o momento de inércia da haste.
- Determinar o momento de inércia da massa (lembrar que ela não é pontual e possui o formato de um cilindro sólido).
- Determinar as distâncias com a maior precisão possível.
- Trabalhar no limite de ângulos pequenos (ou seja, medir o período para vários ângulos e extrapolar o valor para ângulo zero, como feito no primeiro procedimento para o pêndulo simples).

Discuta com o seu grupo e elabore um procedimento para determinar o valor de g com a maior precisão possível.

BIBLIOGRAFIA

Halliday, Resnick e Walker, *Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.