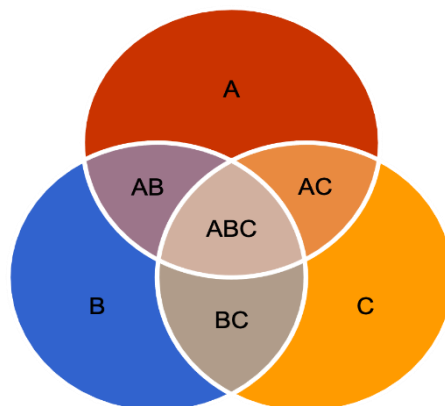


Teoria dos Conjuntos

Gustavo Fratoni Boeing

Definição

A **Teoria dos Conjuntos** é uma área fundamental da matemática que estuda coleções de objetos, chamados **elementos**, e as relações entre esses objetos. A teoria foi desenvolvida no final do século XIX por **Georg Cantor** e se tornou uma base para várias outras áreas da matemática, . Ela é estudada na álgebra. Um conjunto é um agrupamento de elementos que possuem uma determinada característica em comum, como o conjunto de vogais, conjunto de números, conjunto de pessoas, entre outros. Como dito anteriormente. Existem algumas relações importantes na teoria dos conjuntos como pertinência, inclusão, entre outras, e podemos realizar operações entre eles, como união, intersecção e diferença. Vale dizer ainda que um conjunto pode ser representado por meio do chamado **diagrama de Venn**, fundamental para o estudo das operações entre os conjuntos.



Notação e representação dos conjuntos

A representação de um conjunto é feita utilizando uma **letra maiúscula** do nosso alfabeto, e os elementos do conjunto estão sempre entre **chaves** e separados por vírgula. Como por exemplo:

$$A = \{a, e, i, o, u\}. \quad M = \{0, 5, 10, 15, 20, 25...\}. \quad C = \{b, c, d, f, g, h, j...\}$$

E também existem os conjuntos **vazios**, ou seja, sem nenhum elemento, sendo representado por:

$$\emptyset \text{ ou } \{\}$$

Relação de pertinência

Um conjunto é composto por elementos. Quando o elemento está no conjunto, dizemos que esse elemento pertence ao conjunto. O **símbolo para representar isso é \in** (lê-se: pertence). Quando um elemento não está no conjunto, dizemos que esse elemento não pertence ao conjunto. A **não pertinência é representada por \notin** . Como por exemplo:

- $a \in$ ao conjunto das vogais $\{a, e, i, o, u\}$.
- $2 \in$ ao conjunto dos números pares.
- $a \notin$ ao conjunto das consoantes $\{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}$.
- $2 \notin$ ao conjunto dos números ímpares.

Relação de continência

Quando fazemos a comparação de dois conjuntos, notamos uma relação importante chamada de continência. Dizemos que um conjunto A está contido no conjunto B quando todos os elementos do conjunto A são também elementos do conjunto B. Podemos dizer também que o conjunto B contém o conjunto A. **Para expressar essa relação, utilizamos os símbolos a seguir:**

\supset — contém
 \subset — está contido
 $\not\supset$ — não contém
 $\not\subset$ — não está contido

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{0, 5, 10\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, podemos dizer que:

$B \supset A$ (B contém A) ou também que $A \subset B$ (A está contido em B).

Subconjuntos

Chamamos de subconjunto de um conjunto B o conjunto A que está contido no conjunto B. Em um determinado conjunto, podemos ter vários subconjuntos.

Exemplo: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Alguns subconjuntos de B são:

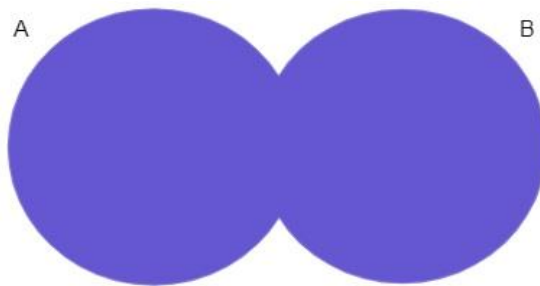
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$D = \{10\}$

Operações com conjuntos

Conjuntos são uma ideia que permeia vários campos da matemática desde seus primórdios. Nesse campo de estudo, temos algumas propriedades e importantes definições operatórias.



A **união** entre dois ou mais conjuntos será um novo conjunto constituído por elementos que pertencem a, pelo menos, um dos conjuntos em questão. Formalmente o conjunto união é dado por:

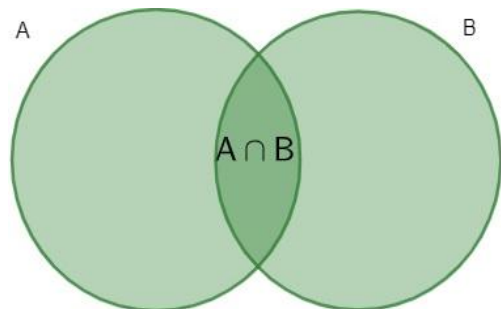
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Sejam A e B dois conjuntos, a união entre eles é formada por elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B.

em outras palavras, basta **unir** os elementos de A com os de B.

A **intersecção** entre dois ou mais conjuntos também será um novo conjunto formado por elementos que pertencem, **ao mesmo tempo**, a todos os conjuntos envolvidos. Formalmente temos:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



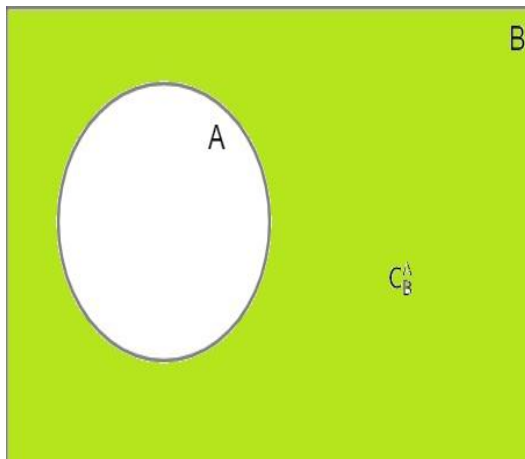
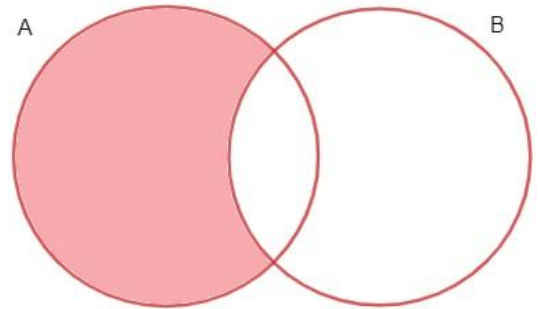
Sejam A e B dois conjuntos, a intersecção entre eles é formada por elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto

B. Desse modo, devemos considerar somente os elementos que estão em **ambos** os conjuntos.

A **diferença** entre dois conjuntos, A e B, é dada pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

$$A-B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

No diagrama de Venn-Euler, a diferença entre os conjuntos A e B é:



Conjuntos complementares

Considere os conjuntos A e B, em que o conjunto A está contido no conjunto B, isto é, todo elemento de A também é elemento de B. A diferença entre os conjuntos, $B - A$, é chamada de complementar de A em relação a B. Em outras palavras, o complementar é formado por todo elemento que não pertence ao conjunto A em relação ao conjunto B, em que ele está contido.

E também temos alguns casos especiais, como:

Um **conjunto unitário** é um conjunto que contém exatamente um elemento.

O **conjunto universo**, geralmente denotado por U, é o conjunto que contém todos os elementos de interesse em um dado contexto. O conjunto universo depende da discussão e do espaço em que se está trabalhando.